









11 f 50

44124 | B

12 Sept.

No 1600  
ini f 240-



L A  
**GNOMONIQUE,**  
 OU L'ART  
 DE FAIRE DES CADRANS.

*Par M. RIVARD, Professeur de Philosophie  
 en l'Université de Paris.*

Troisième Edition revue par l'Auteur.



A PARIS,

Chez JEAN DESAINT & CHARLES SAILLANT, Libraires,  
 rue Saint Jean-de-Beauvais, vis-à-vis le Collège.

---



---

M. DCC LVII.

*Avec Approbation & Privilège du Roi.*

---

**O**N trouvera Chez les mêmes Libraires  
les autres Ouvrages du même Auteur ,  
ſçavoir ,

*Elémens de Mathématiques* , cinquième Edition  
in-4°. 1752.

*Abrégé des Elémens de Mathématiques*, troisiéme  
Edition in-8°. 1752.

*Abrégé de la Sphere & du Calendrier* , à l'usage  
de ceux qui ne ſçavent pas de Géométrie, in-12  
1743.

*Traité de la Sphere* , troisiéme Edition in-8°. 1757.

*Traité du Calendrier* , troisiéme Edition in-8°. 1757.

*Tables des Sinus, Tangentes, Sécantes, de leurs  
Logarithmes, & de ceux des nombres naturels,  
avec la Construction de ces Tables, & les Pro-  
blèmes de la Trigonométrie rectiligne & sphéri-  
que* , in-8°. 1743.







## P R É F A C E.

**D**E toutes les sciences auxquelles on s'applique, les plus estimables sont celles qui tendent à procurer quelque utilité aux hommes. L'Astronomie qui entraîne notre admiration en nous faisant connoître la situation, l'ordre & les mouvemens des différentes parties de l'univers, mériteroit moins notre attention & le soin que l'on prend de la cultiver, si elle ne servoit à perfectionner la géographie & la navigation, & si elle ne fixoit la durée de la révolution annuelle du soleil pour nous empêcher de tomber dans la confusion & dans l'erreur lorsque nous faisons le dénombrement des années. Quel cas feroit-on de la mécanique, & quel avantage auroit-elle sur plusieurs autres sciences, si en déterminant dans les machines le rapport & la situation des poids nécessaires pour l'équilibre, elle ne nous fournissoit plusieurs moyens soit pour épargner la peine des hommes dans la plûpart de leurs travaux, soit même pour venir à bout de quelques entreprises dont l'exécution seroit absolument impossible sans son secours. La Gnomonique, ou l'art de faire des Cadrans, mérite notre estime par cette considération : elle nous fait connoître l'égalité ou l'inégalité, & même le rapport des parties du jour, & nous sert par là de règle pour faire chaque chose dans le tems convenable. Il est vrai qu'on emploie plus communément à cet usage des machines que l'industrie des hommes a sçu inventer & perfectionner à un point qu'on n'auroit osé

espérer, je veux dire, les horloges, les pendules & les montres: mais ces instrumens quelque dignes qu'ils soient d'admiration ne suffisent pas, on a besoin de cadrans ou de méridiennes pour les regler & pour les remettre à l'heure quand ils s'en sont écartés, ou du moins pour s'assurer qu'ils ne sont pas dérangés.

Ces considérations m'ont engagé à mettre quelque chose par écrit sur cette matiere que j'ai trouvée plus étendue qu'elle ne me paroïssoit en commençant à y travailler. Je ne voulois d'abord partager cet ouvrage qu'en trois Livres qui répondissent aux trois especes de plans, les horizontaux, les verticaux & les inclinés; mais j'ai été obligé d'en ajouter un quatrième pour examiner plusieurs matieres qui demandent à être traitées séparément, telles que sont la maniere de placer l'axe, la détermination des premieres & des dernieres heures, la description d'une méridienne soit du tems vrai, soit du tems moyen, &c.

La premiere & la principale difficulté qui se présente dans la construction des cadrans soit verticaux soit inclinés, c'est de trouver leur déclinaison, je veux dire, leur situation par rapport au premier vertical ou par rapport au méridien: c'est ce qu'on a plus de peine à découvrir quand on veut tracer ces sortes de cadrans, & qu'il faut néanmoins déterminer avec le plus de précision qu'il est possible: c'est pourquoi je me suis particulièrement appliqué à ce point dans le second Livre: car outre que j'ai donné quatre méthodes dans le 3<sup>me</sup> Problème, on en trouvera encore une dans le 5<sup>me</sup> Problème & une autre dans le 6<sup>me</sup>. On pourra choisir entre ces différentes méthodes celle qui conviendra le mieux ou qui paroîtra plus facile. Les quatre du 3<sup>me</sup> Problème sont fort simples & fort aisées sur-tout les deux premieres. La 5<sup>me</sup> exposée dans le Problème V, est une des plus avantageuses & des plus commodes pour ceux qui entendent bien le calcul, parce qu'on en peut faire l'application



## P R É F A C E.

dans un jour autant de fois qu'on le juge à propos. Quand on a une fois déterminé la déclinaison du plan, on peut facilement tirer les lignes horaires en marquant des points sur l'équinoctiale par la méthode de l'article 225, qui est la plus commode & la plus abrégée, qu'il soit possible : sans elle on seroit obligé de faire autant d'analogies qu'il y auroit de lignes horaires à tracer. La méthode de tracer des lignes horaires, renferme celle de faire une méridienne, puisque c'est une de ces lignes ; cependant comme on est fort aujourd'hui dans l'usage des méridiennes, j'en ai parlé fort au long dans le quatrième Livre où j'ai rassemblé tout ce que j'avois à dire sur cette matière. J'y explique la théorie & la pratique de la méridienne du tems moyen qui est une invention de nos jours.

Quoique j'aye donné plusieurs méthodes Géométriques pour la construction des Cadrans, je me suis beaucoup plus arrêté à celles qui s'exécutent par le calcul, persuadé qu'elles sont plus commodes & plus sûres dans la pratique : d'ailleurs elles deviennent extrêmement aisées lorsqu'on se sert de logarithmes, puisque tous les calculs se réduisent alors à ajouter deux nombres ensemble, ou à retrancher l'un de l'autre. Ce que j'ai dit dans la préparation qui précède le second Livre, suffit pour se former une notion des logarithmes, & pour apprendre à en faire usage. J'y ai aussi expliqué les méthodes abrégées dont on se sert pour le calcul des triangles rectangles qui se rencontrent souvent dans la Gnomonique.

Tel est le plan que je me suis proposé dans l'exécution de cet Ouvrage. J'ai pris la résolution de le faire imprimer, quoiqu'il en ait paru depuis peu un autre sur la même matière \*, qui répond à l'habileté de l'au-

\* *Voici le titre abrégé de l'Ouvrage entier* : Nouveaux traités de Trigonométrie rectiligne & sphérique, accompagnés des tables de sinus, tangentes, sécantes & logarithmes, avec un traité de Gnomonique. Chez Hyppolite-Louis GUERIN, & Jacques GUERIN, Libraires rue saint Jacques. A Paris.

teur : c'est M. Deparcieux, Maître de Mathématiques. J'ai cru qu'il pouvoit être de quelque utilité de présenter les mêmes vérités en différentes manieres , & que d'ailleurs ceux qui veulent étudier cette science ne seroient pas fâchés d'en trouver un traité séparé de tout autre.

Il est à propos d'avertir ici que cet ouvrage suppose que l'on sçait les Elémens de Géométrie & la Trigonométrie rectiligne ; pour ce qui est de la Trigonométrie sphérique, la connoissance n'en est pas absolument nécessaire, quoique j'aye employé en quelques endroits des analogies qui en sont tirées. Il suppose aussi qu'on a bien étudié la sphere ; j'en ai donné un traité qui est cité plusieurs fois dans celui-ci, parce qu'il en est comme le fondement : les citations sont relatives à la seconde édition.

Je finis en donnant en peu de mots une idée de la science dont il s'agit. ( Je suppose qu'on a quelque notion de certains termes qui y sont fort en usage :) c'est l'art de représenter sur une surface plusieurs points & différens cercles qu'on imagine dans le ciel , sur-tout les cercles horaires ; c'est l'art, dis-je, de les représenter par rapport à un point d'un stile de fer que l'on attache à cette surface : ce point qu'on appelle sommet du stile, est regardé comme le centre de la terre, ou plutôt comme le centre de tous les grands cercles qu'on représente. Pour concevoir en général la situation que doivent avoir les lignes qui désignent ces cercles, il faut imaginer une verge de fer attachée au plan d'un mur selon la direction de l'axe de la terre, ce sera l'axe du cadran. Imaginons encore un globe ou une sphere sur laquelle on ait marqué les différens cercles, & que l'axe attaché au mur perce la sphere & passe par le centre, en sorte que cet axe soit aussi celui de la sphere, & qu'il y ait un de ses cercles horaires qui réponde au méridien du lieu où est



situé le mur, le point de l'axe qui est au centre de la sphere sera le sommet du stile. Si on conçoit que les grands cercles de cette sphere sont prolongés au-dehors, & coupent le plan du mur, les intersections des cercles avec ce plan, seront les lignes qui les représentent: par exemple, les intersections des cercles horaires seront les lignes horaires, l'équateur de la sphere formera l'équinoctiale, & son horison formera l'horizontale. Pareillement si on conçoit que de chaque point de la demi-circonférence supérieure des petits cercles, par exemple, des tropiques, il y ait des lignes droites tirées au centre qui soient prolongées jusqu'au mur, elles marqueront sur la surface des lignes courbes qui représenteront ces petits cercles.

On a tâché dans cette troisième Edition de rendre la pratique des Cadrans plus facile, sur-tout par rapport à la détermination de la déclinaison des cadrans verticaux: c'est pourquoi dans le 3<sup>me</sup> Problème de la seconde section du second Livre, on a rassemblé les méthodes les plus aisées dont quelques-unes ne supposent point de calcul, & les autres en contiennent fort peu: on a aussi expliqué page 53 art. 35, une maniere de faire un compas à verge qui est aisée à mettre en pratique, en sorte que chacun pourra en faire usage en cas de besoin.



## A D D I T I O N.

Nous avons cité plusieurs fois dans cet ouvrage un Problème du 3<sup>me</sup> Livre du traité de la sphere pour tracer une méridienne sur un plan horisontal ; afin que l'on ne soit pas obligé de recourir à ce traité, nous avons cru qu'il étoit à propos d'ajouter ici ce Problème qui d'ailleurs appartient à la Gnomonique.

Art. I. La ligne méridienne d'un plan horisontal est l'intersection de ce plan & du méridien : ainsi la méridienne prise en ce sens est une ligne droite, qui est dirigée du sud au nord. Mais si on considere cette ligne sur la surface de la terre, c'est une circonferencé ou une demi-circonferencé que l'on conçoit sur cette surface, laquelle passe par les deux poles de la terre. Si on concevoit ces deux lignes prolongées indéfiniment, celle qui seroit dans le plan horisontal s'éleveroit au-dessus de l'autre : mais si on prend seulement une partie de la premiere qui n'ait que quelques toises de longueur, elle ne s'élèvera pas sensiblement, au-dessus de la seconde, parce que le globe de la terre étant fort gros, sa rondeur ou sa convexité n'est sensible que dans une partie très-étendue de sa surface. Voici une méthode fort facile de tracer une méridienne sur un plan horisontal.

## P R O B L Ê M E.

2. *Tracer une ligne méridionale sur un plan horisontal.*

Il faut d'abord s'assurer si le plan sur lequel on veut tracer cette ligne est véritablement horisontal, au moins dans l'endroit sur lequel on voit à peu près qu'elle doit être, & sur lequel on marquera les points dont nous parlerons ensuite : or on connoît qu'un plan est horisontal en appliquant une bonne regle à ce plan sur laquelle on pose un niveau, soit d'air, soit d'une autre espece; mais il faut appliquer cette regle selon deux directions qui se croisent, après quoi on opérera de la maniere suivante.



1°. On choisira un point, comme C, sur le plan duquel on tracera plusieurs circonférences ou arcs concentriques, tels que AB, *ab* : après quoi on plantera au centre C un stile perpendiculaire qui ait environ un pied de hauteur, & dont l'extrémité supérieure soit une pointe un peu émouffée, afin que son ombre soit sensible. ( Cette extrémité supérieure s'appelle le *sommet* du stile, & le point C du plan qui répond perpendiculairement au sommet, se nomme le *pied* du stile. ) 2°. On prendra garde avant midi quand l'extrémité de l'ombre tombera sur un point, comme A, d'une circonférence décrite, & on marquera ce point avec un poinçon. ( Il est à propos que la circonférence soit assez écartée du centre pour que cette ombre s'y termine deux ou trois heures avant midi. ) On observera l'après-midi quand l'ombre se terminera à la même circonférence, & on marquera aussi le point que nous appellons B. 3°. On divisera l'arc BA en deux parties égales, & du point du milieu D on tirera une ligne droite au point C, ce sera la ligne méridienne : si vers l'extrémité de la méridienne qui regarde le sud on tend une ficelle verticalement, ce qui peut se faire aisément en y attachant un poids, il sera midi lorsque l'ombre sera parallèle à la méridienne ; & si la ficelle est dans le plan du méridien, son ombre tombera dessus la méridienne au moment de midi : si on laissoit le stile comme on l'a planté pour faire la méridienne, l'ombre du sommet tomberoit sur cette ligne à midi.

D É M O N S T R A T I O N.

Puisqu'aux deux instans où l'on a marqué les deux points d'ombre A & B, l'ombre du stile étoit égale, il s'ensuit que le soleil étoit de part & d'autre à la même hauteur sur l'horison ; ainsi les deux verticaux désignés par AC & BC, auxquels le soleil répondoit, sont à égale distance du méridien : par conséquent en coupant

l'arc AB en deux parties égales le point du milieu D fera un des points de la méridienne : mais d'ailleurs le point C, qui est le centre du cercle, & le pied du stile, est aussi un point de la méridienne, puisqu'il représente le zenith par lequel le méridien passe nécessairement : ainsi en tirant une ligne du point D au point C, ce sera la méridienne cherchée.

## R E M A R Q U E S.

3. 1°. Pour élever un stile perpendiculaire, on peut se servir d'un plomb, c'est-à-dire, d'un poids de plomb, ou plutôt de cuivre, suspendu par une ficelle : car si en tenant le plomb auprès du stile, la ficelle qui soutient le poids est parallèle au stile, c'est une marque qu'il est perpendiculaire à l'horison. La raison en est que la direction du poids tendant au centre de la terre, elle doit être perpendiculaire à l'horison.

4. 2°. Il est à propos de tracer plusieurs circonférences, & de marquer sur chacune deux points auxquels s'est terminée l'ombre du stile; puis on coupera par le milieu chacun des arcs compris entre les deux points, afin de s'assurer de l'exactitude de l'opération : car si la ligne qui passe par le centre & le milieu d'un des arcs, passe aussi par le milieu des autres arcs, c'est une marque que l'on a bien operé : mais si cette ligne ne passe pas par le milieu des autres arcs, on jugera qu'il s'est glissé quelque erreur dans la pratique.

5. 3°. On ne doit pas craindre l'effet de la réfraction causée par l'atmosphère, parce qu'elle augmente la hauteur apparente du Soleil de la même quantité dans les deux instans auxquels on marque les deux points d'ombre.

6. 4°. Au lieu du stile perpendiculaire que l'on appelle stile droit, il est plus commode de se servir d'un stile oblique, & même courbe : & alors le centre duquel on doit décrire des circonférences concentriques, est le point du plan sur lequel tomberoit une perpendiculaire



tirée de l'extrémité ou du sommet du stile. C'est ce point qu'on appelle le pied du stile. Or on peut trouver le pied du stile oblique ou même courbe avec un plomb qui soit terminé en bas par une pointe, laquelle réponde précisément à la direction de la ficelle ou du fil : car si on tient le plomb de maniere que cette ficelle passe par le sommet du stile, & qu'on laisse descendre le plomb jusqu'à ce que la pointe touche le plan horisontal, le point de ce plan auquel aboutit la pointe du plomb est le pied du stile. Cette méthode est particuliere au plan horisontal; on en peut voir d'autres pour toutes sortes de plans dans le premier Problème du second Livre de Gnomonique, pag. 88.

7. 5°. Comme il est assez difficile d'appercevoir distinctement l'ombre du sommet du stile, sur-tout lorsque ce stile est un peu long, par exemple de deux ou trois pieds, alors on attache au bout du stile, une plaque percée d'un trou rond dont le diametre ait trois ou quatre lignes, laquelle il est bon de mettre dans une situation à peu près parallele à l'horison: dans ce cas le pied du stile se détermine par rapport au centre de ce trou, c'est-à-dire, que ce pied du stile est le point du plan qui répond perpendiculairement au centre du trou, & la lumiere qui y passe sert au même usage que l'ombre de l'extrémité du stile.

8. 6°. Si on mene par le centre C la ligne OV perpendiculaire à la méridienne, elle désignera le premier vertical, lequel est perpendiculaire au méridien; & une de ses extrémités montrera le vrai orient, & l'autre le vrai occident, c'est-à-dire, l'orient & l'occident du Soleil dans le tems des équinoxes.

9. 7°. La méthode de ce Problème suppose que la déclinaison du Soleil ne change pas, au moins sensiblement, dans l'intervalle qui est entre les instans auxquels on marque les deux points d'ombre; ce qui n'est cependant vrai qu'aux solstices, & aux environs jusqu'à 15 ou

10 jours avant ou après ; c'est pourquoi cette méthode n'est bien exacte que dans ce tems : mais vers l'équinoxe la déclinaison change sensiblement dans l'espace de 6 ou 7 heures , & il arrive de-là que si le Soleil va du tropique du cancer à celui du capricorne , il est plus élevé dans la sphere boréale avant midi , qu'après , quand il est de part & d'autre à la même distance du méridien ; & par conséquent l'ombre du stile est plus courte le matin que le soir dans les momens également éloignés de midi , ainsi en prenant des ombres égales du stile , la ligne qu'on tireroit du milieu de l'arc AB au centre , ne seroit pas la vraie méridienne ; elle s'en écarteroit un peu vers le point marqué avant midi , parce que le second point B ne seroit pas assez éloigné d'A : c'est ce qui fait que cette méthode n'a pas toute la justesse qu'on peut désirer lorsqu'on s'en sert vers les équinoxes.

10. Mais on peut corriger cette petite erreur par le moyen de la Table suivante , qui est faite sur celle de la page 85 de la *Connoissance des Tems* 1744. Cette Table a été calculée pour la latitude de Paris : mais elle peut servir sans erreur sensible pour les lieux qui ont deux ou trois degrés de latitude de plus ou de moins.





*TABLE de la correction qu'il faut faire quand on trace une Méridienne par des points d'ombre pris à des hauteurs correspondantes du Soleil dans des jours où sa déclinaison varie sensiblement.*

Heures entre les Observations.		10.	9.	8.	7.	6.	5.	4.
Ajoutez la correction dans les Signes descend. & l'ôtez dans les ascend.	<i>Déclinaison Septentrionale.</i>	S.	S.	S.	S.	S.	S.	S.
	21	20	18	16	14	14	12	12
	20	22	20	18	16	16	14	14
	19	26	22	20	18	18	16	16
	18	28	26	22	22	20	18	18
	16	32	30	26	26	24	22	20
	14	36	32	30	28	26	24	24
	12	38	36	32	30	28	28	26
	10	40	38	34	32	30	30	28
	9	42	38	36	34	32	30	30
	7	42	40	38	36	34	32	30
	5	44	42	38	36	36	34	32
	3	46	42	40	38	36	36	34
	1	46	44	42	40	38	36	36
	1		44	42	40	38	38	36
	3		44	42	40	40	38	38
	5		44	42	40	40	38	38
	7			42	40	40	38	38
	9			42	40	40	38	38
	10			40	40	38	38	38
	12				38	38	38	36
	14				38	36	36	36
	16					34	34	34
	18					30	30	30
	19					28	28	28
	20					26	26	26
	21						22	22

Il faut avoir une Pendule ou une Montre qui marque au moins les minutes pour faire usage de cette Table

de la maniere dont on va l'expliquer dans l'exemple suivant. On suppose qu'on veuille tracer une méridienne par la méthode prescrite ci-dessus en un jour où la déclinaison du Soleil est d'environ 5 degrés vers le septentrion, & que les deux instans auxquels on a marqué les points A & B sont séparés par un intervalle de 7 heures : comme la déclinaison du soleil est supposée d'environ 5 deg. vers le septentrion, je cherche dans la Table quel est le nombre qui répond au cinquième degré de déclinaison septentrionale dans la colonne qui est sous 7<sup>h</sup>, & je trouve 36<sup>f</sup>, qui est un peu plus d'une demi-minute : ainsi j'attens environ 36<sup>f</sup> depuis l'instant où j'ai marqué le point B, & à la fin de ces 36<sup>f</sup> je marque le point F à l'endroit où l'ombre du stile coupe alors la circonférence ; & si le soleil est dans les signes descendans, c'est-à-dire, s'il va du tropique du cancer au tropique du capricorne, il faudra diviser l'arc AF, & non pas l'arc AB, en deux parties égales, & tirer la méridienne du point de division au centre : mais si le soleil est dans les signes ascendans, après avoir marqué le point F, comme nous venons de le dire, on prendra le point G de l'autre côté de B, qui en soit aussi éloigné que F, puis on divisera AG en deux parties égales, afin de tirer la méridienne du point de division au centre.

Quand on a une Montre ou une Pendule qui marque exactement l'heure qu'il est au soleil, il est bien facile de tracer une méridienne avec une ficelle tendue verticalement : il faudra marquer deux points sur l'ombre de la ficelle à l'instant de midi, & tirer une ligne qui passe par ces deux points lesquels pour plus grande exactitude doivent être marqués vers les extrémités de l'ombre, afin qu'ils soient plus éloignés l'un de l'autre : cette ligne sera à la place de l'ombre de midi, & par conséquent ce sera la méridienne. Cette méthode convient à toutes sortes de plans, horizontaux & autres.



On peut consulter ce que nous disons dans le quatrième Livre, article 56 & suivans touchant la description de la méridienne.

---

## A V E R T I S S E M E N S.

1°. **L** Es chiffres qu'on trouvera dans ce traité entre deux parenthèses, sont des citations : lorsqu'on a cité des propositions du même Livre où se trouve la citation, on s'est contenté de mettre le *numero* de l'article en cette façon ( 65 ), c'est-à-dire, article 65 : mais quand on a cité une proposition d'un autre Livre du même traité, on a de plus indiqué ce Livre en cette manière ( Liv. I. art. 18 ). Les citations des *Elémens de Géométrie* sont conformes à la troisième édition & à l'abrégé de ces Elémens qui se vendent chez les mêmes Libraires que cet ouvrage.

2°. Nous avons supposé à l'article 225 du second Livre & ailleurs, que le rayon contient 100000 parties : c'est ainsi qu'il est divisé dans nos Tables des sinus, des tangentes, des sécantes, & des logarithmes que nous avons fait imprimer in-8°. avec toutes les précautions nécessaires pour éviter les fautes, parce que la perfection de ces sortes d'ouvrages dépend sur-tout de l'exactitude & de la correction.

---

*A P P R O B A T I O N.*

**J**'Ai lu par ordre de Monseigneur le Chancelier la seconde Edition du *Traité de Gnomonique* de M. Rivard, & j'ai cru qu'elle ne pouvoit manquer d'être utile au Public. A Paris, ce 14 Novembre 1745.

*Signé* CLAIRAUT.





# TRAITÉ

## DE

# GNOMONIQUE,

*OU DE L'ART DE FAIRE*

# DES CADRANS.

---

## NOTIONS PRÉLIMINAIRES.



A GNOMONIQUE, que plusieurs Auteurs appellent aussi *Horlogiographie*, est l'Art de faire des Cadrans Solaires & Lunaires sur toute sorte de surfaces, & principalement sur les surfaces planes.

ART. I.

La connoissance de cette science dépend de la connoissance de la Sphere : car les différentes lignes que l'on trace dans les Cadrans représentent les différens cercles de la Sphere : par exemple, les lignes horaires, c'est-à-dire, celles qui marquent les heures, représentent les cercles horaires, puisque ces lignes sont les intersections des cercles horaires avec la superficie du Cadran. Outre les Cadrans Solaires, la Gnomonique donne aussi des Regles pour tracer des Cadrans Lunai-

res, comme il paroît par la définition de cet Art : mais ceux-ci ne sont presque d'aucun usage.

Il y a plusieurs especes de Cadrans Solaires ; nous ne rapporterons que les principales, après avoir donné quelques définitions.

2. Le *stile* est une Verge de fer inserée dans le plan du Cadran, dont le sommet ou l'extrémité supérieure montre les heures par son ombre. Le stile peut être perpendiculaire ou oblique sur le plan ; mais il vaut mieux qu'il soit oblique, lorsqu'on ne veut s'en servir que pour tracer un Cadran, & non pour montrer les heures. Le stile perpendiculaire s'appelle aussi stile droit.

3. Il y a deux choses à remarquer dans le stile, sa *hauteur*, & son *pied*. La hauteur du stile est une ligne que l'on conçoit tirée de l'extrémité du stile perpendiculairement sur le plan : lorsque le stile est droit, sa hauteur est la même chose que sa longueur.

4. Le pied du stile est le point du plan sur lequel tombe cette perpendiculaire. Si donc le stile est perpendiculaire au plan, son pied n'est pas différent du point de ce même plan que le stile rencontre.

5. L'*Axe* ou l'*aiguille* du Cadran est une verge de fer ou de quelque autre matière qui passe par le sommet du stile, & qui est parallele à l'axe du Monde : cet axe étant prolongé vers le plan du Cadran, le rencontre en un point qui s'appelle le *Centre* du Cadran. Il peut cependant arriver que l'axe, quoique prolongé, ne rencontre pas le plan, c'est quand il est parallele au plan, & alors le Cadran n'a point de centre. Il paroît que l'axe est une espece de stile, cependant toutes les fois que nous parlerons du stile, nous entendrons une verge de fer différente de l'axe ; à moins qu'il ne s'agisse du Cadran équinoctial : car alors le stile perpendiculaire au plan du Cadran est l'axe même, comme nous le dirons dans la suite.

6. Si on n'emploie le stile que pour tracer certaines

lignes du Cadran ; & pour déterminer quelques points, & qu'après cela on l'ôte, afin de mettre un axe ; on l'appelle *faux stile*, pour le distinguer du *stile vrai*, dont on se sert quelquefois au lieu d'axe pour montrer les heures : mais alors il n'y a que l'ombre du sommet du stile qui indique les heures ( art. 11 ) : au lieu que l'axe les montre par toute la longueur de son ombre.

7. Le centre du Cadran est, comme nous l'avons déjà dit, le point du plan par lequel passe l'axe. Les lignes horaires étant prolongées, passent nécessairement par le centre du Cadran, si le Cadran en a un. Pour faire entendre ceci, nous ferons la remarque suivante.

8. L'axe du Cadran peut être considéré comme l'axe du Monde, ou l'axe de la Terre ; & l'extrémité ou le sommet du stile, comme le centre de la Terre : ainsi il faut concevoir les cercles horaires comme étant autour de cette extrémité, qui en est le centre. Or l'axe est un diamètre commun de ces cercles ; par conséquent tous les plans de ces cercles passent par chaque point de cet axe. Ils doivent donc passer par le centre du Cadran ; puisque c'est un point commun à l'axe & au plan du Cadran. Or si les plans des cercles horaires passent par ce centre, il faut nécessairement que les lignes horaires, qui sont les intersections de ces cercles avec le plan du Cadran, parviennent au même centre : car il est évident que ces lignes passent par les mêmes points du plan du Cadran, que les plans des cercles horaires.

9. Il ne peut y avoir d'erreur sensible à considérer l'extrémité du stile comme le centre de la Terre, & l'axe du Cadran comme l'axe du Monde : car la distance de cette extrémité au centre de la Terre devient insensible en comparaison de la distance immense qui sépare le soleil de la Terre.

10. Il suit de-là que l'ombre de l'axe ou de l'extrémité du stile marque les heures en tombant sur les lignes horaires ; car l'ombre est toujours opposée au corps lumineux qui éclaire. Or quand le Soleil répond à un



cercle horaire, la ligne horaire qui représente ce cercle est opposée au Soleil par rapport à l'axe ou au sommet du stile, puisque cet axe ou ce sommet est alors entre le Soleil & cette ligne horaire, qui est l'intersection du plan par le cercle horaire. Donc l'ombre de l'axe ou du sommet du stile tombe sur les lignes horaires formées par les cercles horaires auxquels le Soleil répond. Donc cette ombre montre les heures.

11. Dans toute l'étendue du stile il n'y a que le sommet qui soit dans le plan des cercles horaires: c'est par conséquent le seul point du stile qui soit entre le Soleil & les lignes horaires; ainsi il n'y a que l'ombre du sommet du stile qui montre les heures: au contraire celle de toute la longueur de l'axe tombe sur les lignes horaires. C'est pourquoi l'axe est préférable au stile pour indiquer les heures: il les marque d'une manière plus sensible.

12. Pour déterminer la position de certaines lignes que nous allons définir, nous supposerons la proposition suivante, que l'on peut prendre pour un principe: Lorsque deux plans qui se coupent à angles droits rencontrent un autre plan, & que l'un des deux premiers est perpendiculaire à ce troisième, alors les deux lignes d'intersections que forment les deux premiers plans sur le troisième, sont réciproquement perpendiculaires l'une sur l'autre. Par exemple, si le méridien & l'équateur qui se coupent à angles droits rencontrent un plan horizontal, les intersections que le méridien & l'équateur forment sur le plan horizontal, sont perpendiculaires l'une sur l'autre, parce que le méridien est perpendiculaire à ce troisième plan. Nous prouverons ce principe en traitant des Cadres verticaux.

13. La ligne *Méridienne* est l'intersection du plan du Cadran avec le méridien du lieu, que l'on conçoit passer par le sommet du stile. Cette ligne est la même que celle de 12. heures; car il est midi lorsque le Soleil répond au méridien. La méridienne passe par le centre

du Cadran, puisque toutes les lignes horaires y passent, comme nous l'avons prouvé (art. 8').

14. La *Soustilaire* est l'intersection du plan du Cadran par un méridien qui lui est perpendiculaire. Il faut concevoir que le plan de ce méridien passe par le sommet du stile. Cette ligne n'est pas différente de la méridienne dans les Cadrans horisontaux; je veux dire ceux qui sont tracés sur un plan parallèle à l'horison, parce que le méridien perpendiculaire à un plan horisontal, est le même que le méridien du lieu. Il paroît par la définition de la soustilaire, qu'elle doit passer par le pied du stile, parce qu'étant formée par le plan d'un méridien perpendiculaire au plan du Cadran; ce cercle, c'est-à-dire, son plan, ne peut passer par le sommet du stile sans passer aussi par le pied & même par toute la hauteur du stile, laquelle est perpendiculaire au plan du Cadran.

15. L'*Equinoctiale* est l'intersection du plan du Cadran avec l'équateur, ou ce qui revient au même, avec un plan parallèle à ce cercle, & que l'on conçoit passer par le sommet du stile. Dans les Cadrans horisontaux cette ligne est perpendiculaire à la méridienne (art. 12.), parce que le méridien & l'équateur se coupent à angles droits, & que d'ailleurs le méridien est perpendiculaire à l'horison.

16. Le rayon de l'équateur ou le *rayon équinoctial*, est une ligne droite menée de l'extrémité du stile au point où la ligne équinoctiale rencontre la soustilaire. Cette ligne est dite rayon équinoctial, parce que l'extrémité du stile, de laquelle elle est tirée, est considérée comme le centre de l'équateur, & que l'autre point auquel aboutit cette ligne, est regardé comme le point de contact de la circonférence de l'équateur avec le plan du Cadran.

17. Voyons maintenant les différentes especes de Cadrans solaires tracés sur des surfaces planes, car nous ne traiterons que de ceux-là dans cet Ouvrage :

les autres ne sont presque d'aucun usage. Les Cadrans tracés sur des plans peuvent se réduire à trois espèces. sçavoir, le Cadran *Horisontal*, le Cadran *Vertical*, le Cadran *Incliné*.

18. Le Cadran horisontal est celui que l'on décrit sur un plan horisontal. Ce Cadran est d'un usage plus étendu que tous les autres, parce qu'il marque toutes les heures du jour & dans toutes les saisons de l'année. Dans cette espèce de Cadran la soustilaire ne diffère pas de la méridienne du lieu, comme nous l'avons dit (art. 14).

19. Le Cadran vertical est celui qui est tracé sur un plan vertical ou perpendiculaire à l'horison. Entre les Cadrans verticaux, il y en a quatre, qu'on appelle *Réguliers*, parce qu'ils sont tournés directement vers un des quatre points cardinaux, le *Midi*, le *Septentrion*, l'*Est* ou l'orient, & l'*Ouest* ou l'occident : ces quatre espèces de Cadrans sont le *Méridional*, le *Septentrional*, l'*Oriental* & l'*Occidental*. Les deux premiers sont ceux qu'on trace sur un plan parallèle au premier cercle vertical, c'est-à-dire, celui qui coupe le méridien à angles droits, le méridional sur la surface qui regarde le midi, & le septentrional sur celle qui est tournée vers le septentrion. Les deux autres se font sur un plan parallèle au méridien, l'oriental sur la face tournée vers l'orient, & l'occidental sur celle qui regarde l'occident.

20. Les autres Cadrans verticaux sont nommés *déclinants* : en général un Cadran déclinant est celui dont le plan fait des angles obliques avec le premier vertical ; soit qu'on suppose ce plan perpendiculaire à l'horison, soit qu'on le suppose incliné.

21. Le Cadran incliné est celui qui fait des angles obliques avec l'horison, l'un aigu, l'autre obtus. Le Cadran incliné est ou *Supérieur* ou *Inférieur* ; le supérieur est celui qui est tourné vers le Ciel, & l'inférieur est tourné vers la Terre. Parmi les Cadrans inclinés, il



y en a deux principaux, l'*Equinoctial* & le *Polaire*.

22. Le Cadran équinoctial est celui dont le plan est parallèle à l'équateur, & qui par conséquent fait avec l'horison un angle aigu égal à l'élévation de l'équateur sur l'horison : or cette élévation est le complément de celle du pôle. Le Cadran équinoctial supérieur est tourné du côté du septentrion, & l'inférieur vers le midi, pourvû que le lieu dans lequel se trouve le Cadran, soit dans cette partie de la Terre que nous habitons, c'est-à-dire, la septentrionale.

23. Le Cadran polaire est celui qui se fait sur un plan parallèle à l'axe de la Terre, & qui coupe perpendiculairement le méridien du lieu. Le plan de ce Cadran fait avec l'horison un angle égal à la hauteur du pôle en ce lieu. On appelle aussi Cadrans polaires généralement tous ceux dont les plans sont parallèles à l'axe, quoiqu'ils ne soient pas perpendiculaires au méridien.

24. Le plan du Cadran équinoctial étant parallèle à l'équateur, l'axe du Monde est perpendiculaire à ce plan : mais parce que le plan du Cadran polaire est parallèle à ce même axe, ce plan & cet axe ne peuvent se couper ; c'est pourquoi il n'y a point de centre dans le Cadran polaire, non plus que dans les Cadrans orientaux & occidentaux, qui peuvent aussi passer pour polaires, parce qu'ils sont parallèles à l'axe.

Nous diviserons cet Ouvrage en quatre Livres, dont le premier traitera des Cadrans Horisonaux, le second des Verticaux, le troisième des Inclins, & le quatrième de plusieurs matières qui n'auroient pû être placées commodément dans les Livres précédens.





# LIVRE PREMIER.

## DES CADRANS HORIZONTAUX.

**P**OUR faire mieux entendre la théorie & la pratique des Cadrans Horizontaux, nous commencerons par un Problème qui contient la description du Cadran Equinoctial.

### PROBLÈME PREMIER.

*Décrire un Cadran Equinoctial supérieur ou inférieur.*

ART I.  
Fig. I.

Du centre C décrivez la circonférence AEDF, divisez-la en quatre parties égales par les diamètres perpendiculaires AB & EF: coupez ensuite la demi-circonférence EBF en douze parties égales, en commençant par le point E ou F; ce qui se pratique de la manière suivante.

Ouvrez d'abord le compas de telle sorte que la distance de ses deux pointes soit égale au rayon du cercle; & appliquez les deux pointes ou les deux extrémités sur la demi-circonférence EBF, de façon que l'une soit posée sur le point E, & la seconde sur un autre point désigné par G, l'arc EG intercepté entre les deux points E & G sera la sixième partie de la circonférence, ou la troisième de la demi-circonférence, parce que la corde de la sixième partie de la circonférence est égale au rayon. Ensuite laissant une des pointes sur G, il faut porter la seconde sur un autre point H de la demi-circonférence, elle sera partagée en trois arcs égaux EG, GH, & HF, dont chacun sera la troisième partie de la demi-circonférence. Après cela on divisera chacun de ces arcs en deux parties égales à l'arc BG, ou BH, la demi-circonférence sera coupée

en six parties égales. Enfin si on divise encore par la moitié chacune de ces parties, on aura la demi-circonférence coupée en douze parties égales.

On peut aussi diviser la demi-circonférence en douze parties égales de la manière suivante, peu différente de celle qui précède : après avoir tiré les diamètres perpendiculaires AB & EF, & avoir pris l'arc EG, qui est la sixième partie de la circonférence, & qui par conséquent est de 60 degrés, on a un arc de 30 degrés, sçavoir l'arc BG, puisque l'arc EB en contient 90 ; ainsi en divisant cet arc BG en deux parties égales, chaque partie GL & BL sera de 15 degrés, & par conséquent la douzième partie de la demi-circonférence, ou la 24<sup>me</sup> partie de la circonférence entière ; ainsi en prenant avec le compas depuis le point E jusqu'à F douze arcs égaux à BL ou GL, la demi-circonférence sera divisée en douze parties égales.

Cette opération faite, il n'y a qu'à tirer des lignes horaires du centre C à chaque point de division, & les prolonger au de-là du centre jusqu'à l'autre demi-circonférence qui se trouvera pareillement divisée en douze parties égales. On enfoncera ensuite dans le centre un stile perpendiculaire au plan du Cadran.

2. Si le plan du Cadran est disposé de façon, qu'en mettant le point A en haut, la ligne ACB soit dans le plan du méridien, & le Cadran parallèle au plan de l'équateur, & tourné vers le septentrion, l'ombre du stile, lequel sera alors parallèle à l'axe de la Terre, marquera les heures devant & après midi pendant le Printemps & l'Esté, & on aura un Cadran Equinoctial supérieur. Si on divise pareillement par des lignes horaires une autre surface parallèle du même corps, qui sera tournée vers le midi, l'ombre du stile indiquera les heures pendant l'Automne & l'Hyver sur cette surface ; & ce sera un Cadran Equinoctial inférieur.

3. Le plan sera parallèle à l'équateur, & présentera sa face directement à un pôle du Monde, si le stile per-



pendiculaire au plan du Cadran fait avec une méridienne tracée sur l'horison un angle égal à la hauteur du pôle, je suppose que le stile pris dans toute sa longueur réponde précisément au-dessus de la méridienne. Nous avons expliqué dans le troisième Livre de la Sphere article 2, la maniere de tracer une méridienne sur un plan horizontal.

Nous ne nous arrêterons pas ici à parler des précautions qu'il faut prendre pour disposer un plan parallèlement à l'équateur, ou pour assurer qu'il est ainsi disposé, parce que nous ne traitons présentement du Cadran équinoctial, que pour entendre ce que nous avons à dire touchant le Cadran horizontal.

#### DÉMONSTRATION DU PROBLÈME.

4. Puisqu'é la circonférence est divisée en 24. parties égales par les lignes horaires, chaque arc contient 15 degrés. De même l'équateur étant coupé par les 12 cercles horaires en 24 arcs égaux, chacun comprend aussi 15 degrés. Par conséquent le plan du Cadran étant parallèle à l'équateur, & son centre pouvant être pris pour celui de l'équateur même, à cause du grand éloignement du soleil à la terre; & d'ailleurs la ligne ACB étant dans le plan du méridien, les lignes horaires qu'on a tracées sont les intersections des cercles horaires. Outre cela le stile qui est perpendiculaire à ce plan, est un diamètre commun à tous les cercles horaires, car il est parallèle à l'axe de la Terre, & même on peut le considérer comme s'il ne faisoit qu'une seule ligne avec cet axe. Ce stile se trouve donc dans le plan de tous les cercles horaires. Ainsi lorsque le soleil est sur l'horison & dans quelque cercle horaire, il faut que l'ombre de l'axe ou du stile se jette du côté opposé à ce cercle horaire, & par conséquent sur la ligne horaire, qui est l'intersection de ce cercle avec le plan du Cadran: donc l'ombre du stile indiquera les heures.

5. Il est évident que quand le Cadran présentera

son plan au pôle qui est élevé sur notre horizon, il ne marquera les heures que pendant le printems & l'Été, parce que le soleil ne parcourt la partie septentrionale que pendant ces deux saisons. Car de même que le soleil n'éclaire la face de l'équateur tournée vers le pôle boréal que lorsqu'il est dans la partie septentrionale de la Sphere ou du Monde: de même il ne doit répandre sa lumière directe sur la face semblable du Cadran équinoctial, que lorsqu'il se trouve dans la même partie. Par la raison opposée, lorsque le Cadran équinoctial regarde le pôle austral, il ne marque les heures que pendant l'automne & l'Hyver. Ainsi pour qu'un Cadran équinoctial indique les heures toute l'année, il faut joindre l'inférieur au supérieur.

6. Il faut remarquer 1°. que les heures d'avant midi doivent être écrites dans la partie occidentale de toute sorte de Cadrans, c'est-à-dire, dans la partie qui est opposée au soleil levant, & par conséquent les heures d'après midi doivent se marquer dans la partie orientale: c'est pourquoi si quelqu'un se place vis-à-vis d'un Cadran équinoctial supérieur, & tourne le visage au midi, il aura les heures devant midi à sa droite, & les heures d'après midi à sa gauche. Mais ce même Spectateur appercevra tout le contraire, s'il se met en face du Cadran équinoctial inférieur; car alors regardant le septentrion, il verra les heures d'avant midi à sa gauche, & celles d'après midi à sa droite, quoique les premières soient toujours à l'occident & les autres à l'orient.

7. Il faut observer 2°. qu'il est inutile de marquer les heures qui précèdent la sixième du matin, & qui suivent la sixième du soir dans le Cadran équinoctial inférieur, ou celui qui regarde le midi: car dans la partie du Monde que nous habitons, je veux dire la septentrionale, le soleil ne se montre presque qu'entre la sixième heure du matin, & la sixième du soir, lorsqu'il est dans la partie méridionale du Monde. Quand à l'équinoctial supérieur, il suffit de les marquer depuis

quatre heures du matin jusqu'à huit heures du soir : à la latitude de Paris, qui est d'environ 49 degrés.

## PROBLÈME SECOND.

8. *La hauteur du pôle étant connue, tracer un Cadran horifontal.*

**Fig. 2.** Je suppose que le plan sur lequel on veut tracer un Cadran est mobile, c'est-à-dire, qu'il n'est point attaché fixement dans un endroit, en sorte qu'on le puisse placer de quelle maniere on voudra. Cela posé, on tirera la ligne droite CM à volonté, que l'on prendra pour la méridienne, sur laquelle on choisira un point, comme C, pour centre du Cadran : ensuite on tirera de ce centre la ligne CS, qui fasse avec CM l'angle SCM égal à l'élévation du pôle, & du point S on menera SM, qui fasse l'angle droit CSM avec la ligne CS. On tirera aussi de ce point S la ligne SP perpendiculaire sur CM, & on élèvera du point M sur la même ligne CM, l'autre perpendiculaire EN qui sera l'équinoctiale, après quoi on prendra AM égale à SM qui est le rayon équinoctial; & du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discretion, on décrira la circonférence FMGH, qu'on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point M, dont chacune contiendra par conséquent 15 degrés : ensuite on tirera du centre A par les points de division de la circonférence des rayons prolongés jusqu'à la ligne EN, & qui la coupent aux points VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V : enfin il faut tirer du centre C à ces points les lignes CVII, CVIII, CIX, CX, &c. Ce seront les lignes horaires. Si donc on enfonce au point C un stile oblique qui fasse avec la méridienne un angle égal à l'élévation du pôle, ou si on élève au point P un stile perpendiculaire dont la partie posée hors du plan soit égale à SP, ou si on attache une lame triangulaire dont les côtés soient égaux à ceux du triangle CSP, laquelle soit perpendiculaire au plan du Cadran, & dont le côté CS aboutisse au centre C, & fasse avec ce plan l'angle



De la hauteur ou de l'élevation du pole, on aura un Cadran horifontal, pourvû que le plan mobile soit placé dans une situation horifontale, & que la ligne CM soit tournée de maniere, qu'elle devienne une méridienne horifontale, dont l'extrémité C regarde le midi, & l'autre extrémité M, le septentrion.

9. Voici deux méthodes dont on peut se servir pour donner cette situation à la ligne CM : la premiere, c'est en traçant sur la surface à laquelle on veut appliquer le plan du Cadran une méridienne prolongée au-delà du plan, afin qu'on dispose le plan de maniere que cette ligne CM réponde à la méridienne tracée. Or on pourra tracer une méridienne de la maniere que nous avons enseigné dans le Traité de la Sphere, Livre troisième, art. 2. Nous en parlerons encore dans le quatrième Livre de cet Ouvrage. Si le plan sur lequel on veut faire un Cadran étoit immobile, il faudroit se servir de cette premiere méthode pour tirer la méridienne sur le plan du Cadran.

10. La seconde consiste à tourner le plan du Cadran, que je suppose mobile, jusqu'à ce que l'ombre de l'aiguille tombe sur l'heure qu'il est alors ; il est bon de choisir celle de midi. Je suppose qu'on connoît l'heure, soit par un autre Cadran, ou une méridienne horifontale qu'on auroit tracée exprès dans le voisinage, soit par une Pendule, soit par une Montre que l'on a mise sur le Soleil quelques minutes auparavant & même une heure ou deux.

11. Pour disposer un plan horifontalement, il faut se servir d'un niveau d'air ou de quelque autre espece, & l'appliquer sur le plan du Cadran selon deux directions qui fassent un angle, & dont l'une soit, par exemple, à peu près du nord au sud, l'autre de l'orient à l'occident : & si on trouve que le plan n'incline ni d'un côté ni d'un autre, c'est une marque qu'il est horifontal.

Avant de tracer le Cadran sur la pierre, sur l'ardoise, ou sur une plaque soit de cuivre, soit de quelque

Fig. 2. autre métal, on en fera un semblable sur du papier ou sur du carton, afin de le tracer ensuite plus exactement sur la matière dure qu'on veut employer. On sentira dans la pratique la nécessité de cette précaution.

#### DÉMONSTRATION DU PROBLÈME.

Dans le triangle rectangle CSM, l'angle M est le complément de l'angle C. Or par la construction cet angle C est égal à la hauteur du pôle. Par conséquent l'angle M ou CMS est égal à l'élévation de l'équateur. Cela posé, imaginons que le triangle CSM qui est décrit sur le plan horizontal soit élevé perpendiculairement sur ce plan, & pareillement que le cercle FMGH est tellement élevé, que son rayon AM tombe sur le côté SM du triangle CSM posé perpendiculairement, en sorte que le point A se réunisse avec le point S : le cercle mis dans cette situation représentera un Cadran équinoctial, dont l'axe sera le côté CS prolongé vers le point X, & les rayons du cercle seront les lignes horaires : donc ces rayons sont prolongés jusqu'à la ligne équinoctiale EN, l'ombre de l'axe tombera à chaque heure sur le point d'intersection de cette ligne & des rayons. D'ailleurs le centre C du Cadran horizontal est un autre point de cette ombre, parce que l'axe passe par ce point. Ainsi puisque l'ombre est étendue en ligne droite dont on a deux points, si du centre C on tire des lignes droites aux points d'intersections VII, VIII, IX, X, XI, XII, I, II, III, IV, V, ce seront des lignes horaires.

12. Si par le centre C on tire la ligne VICVI perpendiculaire à la ligne méridienne CM, on aura la ligne horaire qui montrera 6 heures du matin & 6 heures du soir : car le cercle de six heures & le méridien se coupent à angles droits : d'ailleurs le méridien étant perpendiculaire à l'horizon, il faut que les intersections de ces cercles avec l'horizon se coupent aussi à angles droits (art. 12. prélimin.)

13. Le soleil passant deux fois par jour par chacun des cercles horaires, si les lignes horaires qui sont les intersections de ces cercles avec le plan du Cadran sont prolongées au de-là du centre, chacune de ces lignes montrera deux heures, l'une avant midi, l'autre après : par exemple, la ligne CV, qui marque cinq heures du soir, étant prolongée au de-là du centre, marquera aussi cinq heures du matin.

14. Si on veut marquer les demi-heures, il faudra diviser chaque 24<sup>me</sup> partie de la circonférence en deux portions égales, & tirer du centre A du cercle par les points de divisions des rayons, qui étant prolongés jusqu'à l'équinoctiale, désigneront sur cette ligne les points des demi-heures : ensuite on tirera du centre du Cadran à ces points les lignes des demi-heures. De même si on vouloit marquer les quarts-d'heures, il faudroit encore couper par le milieu chaque 48<sup>me</sup> partie de la circonférence. On verra bien en traçant un Cadran qu'il est inutile de diviser la circonférence entière en parties égales, mais qu'il faut seulement en diviser la moitié, qui sera déterminée en tirant par le centre A une perpendiculaire FG à la méridienne.

15. On peut prendre le point A, qui est le centre de la circonférence qu'il faut décrire, ou au-dessous de la ligne équinoctiale, ou au-dessus de cette ligne, c'est-à-dire, entre le centre du Cadran & cette même ligne, pourvû que ce point soit toujours pris dans la méridienne, & que d'ailleurs la distance AM soit égale au rayon équinoctial SM.

16. Si la ligne équinoctiale EN n'étoit pas assez longue, afin d'y marquer les points de la septième heure du matin & de la cinquième du soir, ou même de la huitième du matin & de la quatrième du soir, on pourroit employer la méthode suivante pour décrire les lignes de ces heures, pourvû qu'il y eût sept lignes horaires consécutives déjà tirées, par exemple, celles de IX heures, de X, de XI, de XII, de I, de II, de



III. Il faut couper la dernière ligne, qui est celle de trois heures, par une parallèle OR à la ligne de neuf heures, & qui rencontre les lignes CI & CII. (Les lignes horaires CIX & CIII sont séparées l'une de l'autre par six intervalles horaires, & cela est nécessaire pour la pratique de cette méthode.) Ensuite on prendra avec le compas la distance du point d'intersection L au point T, qui est le point de rencontre de la parallèle OR avec la ligne horaire CII : & on marquera sur OR une distance égale LQ de l'autre côté du point L : de même on prendra LO égale à la distance du point L au point R, qui est l'intersection de la parallèle & de la ligne horaire CI ; si du centre C on tire deux lignes qui passent par les points Q & O, ce seront les lignes horaires de quatre & de cinq heures. Pareillement pour décrire les lignes de sept & de huit heures du matin, il faut couper la ligne CIX par une parallèle à la ligne de 3 heures, sur laquelle on marquera deux points qui soient autant éloignés du point d'intersection de la parallèle avec la ligne CIX, que les points de rencontre de cette parallèle avec les lignes horaires CX & CXI. Nous donnerons la raison de cette pratique vers la fin du second Livre.

Il faut prendre garde qu'il est bon dans la pratique de ne pas mettre les heures plus éloignées du midi que VI heures, quand le plan du Cadran est petit ; afin que le centre étant plus distant de l'extrémité des lignes horaires, ces lignes s'écartent davantage les unes des autres : ce qui rend le Cadran plus parfait.

17. L'angle SCP que fait l'axe avec la méridienne, est d'autant moindre que la hauteur du pôle est petite, puisque par la construction cet angle est égal à la hauteur du pôle : & lorsque cet angle est fort petit, alors le centre du Cadran est très-éloigné de la hauteur SP & de l'équinoctiale EN, pour peu que la hauteur SP soit grande. C'est pourquoi dans ce cas les lignes horaires approchent du parallélisme, c'est-à-dire, qu'elles sont presque parallèles :

parallèles: c'est ce qui arrive dans la zone torride proche de l'équateur, où il y a une très-petite latitude, laquelle est toujours égale à la hauteur du pôle.

18. Si on fait un Cadran horifontal dans la sphere droite, c'est-à-dire, sous l'équateur même, les lignes horaires doivent être parallèles entre elles, parce que l'axe du monde étant parallèle à l'horifon de cette sphere, il ne peut couper le plan horifontal du Cadran, & par conséquent le Cadran n'a point de centre ni de ligne de six heures, qui seroit inutile dans cette sphere, puisque le soleil s'y leve toujours à six heures du matin, & se couche à six heures du soir. En traçant ce Cadran il faut prendre la distance AM entre le centre du cercle à décrire & l'équinoctiale, il faut prendre, dis-je, cette distance égale à la hauteur du stile, & de plus l'équinoctiale doit passer par le pied du stile. Il faut aussi que les lignes horaires soient perpendiculaires à l'équinoctiale comme la méridienne ou la soustilaire même; autrement les lignes horaires ne seroient pas parallèles à la méridienne, qui est la ligne horaire de 12 heures.

19. Si au lieu du stile on prend une lame pour indiquer les heures dans la Sphere droite, il faut l'enfoncer dans la méridienne perpendiculairement au plan du Cadran; en sorte que le bord supérieur qui représente l'axe du Monde, soit parallèle au Cadran? & alors ce bord montrera les heures par son ombre, pourvû que la hauteur de la lame qui est hors du plan, soit égale au rayon AM. Ce Cadran est appelé *Polaire*, parce que son plan tend vers les deux poles du Monde, c'est-à-dire, que s'il étoit prolongé, il passeroit par ces deux points.

20. Si on faisoit un Cadran horifontal dans la sphere parallèle, je veux dire sous les poles, il seroit équinoctial, tel qu'est celui dont nous avons donné la construction dans le premier Problème, parce que l'horifon dans ce lieu est parallèle à l'équateur.

21. Après tout ce que nous avons dit, nous remar-

querons encore qu'il est utile dans la pratique des Cadrans horifontaux de tirer deux lignes méridiennes parallèles entre elles, dont la distance soit égale à l'épaisseur de la lame de fer ou de cuivre dont on veut se servir pour marquer les heures, & pour lors un des côtés de l'arête ou du bord supérieur de la lame montre les heures du matin, & l'autre côté marque celles du soir. Dans ce cas il y aura deux centres du Cadran, & les lignes horaires du matin doivent être tracées par rapport à une des méridiennes; c'est la plus occidentale, & celle d'après midi par rapport à l'autre. Il faut néanmoins excepter les lignes horaires du matin qui précèdent celles de six heures, lesquelles doivent passer par le même centre que celles de l'après-midi, parce que la ligne de cinq heures du matin, par exemple, est la même ligne prolongée que celle de 5 heures du soir. Par la même raison les lignes horaires qui désignent les heures qui sont après la sixième du soir, doivent passer par le même centre que celles d'avant midi. Cette pratique de tirer deux lignes méridiennes est d'autant plus nécessaire, que la lame est plus épaisse.

On peut voir la représentation d'un Cadran fait de cette manière dans la figure 3, dans laquelle les lignes horaires du matin sont tracées par rapport à la méridienne *cm* & au centre *c*; & celles du soir le sont par rapport à la méridienne *CM* & au centre *C*. Quand nous disons les lignes horaires du matin & du soir, nous entendons celles qui sont entre la ligne de six heures & la méridienne: car pour les lignes qui montrent les heures qui précèdent la sixième du matin, elles doivent passer par le centre *C*; & celles qui indiquent les heures du soir après la sixième, passent par le centre *c*, & sont tirées par rapport à la méridienne *cm*.

22. Si on veut se servir d'une lame triangulaire pour marquer les heures, il faut avant de l'enfoncer dans le plan du Cadran, tirer une ligne comme *CP*, fig. 4, sur cette lame vers le bas, qui fasse avec le bord *SC* un



angle SCP égal à la hauteur du pôle, cette ligne sert à juger si on a enfoncé la lame dans le plan de la manière convenable : car elle doit être parallèle au plan. Et de plus le sommet de l'angle SCP doit être au centre du Cadran. Cette lame doit encore être perpendiculaire au plan. Or on peut aisément connoître avec un compas si la lame est dans cette situation : il ny a qu'à voir si le point S est également éloigné des points 10 & 2 de l'équinoctiale, ou des points 9 & 3. Voici quelques Corollaires qui suivent du second Problème.

## COROLLAIRE PREMIER.

*Qui contient une seconde méthode de tracer des Cadrans Horizontaux.*

23. Si on prend le rayon AM pour sinus total, les lignes MI, MII, MIII, MIIII, &c. ou leurs égales MXI, MX, MIX, &c. seront les tangentes des angles horaires du Cadran équinoctial. Or ces angles sont connus : car l'angle MAI est de 15 degrés, l'angle MAII en contient 30, l'angle MAIII, 45, &c. Par conséquent si on connoît la ligne AM, on trouvera la longueur des tangentes MI, MII, MIII, &c. Par exemple, si AM contient mille parties, dont chacune soit égale à la 12<sup>me</sup> partie d'un pouce, MI en contiendra 268, MII, 577, MIII, 1000, MIIII 1732, MV, 3732. Ces nombres sont ceux qui se trouvent dans les tables des tangentes en ôtant les deux derniers chiffres, de même qu'on a le rayon 1000, si on retranche les deux derniers chiffres du rayon 100000, tel qu'il est dans les Tables que nous avons fait imprimer.

24. On peut par le moyen de ce Corollaire construire des Cadrans horizontaux avec une facilité extrême : il faut avoir pour cela une échelle divisée en parties égales, & prendre un rayon équinoctial qui contienne 1000 de ces parties, pour lors les tangentes des angles MAI, MAII, MAIII, MAIIII, &c. contiendront les nombres des parties de l'échelle que l'on vient de marquer.

Fig. 2.

25. Mais quand bien même le rayon équinoctial seroit plus grand ou plus petit que mille parties de l'échelle, on pourroit toujours faire le Cadran avec facilité, pourvû que la différence entre le rayon & la longueur de mille parties fût une aliquote de ces mille parties, comme si le rayon contenoit 1500 ou 1250 parties égales, c'est-à-dire, 1000 & la moitié ou le quart de 1000 : car il suffiroit alors d'ajouter aux nombres 268, 577, 1000, 1732, & 3732, les moitiés ou les quarts de ces nombres, & on auroit les sommes 402,  $86\frac{1}{2}$ , 1500, 2598, 5598; ou 335,  $72\frac{1}{4}$ , 1250, 2165, 4665, qui font les tangentes des angles marqués ci-dessus, en supposant le rayon de 1500 ou de 1250 parties égales. Si au contraire le rayon étoit moindre que mille parties, comme s'il en contenoit seulement 500 ou 750, alors il faudroit retrancher des nombres 268, 577, &c. les moitiés ou les quarts de ces nombres, & les restes seroient les tangentes des angles en posant le rayon de 500 ou de 750 parties. On verra dans le second Corollaire comment on trouve le centre du Cadran, lorsque le nombre des parties du rayon équinoctial est déterminé.

26. Si le Cadran n'avoit pas assez d'étendue, & que la ligne équinoctiale ne fût pas assez longue pour prendre toutes ces tangentes, on pourroit y suppléer en tirant une parallèle à l'équinoctiale, qui coupât la méridienne CM en deux parties égales. Il est évident que la distance de cette parallèle au centre du Cadran ne seroit que la moitié de la distance de l'équinoctiale au même centre; par conséquent les bases des angles horaires prises sur cette parallèle ne seroient que la moitié des bases des mêmes angles prises sur l'équinoctiale : par exemple, si la base MV de l'angle horaire MCV, laquelle est la tangente de l'angle MAV, est de 3732 parties, la base mv n'en contiendra que 1866. Si la distance Cm avoit été seulement le quart de la distance CM, les bases prises sur la parallèle n'auroient été que les quarts

des bases prises sur l'équinoctiale; & de même si  $Cm$  Fig. 24 avoit été dix fois plus petite que la méridienne  $CM$ , les bases des angles horaires sur la parallèle n'auroient été que les dixièmes des bases sur l'équinoctiale. Cela posé, il faut par le moyen de l'échelle des parties égales prendre des bases sur la parallèle qui soient proportionnées à la distance de cette parallèle au centre, les lignes tirées du centre aux extrémités de ces bases seront les lignes horaires cherchées.

## COROLLAIRE SECOND.

27. On peut trouver  $CM$ , qui est la distance du centre à l'équinoctiale, par la ligne  $AM$  ou  $SM$ , que l'on connoît, ou que l'on prend d'une longueur arbitraire: car dans le triangle rectangle  $CSM$ , outre l'angle droit  $S$ , l'angle  $C$ , qui est égal à l'élévation du pôle est supposé connu, aussi-bien que l'angle  $M$  qui est son complément. De plus on connoît aussi le côté  $SM$  par l'hypothèse: par conséquent on pourra trouver la distance  $CM$ , qui est le côté opposé à l'angle droit  $CSM$ : il n'y aura qu'à faire cette analogie dont les trois premiers termes sont connus: *Le sinus de l'élévation du pôle  $SCM$  est au côté  $SM$  comme le sinus total ou le sinus de l'angle droit  $CSM$  est au côté  $CM$ .*

28. REMARQUE. Ce Corollaire sert également à trouver par le calcul le point  $M$  par où doit passer l'équinoctiale lorsque le centre  $C$  est donné, ou le centre  $C$  quand c'est le point  $M$  de l'équinoctiale qui est donné ou pris à volonté. La Géométrie fait aussi trouver l'un & l'autre. Nous avons déjà vû (8) comment on détermine le point  $M$  par le centre  $C$ ; voici la maniere de trouver le centre par le point  $M$ : on tirera de ce point  $M$  la ligne  $SM$  qui fasse avec  $CM$  l'angle  $SMC$  égal à l'élévation de l'équateur ou au complément de la hauteur du pôle: ensuite on décrira la ligne  $CS$  qui forme l'angle droit  $CSM$  avec la première ligne  $SM$ , le point  $C$  qu'elle rencontrera sur la méridienne  $CM$  sera le centre cherché.



Fig. 2.

29. Si on connoît la hauteur  $SP$ , ou qu'on la prenne à volonté, on pourra trouver les lignes  $CP$  &  $PM$  qui montreront la distance du centre à la ligne équinoctiale: Dans l'un & l'autre triangle rectangle  $CPS$  &  $SPM$  on connoît trois choses, sçavoir, la hauteur  $SP$ , qui est le côté commun à l'un & à l'autre triangle, l'angle droit dans l'un & l'autre, & dans le premier l'angle  $SCP$ , qui est égal à la hauteur du pole; & dans le second, l'angle  $SMP$ , qui en est le complément. Par conséquent on trouvera les côtés  $CP$  &  $PM$ , qui sont les tangentes des angles  $CSP$  &  $MSP$  en prenant la hauteur  $SP$  pour rayon d'une circonférence dont le centre soit  $S$ . On pourra aussi trouver  $SM$  qui est le côté opposé à l'angle droit  $SPM$ . Or si on connoît les trois lignes  $CP$ ,  $PM$  &  $SM$  ou  $AM$  avec la hauteur du pole  $SCM$ , on pourra trouver les points horaires sur la ligne équinoctiale  $EN$ ; ou par la méthode géométrique expliquée dans le Problème, ou par la méthode du calcul que l'on a exposé dans le premier Corollaire.

30. Voici les analogies par lesquelles on trouvera les trois lignes  $CP$ ,  $PM$  &  $SM$  ou  $AM$ , en prenant pour rayon dans les deux premières la hauteur  $SP$ , que l'on suppose connue, & en suivant la règle générale pour la troisième.

*Le sinus total est à la tangente de l'angle  $CSP$ , comme la hauteur  $SP$  est à  $CP$ .*

*Le sinus total est à la tangente de l'angle  $MSP$ , comme la hauteur  $SP$  est à  $PM$ .*

*Le sinus de l'angle  $SMP$  est à la hauteur  $SP$  comme le sinus total est à  $SM$  ou  $AM$ .*

31. On peut aussi trouver par la Géométrie les trois lignes  $CP$ ,  $PM$  &  $SM$ , quand la hauteur  $SP$  est donnée ou prise à volonté: il n'y a qu'à tirer la ligne  $CS$  qui fasse avec  $SP$  un angle  $CSP$  égal au complément de la hauteur du pole, & l'autre ligne  $SM$  qui fasse avec la même  $SP$  l'angle  $MSP$  égal à la hauteur du pole.

# TROISIÈME MÉTHODE

*de tracer un Cadran horizontal.*

32 Il faut tracer une ligne CM que l'on regardera Fig. 2.  
comme la méridienne, & tirer par le point C que l'on  
prendra pour centre du Cadran, une autre ligne BCb  
perpendiculaire à CM: ce sera la ligne de six heures.  
On fera ensuite avec le compas les trois parties CB,  
Cb & CK égales chacune à 1000 parties de l'échelle,  
qui est tracée sur l'équerre de plusieurs estuis de Ma-  
thématique. Après cela on tirera les lignes BD, bd pa-  
rallèles à CM: enfin on menera par le point K la ligne  
DKd perpendiculaire à la méridienne CM.

33. Après avoir tiré toutes ces lignes ou même  
avant qu'on les ait tirées, on cherchera dans des tables  
des sinus les tangentes des angles horaires, c'est-à-dire,  
des angles que les lignes horaires forment avec la mé-  
ridienne. Or pour cela il faut connoître la valeur de ces  
angles, on la trouvera par le Problème III, ou, ce  
qui est beaucoup plus aisé, on les prendra dans la cin-  
quième table que nous avons placée à la fin de ce Traité.  
Par exemple, on verra que l'angle horaire qui répond à  
neuf heures est de 36 deg. 58 min. pour la latitude de  
Paris; dont la tangente est marquée dans les tables des  
sinus par le nombre 753. On cherchera de même les  
autres angles horaires & leurs tangentes. On observe-  
ra cependant que quand les angles horaires auront plus  
de 45 degrés, on prendra les cotangentes, c'est-à-dire,  
les tangentes de leur complément. Ainsi l'angle horaire  
qui répond à 7 heures du matin, étant de 70 degrés 25  
minutes à la latitude de Paris, on prendra la tangente  
du complément, qui est le nombre 356 en retranchant  
autant de chiffres à la fin qu'il en faut ôter du rayon ou  
sinus total pour qu'il ne reste que le nombre 1000.

34. Quand on aura les tangentes des angles horai-  
res, on prendra avec un compas ordinaire sur l'échelle  
des parties égales les nombres qui expriment ces tan-

**Fig. 2.** gentes : ainsi pour neuf heures on prendra sur l'échelle 753 parties, c'est-à-dire, qu'on ouvrira le compas, en sorte que l'intervalle des pointes contienne 753 parties de l'échelle : on gardera cette ouverture & on mettra une de ces pointes sur le point K de la méridienne, & on décrira ensuite de côté & d'autre sur la ligne Dd des petits arcs qui coupent cette ligne, les points d'intersection seront ceux de neuf heures du matin & de trois heures du soir. On fera la même chose pour tous les angles qui ne seront pas au-dessus de 45 degrés.

35. Quant à ceux qui surpasseront 45 deg. on prendra pareillement les nombres qui expriment les tangentes des complémens, on les prendra, dis-je, sur l'échelle avec le compas, on mettra une pointe sur le point B, & on décrira de l'autre un petit arc qui coupe BD : puis en conservant toujours la même ouverture on mettra aussi une pointe sur le point b, & on décrira un arc qui coupe la ligne bd ; les points d'intersection seront les points horaires des lignes BD & bd. On tirera ensuite du centre à tous ces points des lignes droites ; ce seront les lignes horaires.

On voit bien que les angles que font les lignes horaires avec la ligne BCB sont les complémens des angles horaires, c'est-à-dire, des angles que font ces mêmes lignes avec la méridienne CM : c'est pourquoi on prend les cotangentes des angles horaires qui surpassent 45 degrés, afin de les marquer sur les lignes BD & bd.

Afin d'éviter les méprises en cherchant les tangentes des angles horaires, il sera bon d'écrire dans une colonne la valeur des angles horaires moindres que 45 degrés, & de mettre à la gauche les heures qui leur répondent. Ensuite on placera les tangentes des angles à la droite. On écrira pareillement la valeur des angles horaires qui surpassent 45 degrés dans une colonne avec les heures à la gauche & les cotangentes à la droite. Voici un exemple de la manière de disposer les



colonnes des heures, des angles horaires & des tangentes : on suppose la latitude de 48 deg. 50 min.

heures du soir.	heu.	min.	deg.	mi.	tang.	heu.	mi.	deg.	mi.	cotang.
	0	15 <sup>m</sup>	2 <sup>d</sup>	50 <sup>i</sup>	49	4 <sup>h</sup>	0 <sup>m</sup>	52	31	767
	0	30	5	40	99	4	30	61	11	550
	0	45	8	31	150	5	0	70	25	356
	1	0	11	24	202	5	30	80	5	175
	1	15	14	20	256					
	1	30	17	19	312					
	1	45	20	22	371					
	2	0	23	30	435					
	2	30	30	1	578					
	3	0	36	58	753					
	3	30	44	27	981					

Nous avons toujours supposé qu'il y avoit une échelle de mille parties égales gravée sur l'équerre, comme elle s'y trouve effectivement dans plusieurs estuis de mathématique : mais si cette échelle ne s'y trouvoit pas, on pourroit se servir de celle de 200 parties qui est toujours sur le compas de proportion. Nous expliquerons dans le quatrième Livre à la fin de la méthode de tracer la méridienne du tems moyen, comment on peut faire usage de cette échelle de 200 parties, en faisant attention que 200 est la cinquième partie de 1000.

#### QUATRIÈME MÉTHODE de tracer un Cadran horisontal.

Il y a une autre méthode très-facile & très-sûre dans la pratique, pour trouver les points horaires sur l'équinoctiale : l'application en est d'autant plus commode, qu'elle ne suppose ni table des tangentes, ni échelle divisée en parties égales. Voici cette méthode.

36. 1°. Il faut prendre avec un compas ordinaire la ligne M<sub>9</sub> égale au rayon AM, & prendre aussi la ligne M<sub>3</sub> de la même longueur, les points 9 & 3 seront les points de neuf & de trois heures. 2°. On ouvrira le compas de maniere que la distance des deux extrémités

Fig. 54

Fig. 5. ou pointes soit égale au diamètre FG, ou à la ligne 9-3, qui est une partie de l'équinoctiale : on mettra ensuite une pointe sur le centre A, & on portera l'autre sur la ligne équinoctiale de côté & d'autre du point M : cette seconde pointe désignera les points 8 & 4, de huit heures du matin & de quatre heures du soir. 3°. On gardera la même ouverture du compas, puis on appliquera une de ses extrémités sur le point 8, & on portera l'autre sur la partie de l'équinoctiale opposée à la méridienne : cette autre extrémité désignera le point de sept heures du matin. Mais si on tourne la seconde extrémité vers l'autre partie de l'équinoctiale, cette extrémité marquera le point d'une heure après midi au-delà de la méridienne, pourvu que la première demeure toujours posée sur le point 8. Pareillement gardant la même ouverture du compas, & une des extrémités étant appliquée au point 4, l'autre extrémité déterminera les points 5 & 11. Enfin on divisera les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales, les deux points de division les plus proches du point M seront ceux de 10 heures & de 2 heures.

37. On peut faire ici une remarque, semblable à celle que nous avons faite après le premier Corollaire du second Problème (art. 26.) Si la ligne équinoctiale n'étoit pas assez longue, il faudroit lui mener une parallèle plus proche du centre du Cadran, & regarder cette parallèle comme une autre équinoctiale, dont le rayon seroit moindre que celui de la première équinoctiale à proportion de la distance du centre du Cadran; en sorte que si la distance Cm du centre à la seconde équinoctiale étoit, par exemple, la moitié de CM, qui est la distance du même centre à la première, son rayon am ou sm ne seroit aussi que la moitié du premier rayon AM ou SM. Si Cm étoit le quart de CM, le rayon am seroit aussi le quart de AM, à cause des triangles semblables CMS & Cms. Cela posé, au lieu du premier rayon équinoctial AM, il faudroit prendre

le second *am*, & marquer les points horaires sur la seconde équinoctiale, afin de tirer du centre des lignes qui passent par ces points: ce seroient les lignes horaires.

Fig. 34

38. On peut encore se servir de l'article 16 pour mener les autres lignes horaires, quand on a tiré les suivantes  $C_4, C_3, C_1, C_{11}, C_9, C_8$ . Il faut couper la ligne  $C_3$  par une parallèle à  $C_9$ , & au moyen de cette parallèle on tirera  $C_2$ , qui doit être autant éloignée de  $C_3$  que  $C_4$ , & pareillement on tirera  $C_5$ , autant éloignée de  $C_3$  que  $C_1$ , en prenant ces éloignemens sur la parallèle.

Cette quatrième méthode suppose trois propositions de Géométrie que nous allons prouver.

39. 1°. La tangente d'un arc ou d'un angle de 45 degrés est égale au rayon. Soit l'angle  $ACE$  de 45 deg. je dis que la tangente  $AE$  est égal au rayon  $CA$ : car le triangle  $CAE$  étant rectangle en  $A$ , la somme des angles  $C$  &  $E$  est égale à un angle droit. Or l'angle  $C$  ou  $ACE$  est de 45<sup>d</sup> par l'hypothèse; donc l'autre angle  $E$  vaut aussi 45<sup>d</sup>: ainsi puisque ces deux angles sont égaux, les côtés qui leur sont opposés sont aussi égaux, c'est-à-dire, que la tangente  $AE$  est égale au rayon  $CA$ .

Fig. 54

40. 2°. la sécante d'un arc ou d'un angle de 60 degrés est égale au diamètre. Soit l'angle  $ACF$  de 60 degrés, il faut prouver que la sécante  $CF$  est égale au diamètre du cercle. L'angle  $ACF$  ou  $ACD$  étant par l'hypothèse de 60 degrés, la corde  $AD$  est égale au rayon  $CD$  ou  $CA$ , le triangle  $DAC$  est équilatéral; par conséquent l'angle  $CAD$  est aussi de 60 degrés. Ainsi l'angle  $DAF$ , qui est l'autre partie de l'angle droit  $CAF$ , est de 30 deg. Or l'angle  $CFA$  est aussi de 30 degrés, puisque l'on suppose que l'angle  $ACF$  du triangle rectangle  $CAF$  est de 60 degrés. Par conséquent les angles  $A$  &  $F$  du triangle  $ADF$  étant chacun de 30 degrés, il faut que les côtés opposés  $DF$  &  $AD$  ou  $CD$  soient égaux. Ainsi les deux parties  $CD$  &  $DF$  de la sécante  $CF$  sont chacune égales au rayon; donc la sécante entière est égale au diamètre.



**Fig. 6.** 41. 3°. La tangente de 60 degrés est triple de celle de 30 degrés. Soit la tangente AF de 60 degrés & l'autre tangente AB de 30 ; il faut prouver que la première est triple de la seconde. L'angle ACF étant par l'hypothèse de 60 degrés, & l'autre ACB de 30 , il s'ensuit que le premier est partagé également par CB : donc les deux parties de la base sont proportionnelles aux côtés de ce premier angle : ( Géom. Liv. I. Art. 161 ) c'est-à-dire , que BF est à BA , comme CF est à CA. Or CF est double de CD ou de CA , comme on vient de le prouver. Donc BF est aussi double de AB. Par conséquent AF est triple de AB.

Ces trois propositions étant prouvées, il n'y a plus qu'à en faire l'application pour rendre raison de la quatrième méthode.

**Fig. 5.** 42. 1°. La ligne M9 ou M3 est égale au rayon, parce que c'est la tangente de l'angle MA9 ou MA3 , qui est de 45 degrés. 2°. Lorsqu'on ouvre le compas de manière que la distance de ses extrémités est égale au diamètre FG , si on en met une sur le point A , l'autre désignera les points 8 & 4 : car la sécante d'un angle de 60 degrés, tel qu'est l'angle MA8 ou MA4 , est égale au diamètre : cette sécante est le rayon prolongé A8 ou A4. 3°. Dans le triangle rectangle AM8 , l'angle MA8 est de 60 degrés : par conséquent l'autre angle aigu A8M contient 30 degrés ; ainsi dans l'autre triangle A87 , l'angle 8 , qui est le supplément de l'angle A8M , contient 150 degrés, & d'ailleurs l'angle A ou 7A8 étant de 15 degrés, le troisième angle 7 est aussi de 15 degrés ; par conséquent le côté 8-7 est égal au diamètre ou au côté A8. De plus dans le triangle 8A1 l'angle en A est égal à l'angle en 1 , parce qu'ils contiennent chacun 75 degrés ; par conséquent le côté 8-1 est égal au côté A8 ou au diamètre : il faut dire la même chose des lignes 4-5 , & 4-11 , qui sont aussi égales chacune au diamètre. 4°. Enfin la tangente de 60 degrés étant trois fois plus grande que la tangente de 30 deg.

M8 sera triple de M10, & M4 sera aussi triple de M2 : c'est pourquoi on trouvera les points de dix & de deux heures, si on partage les lignes M8 & M4 chacune en trois parties égales.

43. Cette quatrième méthode peut aussi être employée pour marquer les demies & même les quarts sur la ligne équinoctiale ; c'est ce que nous allons expliquer. Pour marquer les demies après midi, en commençant par celles qui sont plus près de la méridienne, il faut mettre une des pointes du compas sur l'équinoctiale aux points des heures impaires, c'est-à-dire, de 7, de 9, de 11, de 1, de 3, de 5, & ouvrir le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A : après quoi la première pointe du compas étant toujours appliquée sur l'endroit de l'équinoctiale où on l'a mise, l'autre pointe portée aussi sur l'équinoctiale marquera une demie : ainsi 1°. Je mets une pointe du compas sur l'équinoctiale au point de sept heures du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe sur le centre A, alors tenant toujours la première pointe sur le point de sept heures, je transporte la seconde sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de midi & demi. 2°. Mettant de même une pointe sur neuf heures, & ouvrant le compas jusqu'à ce que la distance des deux pointes soit égale à  $9A$ , je transporte la seconde pointe sur l'équinoctiale en laissant la première au point de neuf heures, & pour lors la seconde pointe atteint au point de  $1^h\frac{1}{2}$ . Je continue de même pour marquer les autres demies : c'est pourquoi afin de marquer  $5^h\frac{1}{2}$  du soir, je mets une pointe du compas sur cinq heures du soir, & l'autre sur le centre A : ensuite laissant la première pointe à sa place, je porte l'autre sur l'équinoctiale, & le point où elle tombe est celui de  $5^h\frac{1}{2}$ .

Fig. 74

44. Après que les demies ont été marquées sur une partie de l'équinoctiale d'un côté de la méridienne, on pourroit se servir de la même méthode pour marquer

Fig. 7. aussi les demies sur l'autre partie : mais il est plus aisé de les déterminer en prenant sur l'équinoctiale, depuis la méridienne, des distances égales à celles qui sont du côté où les demies ont été marquées.

45. Quand les demies sont désignées, on peut déterminer ainsi les points des quarts après midi, en commençant par ceux qui sont les plus près de midi. Il faut mettre une pointe du compas sur tous les points des demies, tant celles qui précèdent midi, que celles qui le suivent. Après cela on ouvre le compas autant qu'il est nécessaire pour que la seconde pointe tombe sur le centre A : puis laissant toujours la première pointe dans l'endroit où elle est, on transporte la seconde sur l'équinoctiale, le point où elle tombe est un quart. Ainsi pour marquer midi & un quart, je mets une pointe de compas sur  $6^h\frac{1}{2}$  du matin, & j'ouvre le compas jusqu'à ce que l'autre pointe tombe au centre A ; après cela tenant la première pointe à sa place, je transporte la seconde sur l'équinoctiale vers la méridienne, le point auquel elle aboutit est celui de midi un quart. On pourroit par la même méthode se servir des quarts pour marquer les demi-quarts.

46. Au reste, comme il arrive souvent qu'on ne peut assez prolonger l'équinoctiale pour qu'elle contienne le point de  $6^h\frac{1}{2}$  du matin, on pourra aisément trouver le point de midi un quart, en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la méridienne & la ligne de midi & demi : car le point de division sera celui de midi un quart : de même en divisant par le milieu la partie de l'équinoctiale comprise entre la ligne de midi & demi & celle d'une heure, le point de division sera celui de midi trois quarts. Il n'y a point dans cette pratique d'erreur sensible, sur-tout pour le point de midi un quart. Ces deux points feront trouver ceux de onze heures trois quarts & de onze heures un quart, puisque ces deux derniers points sont autant éloignés de la méridienne, que ceux de midi un quart & de midi



trois quarts. On peut de la même manière marquer les demi-quarts auprès de la méridienne en partageant les intervalles des quarts en deux parties égales.

47. Pour démontrer la pratique des art. 43 & 45, nous supposons que chacun des angles sur la base d'un triangle isocèle est égal à un angle droit moins la moitié de l'angle compris entre les côtés égaux : par exemple, si l'angle compris entre les côtés égaux d'un triangle isocèle est de 52 degrés, chacun des angles sur la base est égal à un angle droit moins la moitié de 52 degrés, car dans ce cas chaque angle sur la base est de 64 degrés. Or  $64 = 90 - 26$ . Cela vient de ce que les deux angles sur la base, qui sont égaux entre eux, étant joints au troisième, valent ensemble deux angles droits : car de-là il s'ensuit que chaque angle sur la base plus la moitié de l'angle au sommet valent un angle droit.

48. Cela posé, nous prendrons pour exemple le point de midi & demi ( nous l'appellerons L ) que l'on trouve en mettant une pointe du compas sur le point de sept heures du matin. Il faut prouver que l'angle MAL est de  $7^{\text{d}\frac{1}{2}}$ , puisque le soleil parcourant 15 deg. par heure, il doit faire  $7^{\text{d}\frac{1}{2}}$  dans une demie-heure. Le triangle AM7 est rectangle en M ; de plus MA7 est de 75 degrés, puisqu'il y a 5 heures d'intervalle depuis 7 heures du matin jusqu'à midi ; ainsi l'angle A7M étant le complément de l'angle MA7, il vaut 15 degrés. Cela étant, en tirant la ligne AL on aura le triangle A7L, qui est isocèle par la construction, & dont chacun des angles sur la base AL est un angle droit moins la moitié de l'angle opposé à la base, lequel est de 15 deg. Ainsi l'angle LA7 est de 90 degrés moins  $7^{\text{d}\frac{1}{2}}$ , c'est-à-dire, qu'il vaut  $82^{\text{d}\frac{1}{2}}$ . Or l'angle MA7 est de 75 degrés ; par conséquent l'angle MAL, qui est l'autre partie de LA7, vaut  $7^{\text{d}\frac{1}{2}}$ . On prouvera par un raisonnement semblable que l'angle MAR est de  $22^{\text{d}\frac{1}{2}}$ . ( Nous nommons R le point que l'on a trouvé pour une heure & demie. ) Il

Fig. 71

**Fig. 7.** en est ainsi des autres points que l'on trouve pour marquer les demies.

On fera voir aussi de la même manière que les points des quarts sont bien marqués en suivant la méthode prescrite. Nous allons le prouver pour le point K, qui est celui de midi un quart, que l'on détermine en mettant une des pointes du compas sur le point de  $6^{\text{h}} \frac{1}{2}$  du matin, que nous appellons O. Il faut montrer que l'angle MAK est de  $3^{\text{d}} 45'$ .

49. Dans le triangle rect. OMA, l'angle MAO vaut  $82^{\text{d}} 30'$ ; ainsi l'angle O est de  $7^{\text{d}} 30'$ . Or le triang. AOK est isocèle par la construction; par conséquent chacun des deux angles sur la base AK est égal à un angle droit moins  $3^{\text{d}} 45'$  qui est la moitié de l'angle O; donc l'angle OAK est de  $86^{\text{d}} 15'$ . Or l'angle MAO vaut  $82^{\text{d}} 30'$ ; donc l'angle MAK, qui est l'autre partie de OAK, est de  $3^{\text{d}} 45'$ .

On prouvera par un raisonnement semblable que pour trouver midi trois quarts il faut mettre une pointe du compas sur  $7^{\text{h}} \frac{1}{2}$  du matin; pour  $1^{\text{h}} \frac{1}{4}$ , sur  $8^{\text{h}} \frac{1}{2}$ ; pour  $1^{\text{h}} \frac{3}{4}$ , sur  $9^{\text{h}} \frac{1}{2}$ ; pour  $2^{\text{h}} \frac{1}{4}$ , sur  $10^{\text{h}} \frac{1}{2}$ ; pour  $2^{\text{h}} \frac{3}{4}$ , sur  $11^{\text{h}} \frac{1}{2}$ ; pour  $3^{\text{h}} \frac{1}{4}$ , sur midi & demi, pour  $3^{\text{h}} \frac{3}{4}$ , sur  $1^{\text{h}} \frac{1}{2}$ ; ainsi de suite.

### PROBLÈME III.

**Fig. 2.** 50. La hauteur du Pole sur l'horison étant connue, trouver les angles horaires MCI, MCII, MCIII, MCIII, &c. du Cadran horizontal, ou ceux qui leur sont égaux MCXI, MCX, MCIX, MCVIII, &c.

Il faut faire l'analogie suivante, dont les trois premiers termes sont connus par les tables des sinus & des tangentes.

Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, ainsi la tangente de l'angle horaire MAI ou MAII, ou MAIII, dans le Cadran Equinoctial, est à la tangente de l'angle horaire MCI, ou MCII, ou MCIII, dans le Cadran Horizontal.

DÉMONSTRATION.

DÉMONSTRATION.

Qu'on prenne le côté CM dans le triangle rectangle Fig. 23  
CMI du Cadran horifontal pour le sinus total dont  
le centre foit C, le côté MI fera la tangente de l'angle  
horaire MCI : ainfi on aura cette proportion, CM.  
MI: :S.T. T.MCI, c'est-à-dire, CM est à MI, com-  
me le sinus total est à la tangente de l'angle horaire MCI.  
De même fi dans le triangle rectangle AMI du Cadran  
équinoctial on prend le côté AM pour le sinus total ou  
le rayon, le côté MI fera la tangente de l'angle MAI;  
on aura donc cette autre proportion, AM. MI: :S.T.  
T.MAI. Or comme dans toute proportion le produit  
des extrêmes est égal à celui des moyens, la première  
proportion donnera cette égalité,  $CM \times T.MCI =$   
 $MI \times S.T.$ , & la seconde proportion donnera  $AM \times T.$   
 $MAI = MI \times S.T.$  Or le second membre de ces deux  
équations est le même; par conséquent les deux pre-  
miers membres  $CM \times T.MCI$  &  $AM \times T.MAI$  font  
égaux : d'où on tire la nouvelle proportion CM.AM  
::T.MAI. T.MCI. Mais la ligne AM est égale à la  
ligne SM par l'hypothèse; on aura donc la proportion  
fuivante, CM.SM: :T.MAI.T.MCI. Or cette ligne  
SM est le sinus de l'angle MCS, ou de la hauteur du  
pole, en prenant CM pour rayon ou sinus total. Par  
conséquent la dernière proportion se réduit à celle-ci;  
*Le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole, comme  
la tangente de l'angle horaire du Cadran équinoctial  
est à la tangente de l'angle horaire correspondant dans  
le Cadran horifontal.* Ce qu'il falloit démontrer.

§ 1. Les angles MAI, MAII, MAIII du Cadran  
équinoctial font égaux à la distance du soleil au méri-  
dien à une heure, à deux heures, à trois heures : ainfi  
on pourroit mettre ces distances à la place de ces an-  
gles. D'ailleurs la latitude est toujours égale à l'éléva-  
tion du pole; ainfi la proportion précédente se réduit à



celle-ci: *Le sinus total est au sinus de la latitude, comme la tangente de la distance du Soleil au méridien pour une heure proposée, est à la tangente de l'angle horaire horizontal qui répond à cette heure.*

## C O R O L L A I R E.

52. Dans tous les Cadrans horizontaux qui sont sur un même cercle parallèle à l'équateur, les angles horaires de l'un sont égaux aux angles correspondans de l'autre: mais il n'en est pas de même, si on compare les Cadrans horizontaux d'un parallèle avec ceux d'un autre parallèle: car les angles des Cadrans d'un parallèle plus proche de l'équateur sont moindres que les angles de ceux d'un parallèle plus éloigné. Cela paroît par la proportion établie ci-dessus, puisque quand il s'agit des Cadrans d'un parallèle plus proche de l'équateur, le second terme de cette proportion, qui est le sinus de la latitude, étant plus petit, il faut que le 4<sup>me</sup> terme soit aussi plus petit. Or ce 4<sup>me</sup> terme est la tangente de l'angle horizontal.

53. Cela n'empêche pas que dans un lieu d'une certaine latitude on ne puisse se servir d'un Cadran horizontal fait pour un autre degré de latitude: par exemple, si un Cadran horizontal est tracé pour le 50<sup>me</sup> degré de latitude, on peut s'en servir dans un lieu qui est au 40<sup>me</sup> degré, pourvu que dans ce lieu on incline de façon qu'il soit parallèle à l'horison du 50<sup>me</sup> degré sous le même méridien, & que d'ailleurs il soit bien orienté, c'est-à-dire, placé comme il faut par rapport au nord & au sud, à l'Orient & à l'occident: car dans ce cas le Cadran pourra être considéré comme s'il étoit dans le plan de l'horison du 50<sup>me</sup> degré: mais il est évident que ce Cadran ne sera pas horizontal sur le 40<sup>me</sup> degré, puisqu'il doit y être incliné, afin qu'il puisse montrer les heures.

54. Il n'est pas fort difficile de disposer dans un lieu un plan parallele à l'horison d'un autre lieu qui est sous le même méridien, mais dont la latitude est différente : car il suffit pour cela que ce plan fasse avec l'horison du lieu où il est, un angle égal à la différence des latitudes des lieux : par exemple, pour rendre un plan qui est au  $40^{\text{me}}$  degré de latitude parallele à l'horison du  $50^{\text{me}}$  degré sous le même méridien, il faut disposer ce plan de maniere qu'il fasse un angle de dix degrés avec l'horison du lieu où il est, de sorte que le sommet de cet angle soit vers le nord, & la base tournée vers le sud : mais si on vouloit disposer sur le  $50^{\text{me}}$  degré un plan parallele à l'horison du  $40^{\text{me}}$ , il faudroit que le sommet de l'angle fût tourné au sud & la base au nord.

55. Afin qu'on entende mieux la méthode de ce Problème, nous allons donner un exemple d'un Cadran horisontal qu'il s'agit de tracer à la latitude de Paris, qui est de  $48^{\text{d}} 51'$ . Le sinus total est de 100000, le sinus de la hauteur du pole est 75299, la tangente de l'angle horaire MAI dans le Cadran équinoctial, c'est-à-dire, la tangente de 15 degrés est 26795 ; par conséquent dans la présente hypothèse, les trois premiers termes de la proportion sont, 100000, 75299, 26795. Ainsi pour avoir le quatrième, il faut multiplier le second & le troisième l'un par l'autre, & diviser le produit 2,017,636,705 par 100000, le quotient 20176 sera la tangente de l'angle horaire MCI dans le Cadran horisontal. Or ce nombre est la tangente d'un angle de 11 degrés & environ 24 minutes ; par conséquent l'angle horaire MCI du Cadran horisontal dans un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole est de  $48^{\text{d}} 51'$  contient  $11^{\text{d}} 24'$ . On trouvera de la même maniere les autres angles horaires du Cadran horisontal.

56. Il seroit beaucoup plus facile de se servir des logarithmes : nous allons en faire usage pour le même

Fig. 2. exemple. Les logarithmes des trois premiers termes ; tels qu'on les trouve dans les Tables ordinaires à côté des angles, en retranchant les deux derniers chiffres 2 sont : 1000000 , 987679 , 942805. Il faut donc , comme nous le dirons ensuite , ajouter ensemble les deux derniers logarithmes , & retrancher le premier de la somme 1 , 930 , 484 , le reste sera 930484. On cherchera ce nombre dans la Table parmi les logarithmes des tangentes , & on trouvera que c'est le logarithme de la tangente  $11^{\text{d}} 24'$ .

Nous exposerons dans la préparation aux Livres suivans , la nature & l'usage des logarithmes.

Nous donnerons à la suite de ce Traité une Table composée sur ce Problème , laquelle contient les angles horaires du Cadran horizontal depuis le commencement du  $44^{\text{me}}$  degré de latitude , jusqu'à la fin du  $53^{\text{me}}$  degré.

### CINQUIÈME MÉTHODE de décrire un Cadran Horizontal

57. On peut aisément par le moyen de ce Problème & de la première Table que nous donnerons à la fin de ce Traité , tirer des lignes horaires dans le Cadran horizontal par le moyen d'un quart de cercle divisé exactement , ou plutôt d'une échelle divisée en parties égales : en effet pour tracer une ligne horaire comme CI , on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon CM contienne , par exemple , 1000 parties égales de l'échelle ; ensuite du point M , comme centre , & d'un intervalle égal à la corde de l'angle MCI que nous supposons de  $11^{\text{d}} 24'$  , laquelle contient 199 parties , le rayon en ayant 1000 , il faut décrire un angle qui coupe la circonférence en un point : après quoi on tirera du centre C du Cadran une ligne au point d'intersection de l'arc avec la circonférence , ce sera la li-



gne horaire CI. On fera la même chose pour les autres lignes horaires, en prenant toujours le point M pour le centre de tous les arcs qui coupent la circonférence.

58. On cherchera dans une table des sinus combien la corde de chaque angle horaire doit contenir de ces parties égales. Or la corde d'un angle est toujours double du sinus d'un autre angle qui est la moitié du premier : par exemple, la corde d'un angle de  $11^{\text{d}} 24'$  est double du sinus d'un autre angle de  $5^{\text{d}} 42'$  ; par conséquent le sinus de cet angle étant de 99 parties  $\frac{1}{3}$  en supposant le rayon de 1000, la corde de l'angle de  $11^{\text{d}} 24'$  est de 198, ou plutôt de 199.

59. Si le rayon CM contient plus ou moins de parties que 1000, alors les cordes des angles horaires deviendront plus grandes ou plus petites à proportion : par exemple, si le rayon CM contenoit 2000 parties, la corde de  $11^{\text{d}} 24'$  en auroit 398, qui est un nombre double de 199. Si le rayon étoit de 1500 parties, la corde de  $11^{\text{d}} 24'$  seroit de 298, lequel nombre contient 199, & de plus la moitié de 199, sçavoir 99.

60. Nous avons donc donné cinq méthodes pour faire des Cadrans horifontaux : la première, qui est expliquée dans le second Problème, est géométrique : la seconde, qui est exposée dans le premier Corollaire du second Problème, la troisième & la cinquième s'exécutent par un calcul que l'on trouve tout fait dans les Tables, & supposent aussi qu'on a une échelle de parties égales. Enfin la quatrième est géométrique, ainsi que la première. Outre ces cinq méthodes, nous en avons ajouté une (art. 16), par laquelle sept lignes horaires consécutives étant déjà tracées, on donne la manière de tirer les autres.

61. Nous finirons ce Livre par une remarque sur une petite erreur des Cadrans au moins à certaines heures ; ce sont celles d'avant & d'après midi : un Cadran, quoique bien fait & bien orienté avance un peu le matin & retarde un peu le soir. Cela vient de ce que la réfrac-

tions des rayons de lumière causée par l'air, fait paroître le Soleil plus élevé qu'il n'est, d'une quantité qui diminue à proportion que le Soleil s'éloigne davantage de l'horison, comme on peut le voir par la Table que nous avons placée après le quatrième Problème de la seconde section du Livre suivant. Ainsi l'erreur est d'autant moindre, que les heures marquées par le Cadran sont moins éloignées du midi. Cette erreur est même insensible vers les dix ou onze heures avant midi, & vers une heure ou deux après midi en Esté, à cause de la grande élévation du Soleil à ces heures-là.

Il paroît d'abord que cette réfraction devoit aussi causer de l'erreur à midi au moins en Hiver, puisque le Soleil est alors peu élevé sur l'horison. Mais il faut prendre garde que quand un astre est au méridien, l'excès d'élévation causé par la réfraction de l'air, ne le fait pas paroître hors du méridien, mais seulement à un point un peu plus élevé de ce cercle qu'il n'est effectivement : ainsi l'ombre de l'axe du Cadran ne peut tomber que sur la méridienne qui est l'intersection du plan du Cadran avec celui du méridien, soit que le Soleil soit plus élevé à cette heure, ou qu'il le soit moins. Cette remarque a lieu pour les Cadrans verticaux & pour les inclinés.

## P R É P A R A T I O N . A U X L I V R E S S U I V A N S .

**D**ANS la construction des Cadrans Verticaux on emploie souvent le calcul de la Trigonométrie rectiligne pour la résolution des triangles : on trouvera la méthode générale de ce calcul expliquée dans nos Elémens de Géométrie pour toutes sortes de triangles rectilignes : mais comme presque tous les triangles dont

fig. 1.

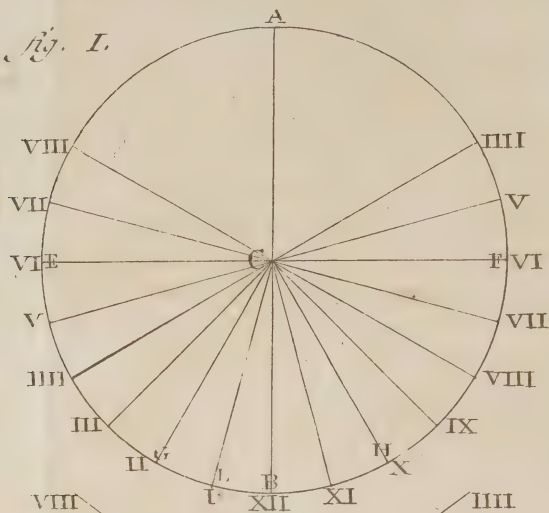
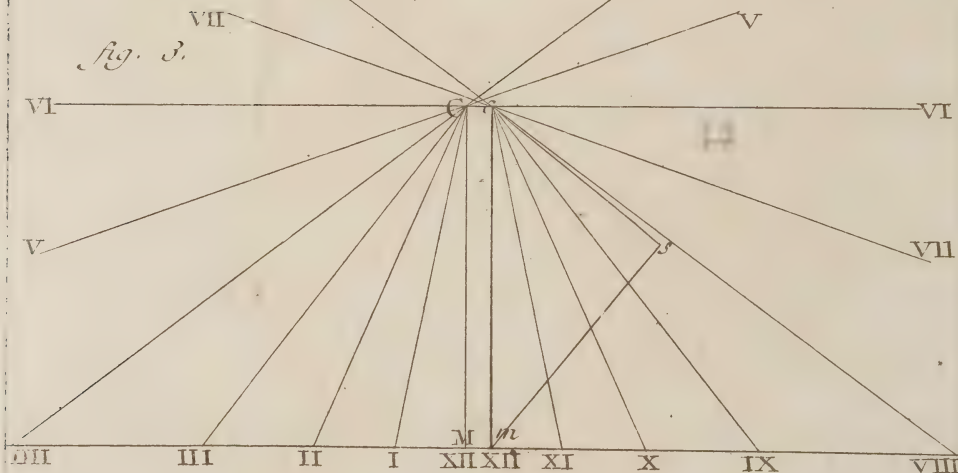
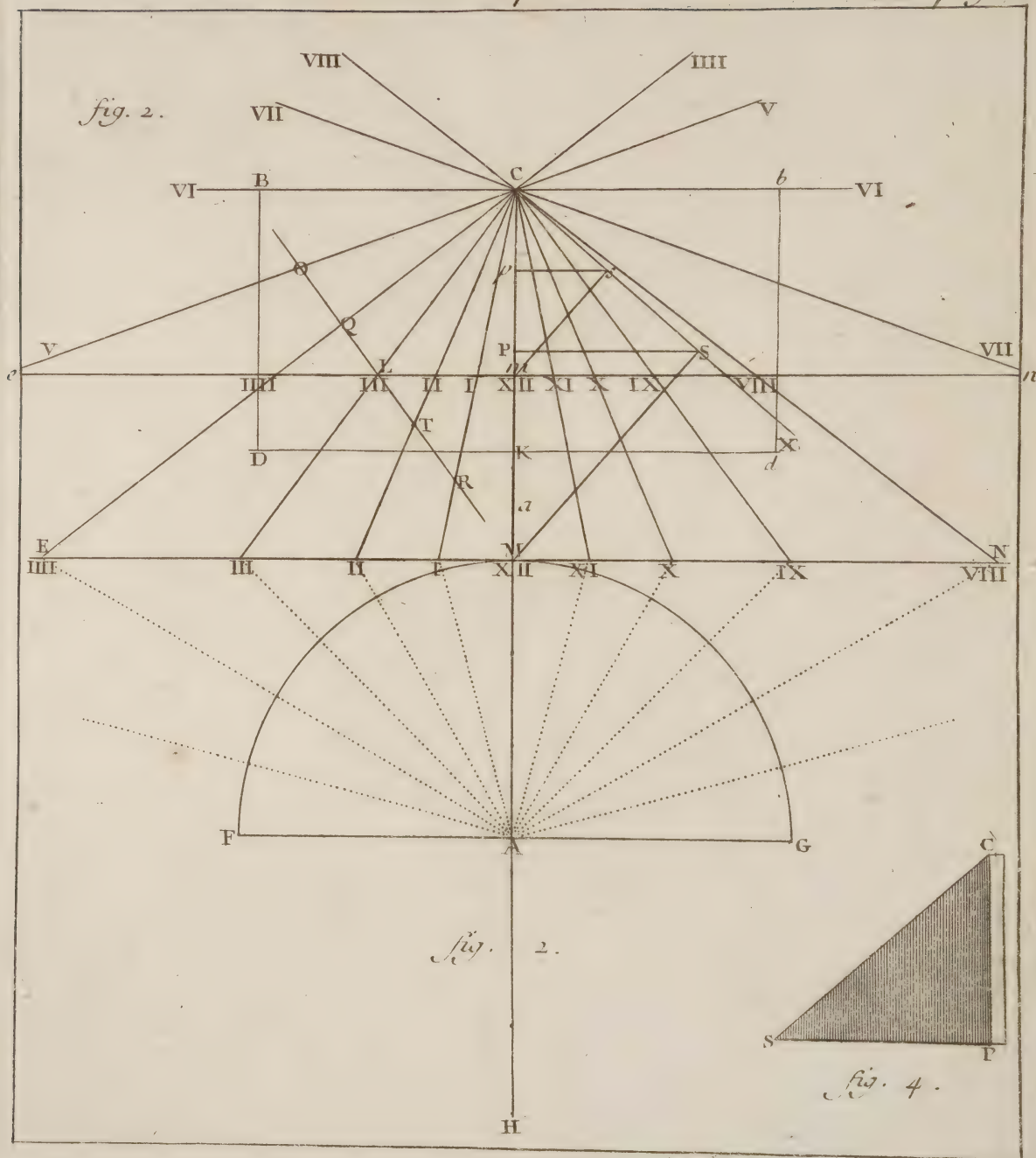


fig. 3.



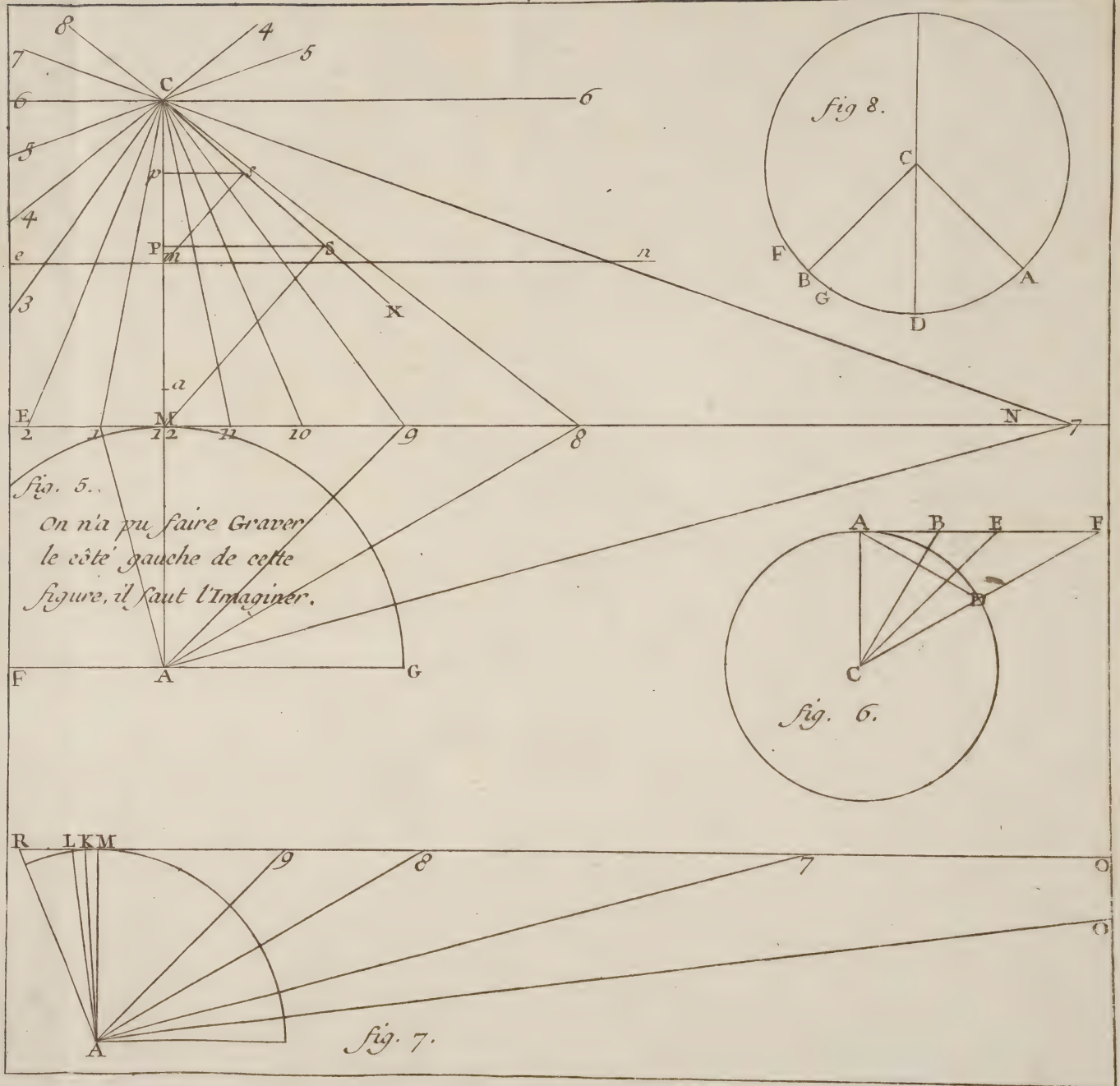














on cherche la résolution dans la Gnomonique sont rectangles, & qu'il y a pour ces sortes de triangles des méthodes particulières presque toujours beaucoup plus courtes & plus faciles que les générales, nous allons donner ces méthodes propres aux triangles rectangles; nous expliquerons ensuite l'usage des logarithmes, parce que nous nous en servirons souvent dans la suite; après quoi nous donnerons la description du compas à verge, & celle du faux stile dont il est à propos de se servir pour prendre les points d'ombre, ou plutôt des points de lumière. Ce sont quatre choses qui sont nécessaires pour entendre ce que nous avons à dire touchant les Cadrans, soit Verticaux, soit Inclinés.

### *De la résolution des Triangles rectangles.*

La résolution des triangles rectangles renferme plusieurs cas qui ont rapport aux trois hypothèses que l'on peut faire : sçavoir 1°. que l'on connoisse deux angles & un côté, 2°. deux côtés & un angle, 3°. enfin les trois côtés. Supposons 1°. que dans le triangle BAC rectangle en A on connoisse deux angles & un côté, alors si le côté connu est l'hypoténuse BC on trouvera le côté AB ou AC en faisant la proportion suivante, *Le sinus total est à l'hypoténuse BC, comme le sinus de l'angle B est au côté AC.* Cette proportion est fondée sur ce que l'on regarde l'hypoténuse BC comme sinus total ou comme rayon, dont le centre est B, auquel cas le côté AC devient sinus de l'angle B. Pareillement pour trouver l'autre côté AB il faut faire une proportion semblable, en disant, *Le sinus total est à l'hypoténuse, comme le sinus de l'angle C est au côté AB;* & pour lors on considère l'hypoténuse BC comme rayon, & le point C comme centre; auquel cas AB devient sinus de l'angle C.

2. Quand on a une Table des sécantes, on peut employer l'analogie suivante, dans laquelle on regarde le côté cherché comme sinus total, & alors l'hypote-

Fig. 1.

nuse devient la sécante de l'angle aigu compris entre l'hypoténuse & le côté cherché. *La sécante de l'angle B est à l'hypoténuse, comme le sinus total est au côté AB.*

3. Si le côté connu est un de ceux qui forment l'angle droit, comme AB, alors il faut regarder AB comme sinus total, & le point B comme centre; auquel cas AC devient tangente de l'angle opposé B, & BC est sécante du même angle: ainsi pour trouver AC, on dira, *Le sinus total est au côté AB, comme la tangente de l'angle B est au côté AC*; & pour avoir l'hypoténuse BC, on dira, *Le sinus total est au côté AB comme la sécante de l'angle B est à BC*. Cette dernière analogie suppose pour la pratique, qu'on a une table des sécantes: mais si on n'en a point, il faudra se servir de la proportion de l'article suivant, afin de trouver l'hypoténuse.

4. Le côté AB ou AC étant connu on pourroit aussi regarder l'hypoténuse BC comme sinus total, & alors chacun des côtés de l'angle droit seroit sinus de l'angle opposé; ainsi on trouveroit l'hypoténuse, en disant, *Le sinus de l'angle C est au côté AB, comme le sinus total est à BC*.

5. 2°. Quand on connoît deux côtés d'un triangle rectangle avec l'angle droit, on peut trouver les deux autres angles avec le troisième côté. Ce cas en renferme deux autres, parce que les côtés connus peuvent être ou ceux qui contiennent l'angle droit, ou un de ses côtés avec l'hypoténuse.

6. Si les deux côtés connus terminent l'angle droit, comme AB & AC, il faut faire la proportion suivante afin de trouver des angles aigus: *Comme le côté AB est au sinus total, ainsi le côté AC est à la tangente de l'angle opposé B*. Cette proportion est fondée sur ce que l'on regarde le côté AB comme rayon, dont le centre est le point B, auquel cas le côté AC est la tangente de l'angle. Réciproquement, si on considère AC comme sinus total, le côté AB devient tangente de



l'angle C; ce qui donne lieu à cette autre proportion, semblable à la précédente, *Comme le côté AC est au sinus total; ainsi le côté AB à la tangente de l'angle C.*

7. Mais si les deux côtés connus du triangle rectangle sont un des côtés de l'angle droit & l'hypoténuse, comme AB & BC qui contiennent l'angle B, on fera la proportion suivante, pour trouver la valeur d'un des angles aigus; *L'hypoténuse BC est au sinus total, comme le côté AB au sinus de l'angle opposé C; ou bien, Le côté AB est au sinus total, comme BC est à la sécante de l'angle B.* Dans la première de ces deux proportions on considère l'hypoténuse BC comme rayon, & le côté AB comme le sinus de l'angle opposé: dans la seconde, c'est le côté AB que l'on prend pour sinus total ou rayon, & le point B pour centre; & alors l'hypoténuse devient la sécante de l'angle B. On est obligé de se servir de la première de ces proportions quand on n'a point de tables des sécantes.

Lorsqu'on connoît un des angles aigus avec deux côtés, on trouve comme dans le premier cas, le troisième côté, qui peut être ou l'hypoténuse, ou un des deux qui comprennent l'angle droit.

8. On peut aussi trouver le troisième côté d'un triangle rectangle dont on connoît les deux autres côtés, sans chercher auparavant les deux angles aigus: car si on connoît les deux côtés qui contiennent l'angle droit, on ajoutera leurs quarrés ensemble, & on tirera la racine quarrée de la somme; cette racine sera l'hypoténuse: mais si on connoît l'hypoténuse avec un des côtés de l'angle droit, il faut retrancher le quarré de ce côté du quarré de l'hypoténuse, le reste sera le quarré du côté cherché: ainsi il faudra tirer la racine quarrée de ce reste, & on aura le côté qu'on cherche. Cette méthode est une suite évidente de l'article 183 du II Livre de nos Elémens de Géométrie, lequel article contient la 47<sup>m</sup>e Proposition du premier Livre d'Euclide.

9. 3°. Lorsqu'on connoît les trois côtés d'un trian-

**Fig. 1.** gle rectangle, on peut aisément trouver les deux angles aigus. Ce troisième cas se rapporte au second, parce que dans un triangle rectangle on connoît toujours un angle, sçavoir l'angle droit : ainsi on dira, *L'hypoténuse est au sinus total, comme le côté opposé à un des angles aigus est au sinus de cet angle.* On pourra dire aussi, *Un des côtés de l'angle droit, comme AB, est au sinus total, comme l'autre côté AC est à la tangente de l'angle opposé B.* Et encore : *Le côté AB est au sinus total, comme l'hypoténuse BC est à la sécante de l'angle B.*

**10. 1<sup>re</sup> REMARQUE.** Il paroît par ces trois cas, que quand l'hypoténuse est prise pour le rayon, alors les deux autres côtés sont chacun sinus des angles qui leur sont opposés : mais si on prend un des côtés de l'angle droit pour sinus total, l'autre côté de cet angle devient la tangente de l'angle opposé, & l'hypoténuse devient la sécante du même angle : c'est sur cette remarque que sont fondées toutes les analogies du triangle rectangle, comme on pourra aisément l'appercevoir, en faisant attention que les nombres qu'on trouve dans les tables des sinus, des tangentes & des sécantes, sont ceux que les côtés du triangle rectangle contiendroient, en supposant celui qu'on regarde comme sinus total divisé en 100000, ou en 10000000 parties. C'est ce que l'on verra clairement en prenant pour exemple l'analogie du premier cas (art. 3), de laquelle on se sert pour trouver le côté AC, lorsqu'on connoît le côté AB, & l'angle B auquel est opposé le côté AC : en voici l'alterne, *Le sinus total 100000 est à la tangente 107237 de l'angle B de 47 deg. comme le côté AB, que je suppose de 500 toises, est au côté AC, que l'on trouvera de 536 toises :* c'est comme si l'on disoit : en concevant que le côté AB est partagé en 100000 parties, on trouve par les Tables que le côté AC en contient 107237 ; ainsi en divisant le côté AB seulement en 500 parties, combien en contiendra l'autre côté AC ?

II. II<sup>de</sup> REMARQUE. Quand on regarde l'hypoténuse comme sinus total, il est facile de voir que l'analogie que l'on fait alors pour le triangle rectangle est la même que celle qui est prescrite dans le premier Problème général de la Trigonométrie.

### DE L'USAGE DES LOGARITHMES.

12. Tout le monde sçait combien l'Addition est plus facile que la Multiplication, & la Soustraction que la Division; ainsi pour faire sentir tout d'un coup l'utilité des logarithmes, il suffit de dire que par leur moyen on réduit la Multiplication en Addition, & la Division en Soustraction: en un mot les logarithmes sont si utiles pour abréger les calculs, que l'on fait souvent dans moins d'une heure par leur secours, ce que l'on feroit à peine dans un jour en ne les employant pas.

13. Les logarithmes sont des nombres en proportion Arithmétique correspondans à d'autres nombres qui sont en proportion géométrique: par exemple, si on prend les quatre nombres, 3, 6, 4, 8, qui sont en proportion Géométrique, on trouvera que les logarithmes qui leur répondent dans la Table, sçavoir, 4771213, 7781513, 6020600, 9030900 sont en proportion Arithmétique puisque la différence du premier au second est la même que celle du troisième au quatrième.

Le premier des chiffres qui composent les logarithmes de tous les nombres depuis l'unité jusqu'à 10,000,000, 000 exclusivement, est appelé *caractéristique*. Dans le logarithme de ce nombre & de ceux qui sont plus grands, la caractéristique contient plusieurs chiffres. En général il y a autant d'unités dans la caractéristique, qu'il y a de chiffres dans le nombre avant celui qui est au rang des unités, c'est-à-dire, avant le dernier: ainsi la caractéristique de tous les nombres naturels depuis 1000 jusqu'à 10000 exclusivement, est 3, & celle de de 10000 & de tous les nombres jusqu'à 100000 non compris, est 4.

14. Pour trouver le produit de deux nombres par le moyen des logarithmes, il faut chercher dans la Table leurs logarithmes & les ajouter ensemble; leur somme sera le logarithme du produit qui se trouvera dans la Table vis-à-vis de cette somme: par exemple, si je veux avoir le produit de 57 par 34, je cherche dans la Table les logarithmes qui répondent vis-à-vis de ces deux nombres: je trouve 17558748 & 15314789, que j'ajoute ensemble, la somme est 32873537. Je cherche donc ce logarithme, & je trouve que le nombre qui lui répond est 1938; ainsi ce nombre est le produit de 57 par 34.

15. Pour trouver le quotient d'un nombre divisé par un autre, en employant les logarithmes, il faut retrancher le logarithme du diviseur de celui du dividende, le reste sera le logarithme du quotient. Pour avoir le quotient du nombre 9642 divisé par 64, je prends 39841671 & 18061800, qui sont les logarithmes de 9642 & de 64, & je retranche le second du premier, le reste 21779871 est le logarithme du quotient. Or en cherchant ce reste dans la Table, je trouve que le logarithme le plus approchant est 21760913, auquel répond 150, qui par conséquent est le quotient cherché. Mais il y a un reste, parce que 21779871 est plus grand que 21760913.

16. Pour faire une Règle de trois avec les logarithmes, il faut ajouter ensemble les logarithmes des deux moyens connus & retrancher de la somme le logarithme du premier terme, le reste sera le logarithme du quatrième terme cherché. Ainsi pour trouver le quatrième terme de cette proportion, 425. 1275::634. x, j'ajoute ensemble les deux nombres 31055102 & 28020893, qui sont les logarithmes des moyens; la somme est 59075995: ensuite je retranche de cette somme le nombre 26283889, qui est le logarithme du premier terme; le reste est 32792106, c'est le logarithme de 1902. Ainsi ce nombre 1902 est le qua-



trième terme cherché. On se sert aussi des logarithmes, soit pour avoir les racines d'un nombre, soit pour en trouver les puissances.

17. Afin de trouver la racine quarrée d'un nombre ; il faut prendre la moitié de son logarithme, ce sera celui de la racine cherchée, ainsi pour trouver la racine de 7225, je cherche son logarithme dans la Table, & je trouve 38588379, dont la moitié 19294189 est le logarithme de la racine : je cherche donc cette moitié dans la Table, & je trouve que c'est le logarithme de 85 : ainsi 85 est la racine quarrée de 7225. Si on vouloit avoir la racine cubique d'un nombre, il faudroit prendre le tiers de son logarithme, ce tiers seroit le logarithme de la racine cubique du nombre proposé. Il en est de même à proportion des autres racines.

18. Pour élever un nombre à son quarré, il faut prendre le double de son logarithme, ce sera le logarithme du quarré cherché : je veux par exemple, élever 96 à son quarré : Je trouve dans la Table que le logarithme de 96 est 19822712, dont le double 39645424 est le logarithme de 9216. Ainsi ce nombre est le quarré de 96. S'il s'agit de trouver le cube d'un nombre, on prend le triple de son logarithme. C'est la même chose à proportion pour les autres puissances.

Les logarithmes des sinus, des tangentes & des sécantes, sont appellés sinus, tangentes & sécantes *artificielles*, pour les distinguer des sinus, des tangentes & des sécantes véritables que l'on appelle sinus, tangentes & sécantes *naturelles*, ou simplement sinus, tangentes & sécantes.

19. REMARQUE. Dans l'usage ordinaire on retranche les deux derniers chiffres de chaque logarithme pour abréger le calcul, & le reste suffit, à moins qu'on n'ait besoin d'une exactitude entière, comme il arrive souvent dans les calculs Astronomiques. Lorsqu'on retranche ainsi les deux derniers chiffres, s'ils valent plus de 50, on ajoute une unité au dernier chiffre du reste

pour plus grande exactitude : mais s'ils valent moins de 50, on n'ajoute rien au reste : enfin s'ils valent 50, on peut indifféremment ajouter ou non une unité. S'il s'agit, par exemple, du logarithme de 7225, qui est 38588379, on prend 385884, à cause que les deux derniers chiffres 79 valent plus de 50. La raison de cette pratique est que le chiffre qui suit le 3 étant plus grand que 5 il vaut plus de la moitié d'une unité du 3, puisque la valeur des chiffres d'un nombre augmente en proportion décuple, en allant de droite à gauche. Ainsi en mettant 4, le nombre approche plus du véritable logarithme que si on laissoit 3.

### D U C O M P A S A V E R G E .

20. Le Compas à verge est une règle de métal ou de bois, qui a deux pointes d'acier que l'on peut faire glisser pour les éloigner ou pour les approcher. Ces pointes sont attachées au bord de deux boîtes percées à jour, dans lesquelles on fait entrer la règle. Il y a une vis à chaque boîte pour la fixer sur quel endroit on veut de la règle. Dans la fig. 2. AB est la règle qui doit avoir environ trois ou quatre pieds : si elle est de bois, il faut que ce soit du cormier, ou quelque autre bois dur & compacte, qui ne soit pas récemment coupé, de peur qu'elle ne se plie. C & D sont les deux boîtes mobiles de cuivre auxquelles sont attachées des pointes d'acier qui doivent être perpendiculaires à la règle. Pour voir plus distinctement les différentes parties de ces boîtes, on en a représenté une en grand dans la fig. 3. la pointe de cette boîte est G, la vis est F : l'une & l'autre est d'acier. L'extrémité de la vis ne s'applique pas immédiatement sur la règle, de peur qu'elle n'y fasse des empreintes, mais elle pose sur une lame d'acier HL, qui en se pliant vers le milieu serre la règle, & empêche la boîte de glisser.

21. Quand on veut décrire une circonférence avec ce compas, on écarte les deux boîtes jusqu'à ce que la

distance des pointes soit égale au rayon du cercle à décrire : ensuite on applique une pointe du compas sur le point qui doit servir de centre, & on fait tourner le compas autour de cette pointe, en sorte que l'autre grave une trace sur le plan, cette trace sera la circonférence cherchée. On se sert beaucoup de compas à verge pour marquer sur un plan les longueurs qu'on veut, afin de rendre l'usage de ce compas plus étendu & plus commode, il faut y faire une échelle, ou même deux, dont l'une contienne des parties égales, & l'autre marque les longueurs des cordes des différens arcs : pour cet effet le côté de la règle sur lequel on veut tracer l'échelle, doit avoir environ un pouce & demi de largeur.

Fig. 41

22. L'échelle des parties égales doit contenir 2 ou 3 mille de ces parties marquées de centaine en centaine par des nombres & par des perpendiculaires à des lignes parallèles tirées selon la longueur de la règle. Pour ce qui est des parties intermédiaires depuis le commencement d'une centaine jusqu'à la fin ; on les marque par dix parallèles tirées, comme nous venons de dire, selon la longueur de la règle, & par dix transversales tracées entre le commencement & la fin de chaque centaine, en sorte que toutes les parallèles sont également éloignées l'une de l'autre, & de même les transversales sont aussi à égale distance l'une de l'autre. (Nous ne comptons que dix parallèles, parce que nous n'y comprenons pas celle qui passe par les commencemens des perpendiculaires & des transversales). Pour faire concevoir clairement la construction de cette échelle, nous avons fait graver la fig. 4. qui représente une partie d'un côté de la règle sur lequel cette échelle se trouve. AB ou *ab* contient cent parties, BC en contient aussi cent, &c. Les perpendiculaires B*b*, C*c*, désignent la fin de chaque centaine, & pour marquer les parties intermédiaires, on se sert des parallèles telles que 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5, 6-6, 7-7, 8-8, 9-9, 10-10, & des transversales, comme AI, I-II, II-III, III-IV,

Fig. 41

Fig. 4.

IV-V, V-VI, VI-VII, VII-VIII, VIII-IX, IX-X, qui sont dans l'espace de chaque centaine. Ce sont les intersections des paralleles & des transversales qui désignent le nombre des parties depuis le commencement de la regle jusqu'à ces intersections : c'est-à-dire, que les intersections de la premiere transversale d'une centaine avec les dix paralleles désignent les dix premieres parties : pareillement les intersections de la seconde transversale avec les dix paralleles désignent les dix parties suivantes : ainsi des huit autres transversales. D'où il paroît que la fin ou la dixième intersection de la derniere transversale se doit réunir avec la perpendiculaire qui termine la centaine. Pour plus grande facilité on marque aussi les cinquanteines par des perpendiculaires, comme V-V.

23. On voit donc par ce qu'on vient de dire, que pour avoir la longueur qu'occupe un certain nombre de parties, par exemple 147, il faut prendre l'espace de la premiere centaine, ensuite celui qui est entre le commencement de la premiere & la fin de la quatrième transversale de la seconde centaine, parce qu'il y a quatre dizaines marquées par le 4 : enfin on ajoutera encore l'espace qui est entre la quatrième transversale & la septième intersection de la cinquième transversale, à cause des sept unités : la somme de tous ces espaces fera la longueur 7 DE des 147 parties.

24. Pour ce qui est de l'échelle des cordes, il est à propos de la faire sur le côté opposé, s'il est plus large que les deux autres qui restent : en voici la construction, qui ressemble beaucoup à celle de l'échelle des parties égales, qui doit être comme la base & le fondement de celle-ci. On suppose donc le rayon du cercle dont on veut marquer les cordes, égales à 1000 parties de la premiere échelle, je veux dire, de celle des parties égales, ou du moins à un nombre qui soit formé des aliquotes de 1000, comme 500, ou 800, ou 1200, ou 1500, ou 2000, &c. Pour plus grande facilité



facilité nous supposérons ici ce rayon de 1000 parties. Or le rayon est égal à la corde de 60 degrés. Ainsi la corde de 60 degrés doit contenir 1000 parties de la première échelle. On tire donc une ligne perpendiculaire aux parallèles que je suppose tracées selon la longueur de la règle, comme dans la première échelle, laquelle perpendiculaire réponde à celle qui désigne 1000 parties égales dans la première échelle. Pour avoir le nombre des parties que doivent contenir les autres cordes, il faut chercher dans une table ordinaire les sinus des arcs qui ne sont que la moitié de ceux dont on veut avoir les cordes, & retrancher de chaque nombre qui exprime ces sinus, autant de chiffres qu'il y en a de plus au sinus total de la table qu'au nombre 1000, qui est le sinus total de l'échelle. Par exemple, pour avoir la corde de 30 degrés, je cherche le sinus de 15, qui est 25881 : mais comme ce nombre suppose le rayon ou le sinus total de 100000, & qu'il ne doit être que de 1000 sur l'échelle, il faut retrancher les deux derniers chiffres de 25881, parce qu'il y a deux zeros de moins dans 1000 que dans 100000. Par conséquent le sinus de 15 degrés en supposant le rayon de 1000, contient 258 parties, ou plutôt 259, à cause du premier chiffre retranché 8, qui vaut plus de la moitié d'une unité du 8 précédent. Or on sçait que la corde d'un arc est double du sinus de la moitié de cet arc : ainsi pour avoir la corde de 30 degrés, il faut multiplier le sinus de 15 deg. qui est 259 par 2, & le produit 518 sera la corde de 30 degrés, qui a 1000 pour rayon. On trouve de la même manière les cordes des autres arcs.

25. Quand on a trouvé les cordes de tous les degrés depuis 1 jusqu'à 90, on les marque sur le côté de la règle par des perpendiculaires aux parallèles, comme nous avons dit par rapport à la corde de 60 degrés : & on écrit sur ces perpendiculaires de cinq en cinq, ou de dix en dix les nombres qui désignent les degrés de

ces cordes : par exemple , on écrit 35 sur la perpendiculaire qui désigne la fin de la corde de 35 degrés.

26. De plus on tire une transversale du commencement de chaque perpendiculaire à la fin de la suivante : ces transversales coupent les dix paralleles , & les dix points d'intersections marquent les minutes d'un degré de six en six , parce que le degré contenant 60 minutes , la dixième partie en contient six. Il est vrai que les interfections de ces transversales supposent que les différentes cordes qui se rapportent au même degré , par exemple , celles de  $35^d 6'$  , de  $35^d 12'$  , de  $35^d 18'$  , de  $35^d 24'$  & de  $36^d$  , ont des différences égales , ou bien , croissent en proportion arithmétique , ce qui néanmoins n'est pas dans l'exacte vérité : mais cela ne peut causer d'erreur sensible , puisqu'à peine peut-on s'appercevoir de l'inégalité entre les deux espaces que renferment deux degrés qui se suivent , par exemple , entre l'espace qui est depuis le  $35^{me}$  degré au  $36^{me}$  , & celui qui est depuis ce  $36^{me}$  jusqu'au  $37^{me}$ .

27. Comme l'erreur inséparable de la pratique est moindre à proportion en employant de grandes mesures qu'en se servant de petites ; il est à propos de construire l'échelle des cordes , en supposant le rayon de 2000 parties au lieu de 1000 , & pour lors on trouvera les nombres de parties que les différentes cordes contiennent en doublant ou en multipliant par 2 les nombres qui expriment des cordes semblables , lesquelles supposent le rayon de 1000. Ainsi la corde de 30 degrés étant de 518 parties quand le rayon en contient 1000 , elle sera de 1036 parties , en supposant le rayon de 2000.

28. Il paroît par-là qu'une seule échelle des cordes suffit , & peut suppléer à plusieurs autres en augmentant ou en diminuant le nombre des parties de l'échelle faite sur le côté d'une regle : par exemple , connoissant par une échelle dont le rayon est de 2000 parties , que la corde de 30 degrés en contient 1036 , j'en conclus

que si le rayon étoit de 3000 parties, la corde semblable en contiendrait 1554, parce que comme 3000 contient 2000 plus la moitié de 2000, de même 1554 contient 1036 plus la moitié de 1036.

Fig. 2

29. On peut aisément par le moyen de cette échelle des cordes faire sur un plan avec le compas à verge un angle de tant de degrés qu'on voudra : pour cela il faut d'abord tracer sur ce plan une ligne droite, comme AB, dont je suppose que l'on prenne le point A pour être le sommet de l'angle : ensuite on décrira de ce point comme centre, & d'un intervalle égal au rayon de l'échelle, ou à la corde de 60 degrés, un arc de cercle indéfini qui coupe la ligne AB au point B. Afin de décrire cet arc il faut fixer une boîte, que j'appelle la première, au commencement de la règle, comme est celle qui est marquée C dans la figure 2, ensuite on éloignera la seconde, en sorte que le bord auquel est attachée la pointe, réponde à la corde de 60 degrés. (La première boîte doit toujours être ainsi fixée quand on se sert de ce compas, soit pour faire des angles, soit pour prendre des longueurs). Quand ce premier arc sera décrit, on écartera la seconde boîte du compas à verge de la première, en sorte que la distance des deux pointes soit égale à la corde de l'angle à décrire, que je suppose, par exemple, de 50 degrés ; & on mettra une des pointes du compas sur le point B, pour décrire de ce point, comme centre, avec l'intervalle égal à la corde de 50 degrés, un second arc qui coupe le premier au point C. Je dis que si on tire une ligne du sommet A au point C, on aura l'angle BAC de 50 degrés. Cela est évident, puisque si on tire une droite BC, ce sera une corde de 50 degrés ; & par conséquent l'arc BC que cette corde soutient, est de 50 deg. d'où il suit que l'angle BAC dont cet arc est la mesure, est aussi de 50 degrés.

30. Quoiqu'il n'y eût point d'échelle pour les cordes sur le compas à verge, on pourroit néanmoins

Fig. 5. faire un angle de quelle grandeur on voudroit, pourvu qu'il y eût une échelle de parties égales : mais alors il faudroit avoir une table des sinus. Pour cet effet on décrira, comme nous avons dit, du point A comme centre, & d'un intervalle égal au rayon, que je suppose de 2000 parties, un arc qui coupe la ligne AB au point B. Après cela on cherchera par le moyen de la table des sinus qu'elle doit être la corde de 50 deg. en supposant le rayon de 2000 parties. On trouvera cette corde par la méthode expliquée dans la construction de l'échelle des cordes (24 & 27) : dans notre exemple elle est de 1690 parties. On fera le reste comme nous venons de le dire.

31. Il est aisé par cette méthode d'élever une perpendiculaire sur une ligne d'un point donné dans cette ligne : car pour cela il n'y a qu'à faire un angle droit, qui ait son sommet à ce point. Or pour faire un angle droit il suffit de prendre une corde de 1414 parties, si le rayon est de 1000 ; ou de 2828, si le rayon est de 2000, parce que 1414 est le double du sinus de 45 degrés quand le rayon est de 1000.

32. On se sert pareillement du compas à verge pour connoître la grandeur d'un angle tracé sur un plan, tel qu'un angle BAC. Pour cela, après avoir pris une distance des deux pointes du compas égale au rayon de l'échelle des cordes, lequel est de même longueur que la corde de 60 degrés, il faut décrire du sommet A comme centre, & de cette distance ; un arc qui coupe les deux côtés de l'angle, & prendre ensuite la longueur de la corde de l'arc compris entre les deux côtés : cette corde fera connoître la grandeur de l'angle.

33. S'il n'y avoit point d'échelle des cordes sur le compas, mais seulement celle des parties égales ; après avoir décrit un arc, comme on vient de le dire, il faudroit chercher par une Règle de trois à quel angle appartiendroit la corde dont on auroit trouvé la longueur : les trois premiers termes de cette règle sont



le rayon de l'arc qu'on a décrit entre les deux côtés de l'angle, que je suppose de 2000 parties; la corde trouvée, que je suppose de 1690, & le rayon de 1000 parties. Dans cette hypothèse on trouvera le nombre 845 pour quatrième terme, lequel est la corde d'un angle égal à celui qu'on cherche; c'est, dis-je, la corde de cet angle, en supposant le rayon de 1000 parties. Or pour trouver par le moyen des tables quel est l'angle de cette corde, il faut en prendre la moitié, sçavoir,  $422\frac{1}{2}$  ou 422, ce sera le sinus de la moitié de l'angle, dont on veut connoître la grandeur. On cherchera donc dans les tables des sinus quel est l'angle dont 422 est le sinus, en observant que comme 1000 contient deux zeros de moins que 100000, qui est le sinus total des tables, de même aussi il faut retrancher les deux derniers chiffres du sinus, tel qu'il est dans les tables; & pour lors on trouvera que 422 est le sinus de 25 degrés; par conséquent 845 est la corde de 50 deg. le rayon étant de 1000 parties. Ainsi la corde 1690 est aussi celle de 50 degrés, en supposant le rayon de 2000.

34. Quand on suppose le rayon de 2000 parties, comme nous l'avons fait, il est plus court de prendre tout d'un coup le quart de la corde qu'on a mesurée, c'est le sinus de la moitié de l'angle cherché; dont le rayon est 1000. Ainsi dans notre exemple il suffit de prendre le quart de la corde 1690, on trouvera 422, qui, comme nous l'avons vû, est le sinus de la moitié de l'angle cherché. Si le rayon de l'arc qu'on a décrit étoit seulement de 1000, il ne faudroit prendre que la moitié de la corde comprise entre les deux côtés, ce seroit le sinus de la moitié de l'angle contenu entre ces côtés.

35. Tout le monde n'ayant pas la facilité d'avoir un compas à verge tel qu'on vient de le représenter, on en peut faire un soi-même de la manière suivante; on prendra une regle de bois, qui ait environ trois pieds

& demi & qui soit par tout de même grosseur. On tracera une ligne droite le long de cette règle, que l'on divisera en parties égales avec un compas ordinaire. Pour cet effet on ouvrira le compas de façon que la distance des pointes soit à peu près égale à un pouce 8 lignes, & on portera les pointes du compas successivement d'un bout à l'autre de la ligne, en gardant toujours la même ouverture du compas. On observera les points de la ligne marqués par les pointes, & on tirera par ces points des perpendiculaires à la ligne qui sera alors divisée en parties égales qu'il faudra considérer comme des centaines. On divisera chaque centaine en deux parties égales qui seront des cinquanteaines, & on tirera par les points de division des perpendiculaires moindres que les premières. On divisera de même par les points chaque cinquantaîne en cinq parties égales qui seront des dixaines, & on tirera encore par ces points des perpendiculaires moindres que celles qui marquent les cinquanteaines : enfin on divisera chaque dixaine en deux parties égales, & par les points de division on tirera des perpendiculaires qui soient plus petites que celles des dixaines : on mettra les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. sur les perpendiculaires qui sont à la fin des centaines, dont la première est celle qui est la plus proche de la pointe immobile dont nous allons parler : la ligne ainsi divisée est ce qu'on appelle l'échelle. Quand l'échelle est faite ou même avant, il faut attacher à la règle une pointe de fer ou plutôt d'acier, qui ait environ un pouce & demi, sans compter la partie enfoncée dans le bois. Le sommet de cette pointe doit répondre précisément au commencement de l'échelle. Enfin on fera faire une boîte de cuivre ou de fer, au bord de laquelle soit attachée une autre pointe d'acier égale à la première : cette boîte doit être dans son intérieur égale à la grosseur de la règle afin qu'elle puisse glisser d'un bout à l'autre de cette règle. On aura alors un compas à verge dont on pourra se servir pour

tracer un Cadran. L'instrument dont les Cordonniers se servent pour prendre mesure de souliers, est un compas à verge où il y a deux boîtes, dont l'une est immobile & l'autre mobile. Elles portent au lieu de pointes d'acier des languettes de bois perpendiculaires à la règle, de même que les pointes de notre compas. Il seroit bon aussi d'avoir un compas ordinaire dont chaque branche eût environ un pied & demi de longueur. Les Tailleurs de pierre en ont de cette grandeur, qui sont de fer.

*DESCRIPTION ET USAGE  
du faux Stile.*

36. Le faux stile est ainsi appelé, parce qu'on ne l'emploie que pour tracer le Cadran, & non pas pour marquer les heures après qu'il est tracé. Il ne sert même, comme nous le verrons dans la suite, que pour prendre la déclinaison du plan, laquelle étant une fois connue, on n'a plus besoin du faux stile.

37. Ce stile peut être composé de deux ou de trois pièces: nous supposons d'abord qu'il n'en contient que deux, sçavoir, une verge de fer recourbée & une plaque ronde de fer ou de cuivre, qui s'attache à l'extrémité de la verge de fer par une vis. On peut distinguer deux parties dans cette verge de fer recourbée, sçavoir, le tronc ABCDE & la branche ES. On enfonce la partie droite ABC du tronc dans le mur dont le profil ou la coupe selon l'épaisseur, est représenté par MR; en sorte que cette partie ABC soit à peu près perpendiculaire au plan du mur. La partie recourbée FG doit être une vis que l'on fait entrer dans un écrou qui tient à la plaque, & l'extrémité GS doit finir en pointe. Le faux stile doit avoir environ deux pieds de longueur, ou même davantage.

Fig. 6.

Pour ce qui est de la plaque qu'on attache par une vis à l'extrémité du stile; il est bon qu'elle ait  $3\frac{1}{2}$  pouces ou quatre pouces de diamètre. Il doit y avoir

*Div*

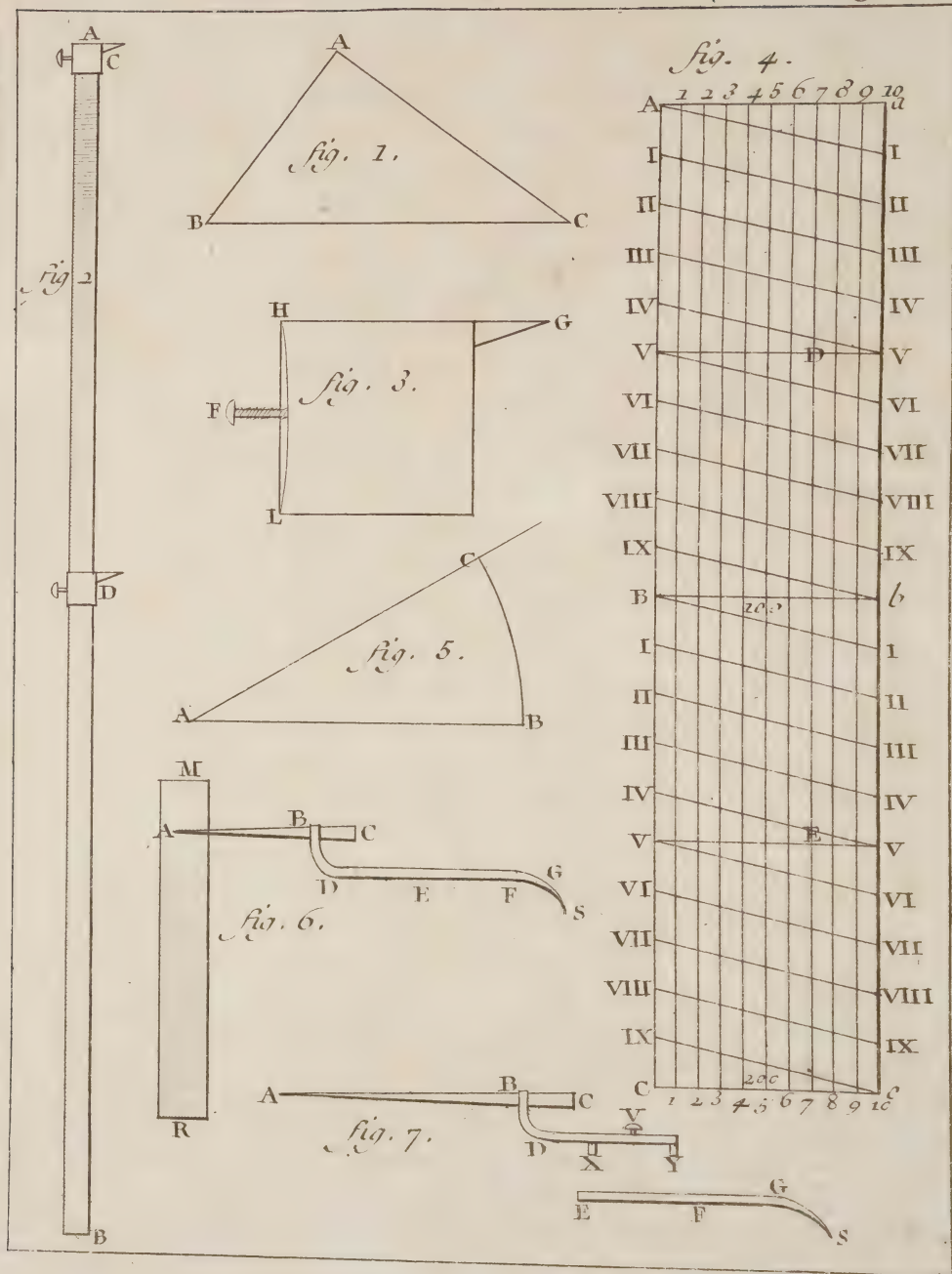


dans le milieu un trou rond d'environ deux lignes & demie de diametre pour laisser passer les rayons du soleil qui vont tomber sur le plan. On fait entrer la vis dans l'écrou de la plaque jusqu'à ce que la pointe du stile soit au centre du trou rond qui est au milieu.

Fig. 7. 38. Nous avons dit que le stile peut être composé de trois pièces; alors le tronc & la branche sont deux pièces qui peuvent être séparées l'une de l'autre, comme on voit par la fig. 7, dans laquelle la branche EFS ne tient au tronc que par les deux anneaux X & Y, & par la vis V, qui sert la branche contre les anneaux dans lesquels on a inséré la branche. Ce stile ne differe en rien du premier par rapport à la plaque ronde, qui est la troisième pièce. Il a été inventé afin de pouvoir diminuer ou augmenter la longueur du stile en insérant plus ou moins avant la branche dans les anneaux du tronc; & en cela ce second stile est préférable au premier. C'est M<sup>r</sup> Deparcieux, Maître de Mathématiques très-versé dans la théorie & la pratique des Cadrans, qui a imaginé de séparer la branche d'avec le tronc, afin d'allonger ou de raccourcir le faux stile selon les besoins: il a aussi beaucoup perfectionné le compas à verge, en y ajoutant l'échelle des parties égales, & celle des cordes, & en disposant les deux pointes, comme nous l'avons dit. L'échelle des parties égales est nécessaire pour mesurer les longueurs des lignes: celle des cordes sert à connoître les angles déjà décrits, & à en faire de quelle grandeur on veut sur un plan. En un mot ces deux échelles ajoutées au compas à verge rendent cet instrument aussi commode qu'on le puisse desirer.

39. Comme le sommet du stile qui est au centre du trou de la plaque est une pointe assez fine, on n'apperoit pas l'ombre de ce sommet, mais seulement la lumière du soleil qui passe par le trou, & on marque un point au milieu de cette lumière, soit ronde, soit ovale, lequel est communément appelé le point d'ombre, parce que ce seroit sur ce point que tomberoit l'ombre du







sommet du stile, si cette ombre n'étoit pas dissipée par la lumière environnante. Nous enseignerons dans la suite comment on trouve le pied du stile, c'est-à-dire, le point du plan que rencontreroit une ligne tirée du sommet perpendiculairement sur le plan.

40. On pourroit supprimer dans le faux stile la pointe & la vis qui tient la plaque, & attacher cette plaque à la branche du stile par une autre vis, à peu près comme cette branche est attachée au tronc : cela donneroit lieu de trouver facilement le pied du stile avec une plaque appliquée au mur de la manière dont nous l'expliquerons dans le premier Problème préliminaire sur les Cadrans déclinans. On prendroit pour lors la hauteur du stile avec la verge de fer dont on se serviroit pour marquer le pied du stile, ou même avec une baguette de bois dont on mesureroit la longueur avec l'échelle des parties égales du compas à verge.

Si on n'a pas la commodité de se servir d'un faux stile tel à peu près que celui dont nous venons de donner la description, il faut prendre une verge de fer d'environ deux pieds ou deux pieds & demi, dont l'extrémité qui sera hors du mur finisse en une pointe émoussée. On le fera sceller un peu obliquement dans le mur, afin que le pied du stile soit à quelque distance de l'endroit où ce stile pénétrera dans le mur.





## LIVRE SECOND.

### DES CADRANS VERTICAUX.

**C**E livre qui est plus long que les autres sera partagé en trois sections : la première contiendra plusieurs notions sur les Cadrans verticaux ou inclinés en général, la manière de tracer des Cadrans réguliers Méridionaux, Septentrionaux, Orientaux & Occidentaux ; enfin la notion & les propriétés du centre diviseur. La seconde renfermera plusieurs Problèmes préliminaires qui servent à la description des Cadrans verticaux. Dans la troisième nous exposerons différentes méthodes pour tracer des Cadrans solaires.

#### PREMIERE SECTION.

ART. I.

On appelle Cadrans *Verticaux*, comme nous l'avons déjà dit, ceux dont les plans sont perpendiculaires à l'horizon : tels sont ceux que l'on trace ordinairement sur les surfaces des murs ; car ces surfaces sont sensiblement verticales. Il y en a quatre qu'on appelle *Réguliers*, sçavoir, deux que l'on fait sur le plan du premier vertical, l'un sur la superficie qui est tournée vers le midi, & qu'on appelle pour cette raison, *Méridional*, l'autre sur la superficie qui regarde le Septentrion, & qu'on appelle *Septentrional* ; & les deux autres qu'on trace sur le plan du méridien, dont l'un s'appelle *Oriental*, & l'autre *Occidental*, parce que le premier est directement tourné du côté de l'orient, & le second vers l'Occident. Les autres Cadrans verticaux s'appellent quelquefois *Irréguliers* ; on les appelle aussi *déclinans*, parce que leurs plans font des angles obliques avec le premier vertical.



Avant d'exposer la maniere de faire des Cadrans réguliers, il est à propos de faire quelques observations.

2. 1<sup>o</sup>. Pour mieux entendre ce que nous avons à dire, il faut remarquer qu'on peut représenter la moitié du Ciel sur un plan, sçavoir, celle vers laquelle il est tourné. S'il s'agit d'un plan horizontal, la moitié du Ciel qu'on peut représenter sur le plan est toute entière sur l'horison. Quant aux plans verticaux, la moitié du Ciel qu'on y peut représenter est coupée en deux parties égales par l'horison, dont l'une est au-dessus, & l'autre au-dessous de ce cercle. Enfin la moitié du Ciel vers laquelle est tourné un plan incliné est coupée en deux parties inégales par l'horison, dont la supérieure est d'autant plus grande, que l'inclinaison de ce plan, ou l'angle aigu qu'il fait avec l'horison, est moindre.

3. 2<sup>o</sup>. Afin de conhoître sur quel point du plan auquel je suppose un stile attaché, on doit marquer un point particulier de la moitié du Ciel vers laquelle est tourné le plan, il faut concevoir une ligne droite tirée de ce point du Ciel, laquelle passe par le sommet du stile, le point du plan auquel aboutira cette ligne, sera celui qui représentera le point du Ciel duquel on conçoit la ligne tirée.

4. 3<sup>o</sup>. Il suit de-là que les grands cercles de la Sphere doivent être représentés sur le plan par des lignes droites : car le sommet du stile n'étant pas sensiblement éloigné du centre de la Terre, eu égard à la distance immense du Ciel, on peut regarder ce point comme le centre de tous les grands cercles de la Sphere : par conséquent toutes les lignes droites tirées des points de la circonférence de chaque cercle au sommet du stile sont dans le plan de ce même cercle, puisqu'elles en sont des rayons : toutes ces lignes prolongées jusqu'au plan auquel est attaché le stile, aboutiront donc à des points qui seront compris dans l'intersection de ce plan avec celui du cercle. Or l'intersection d'un plan par un autre ne peut être qu'une ligne droite.

Ainsi tous les points auxquels aboutiront les lignes tirées de la circonférence d'un grand cercle, seront dans une ligne droite. Donc ce grand cercle ou sa circonférence doit être représenté par une ligne droite.

5. 4°. Au contraire les petits cercles de la sphere, ou plutôt leurs circonférences, doivent être représentés sur un plan par des lignes courbes : car comme le centre de la terre ou le sommet du stile n'est pas dans le plan de ces cercles, les lignes tirées de la circonférence de quelqu'un de ces cercles, par exemple, d'un tropique au sommet du stile ne seront pas dans le plan de ce cercle : mais elles seront dans la surface d'un cone qui a le même sommet que le stile, & qui a pour base le cercle dont il s'agit. Que si on conçoit que ces lignes sont prolongées jusqu'au plan du stile, elles formeront la surface d'un cone opposé au premier par le sommet, & l'intersection de cette surface avec le plan sera la ligne qui représentera la circonférence du petit cercle. Or il est évident que cette intersection ne sera pas une ligne droite, mais quelques-unes des sections coniques : ce seroit la circonférence d'un cercle, si le plan étoit parallèle au cercle représenté, parce que la partie du plan comprise dans la surface du cone, & le cercle représenté seroient pour lors des sections ou des figures semblables, à cause de leur parallélisme.

6. 5°. Les lignes droites qui représentent les grands cercles de la sphere perpendiculaires au plan du Cadran passent toujours par le pied du stile : car ces cercles passent par le sommet du stile, puisqu'on le regarde comme le centre de la Sphere ou du Monde. D'ailleurs comme on les suppose perpendiculaires au plan du Cadran, de même que la hauteur du stile, il faut qu'ils passent aussi par tous les points de cette hauteur, & par conséquent par son pied ; donc les lignes droites qui sont les intersections de ces cercles avec le

plan du Cadran , doivent passer par ce pied.

7. 6°. Par une raison contraire les lignes droites qui représentent les grands cercles de la Sphere qui sont obliques sur le plan du Cadran , ne passent point par le pied du stile. Car comme ces cercles passent par le sommet du stile , s'ils passeroient aussi par le pied du stile , ils seroient alors perpendiculaires au plan , ainsi que la hauteur elle-même : ce qui est contre l'hypothèse.

8. Pour déterminer la position de certaines lignes que nous allons définir , nous établirons la proposition suivante , que nous avons supposée ailleurs ( art. 12. prélim. ) Lorsque deux plans qui se coupent à angles droits rencontrent un autre plan , & que l'un des deux premiers est perpendiculaire à ce troisième , alors les deux lignes d'intersection que forment les deux premiers plans sur le troisième , sont perpendiculaires l'une sur l'autre. Pour trouver la vérité de cette proposition , nous nommerons A & B les deux premiers plans qui sont perpendiculaires entre eux , dont le premier , A , est aussi perpendiculaire au troisième , C. Afin d'aider l'imagination , que le plan sur lequel la première figure est gravée soit le plan que nous appellons C , & que la commune intersection du plan A avec C soit la ligne EF , & celle du plan B avec C soit GH. Cela posé , je démontre ainsi la proposition : Puisque A est perpendiculaire à C , le plan C l'est aussi au plan A : d'ailleurs par l'hypothèse , B est perpendiculaire au plan A : donc B & C étant perpendiculaires à A , GH commune section de B & de C l'est au même plan A : & par conséquent GH fait des angles droits avec toutes les lignes du plan A qu'elle rencontre : elle est donc perpendiculaire à EF , qui est une ligne de ce plan.

Fig. 11

9. On peut se servir de la même figure pour faire voir que si deux plans , comme A & B , sont chacun perpendiculaires au troisième , C , ( il n'est pas nécessaire ici qu'ils soient perpendiculaires entre eux ) l'angle



Fig. 1. EOG que forment leurs intersections EF & GH est égal à l'angle que font entre eux ces deux plans A & B : ou, ce qui revient au même, l'angle EOG ou son supplément EOH, est la mesure de l'inclinaison des deux plans A & B : car ces deux plans étant chacun perpendiculaires au troisième, réciproquement ce troisième plan est aussi perpendiculaire à ces deux. Or ce plan C coupant perpendiculairement les deux autres, on prend l'angle EOG ou EOH que font les communes sections EF & GH de ce plan avec les deux premiers pour la mesure de l'inclinaison de ces deux plans. Si ces deux angles EOG & EOH sont droits, on peut prendre l'un ou l'autre indifféremment pour la mesure de l'inclinaison des deux premiers plans : mais si ces angles sont inégaux, c'est celui qui est aigu qui est la mesure de cette inclinaison.

10. La ligne horizontale est l'intersection du plan du Cadran par un plan horizontal que l'on imagine passer par le sommet du stile. Il paroît par cette définition qu'il n'y a point de ligne horizontale sur le Cadran de même nom, parce qu'un plan horizontal, c'est-à-dire, parallèle à l'horizon, ne peut couper le plan de ce Cadran. Mais il y en a une dans les Cadrans verticaux & dans les inclinés.

11. La ligne horizontale passe par le pied du stile des Cadrans verticaux (6), parce que le plan horizontal est perpendiculaire au plan vertical. Par la raison contraire, elle ne passe pas par ce point lorsque le Cadran est incliné.

12. Tous les points qui sont dans la partie inférieure de la moitié du Ciel vers laquelle est tourné un plan vertical ou incliné, doivent être représentés au-dessus de la ligne horizontale, & tous ceux qui sont dans la partie supérieure doivent être marqués au-dessous de cette ligne. Ainsi quand dans la partie septentrionale du Monde le plan d'un Cadran vertical ou incliné est tourné vers la moitié du Ciel qui contient le pole mé-



ridional, le centre du Cadran, qui est le point du plan qui représente ce pôle, est au-dessus de l'horizontale, parce que le pôle méridional est au-dessous de l'horison. Par la raison contraire, lorsque le Cadran est tourné vers le pôle septentrional, le centre doit être au-dessous de l'horizontale. Pour sentir la vérité de ce que nous disons ici, il suffit de concevoir des lignes tirées de ces points du Ciel au plan, lesquelles passent par le sommet du stile.

13. La verticale du plan est l'intersection du plan par un cercle vertical perpendiculaire au plan, & qui passe par le sommet du stile. Ce cercle est appelé *le vertical du plan*. La verticale du plan rencontre le pied du stile (6), parce que le cercle qui la forme est perpendiculaire au plan.

14. Cette verticale du plan est toujours perpendiculaire à l'horizontale, soit sur les plans verticaux, soit sur les inclinés: car tout cercle vertical étant perpendiculaire à l'horison, & le vertical dont il s'agit l'étant aussi au plan du Cadran, il faut que les intersections faites sur ce plan par ce cercle vertical, & par l'horison soient aussi perpendiculaires (8) l'une sur l'autre.

15. La soustilaire est l'intersection du plan du Cadran par un méridien perpendiculaire à ce plan, & qui passe par le sommet du stile. La soustilaire passe non-seulement par le pied du stile (6), parce qu'elle est formée par un plan perpendiculaire à celui du Cadran, mais aussi par le centre du Cadran: ce que l'on prouve de la même manière que nous avons montré (art 8 prélim.) que les lignes horaires passent par ce point.

16. La soustilaire est aussi appelée quelquefois *Ligne méridienne du plan*, parce qu'elle représente le *méridien du plan*, c'est-à-dire, celui qui est perpendiculaire au plan du Cadran. Mais il ne faut pas confondre cette méridienne du plan avec la méridienne

du lieu qui se nomme simplement méridienne, & dont nous avons donné la définition (art. 13. prélim.) Pour mieux sentir la différence qu'il y a entre ces deux lignes, il faut prendre quelque corps, par exemple, un morceau de bois dont un des côtés soit une superficie plane, sur laquelle on élèvera un stile perpendiculairement, auquel cas le pied du stile n'est pas différent du point du plan que ce stile rencontre. Si cette superficie plane est située horizontalement, la méridienne ne sera qu'une même ligne avec la soustilaire, parce qu'alors le méridien du lieu étant perpendiculaire au plan, il devient aussi le méridien de ce plan : mais si on incline un peu ce plan vers l'orient ou vers l'occident autour d'une ligne parallèle à l'horison, laquelle tende du nord au sud, le méridien du lieu que l'on conçoit toujours passer par l'extrémité du stile, ne rencontrera pas le pied, mais il tranchera le plan au-dessous de ce point ; & par conséquent la ligne méridienne sera au-dessous du pied du stile : au contraire la soustilaire passera toujours par ce point, puisqu'elle est formée par le méridien qui est perpendiculaire au plan & qui rencontre le sommet du stile. Soit donc qu'on tourne le plan à l'orient ou à l'occident, de sorte qu'il fasse des angles obliques avec l'horison, la méridienne prolongée jusqu'au centre du Cadran sera inférieure à la soustilaire. Par conséquent lorsqu'on abaissera le côté oriental du plan, la méridienne sera à l'orient de la soustilaire : lorsqu'au contraire on abaissera le côté occidental, la méridienne se trouvera à l'occident de la soustilaire.

17. La soustilaire est toujours perpendiculaire à l'équinoctiale dans toutes sortes de Cadrans (8), parce que ces deux lignes représentent deux cercles qui se coupent perpendiculairement, sçavoir, un méridien & l'équateur : & que d'ailleurs le méridien par l'intersection duquel la soustilaire est formée, est perpendiculaire au plan du Cadran.

18. La ligne de six heures est l'intersection du plan du Cadran avec le sixième cercle horaire, lequel est coupé à angles droits par le méridien. Cette ligne de six heures passe nécessairement par le point d'intersection de la ligne équinoxiale & de la ligne horifontale, c'est-à-dire, que ces trois lignes ont un même point d'intersection, quand elles se coupent. La raison en est que dans la Sphere le sixième cercle horaire, l'équateur & l'horifon, se coupent dans la même ligne, qui par conséquent est la commune intersection de ces trois cercles.

On remarquera que ces trois lignes sont parallèles dans les Cadrans méridionaux & septentrionaux, parce qu'elles y sont toutes trois perpendiculaires à la méridienne, comme nous le dirons ensuite.

19. Toutes ces lignes dont nous avons parlé se déterminent par rapport au sommet du stile, parce qu'on suppose que tous les grands cercles passent par ce point, & qu'il en est même le centre : c'est pourquoy si, par exemple, un plan horifontal qui ne passeroit pas par le sommet du stile, rencontreroit le plan sur lequel on décrit le Cadran, la ligne d'intersection seroit à la vérité une horifontale, parce qu'elle seroit parallèle à l'horifon ; mais elle ne seroit pas celle que l'on appelle l'horifontale du Cadran.

20. Avant de passer aux Cadrans réguliers nous remarquerons qu'en traitant des Cadrans on distingue deux sortes de hauteur du pole, l'un sur l'horifon du lieu, l'autre sur le plan du Cadran. La première, qu'il faut toujours entendre quand on dit simplement la hauteur du pole, sans spécifier de laquelle on parle, est mesurée par l'arc du méridien compris entre le pole & l'horifon. Pour entendre ce que c'est que la seconde, il faut concevoir que le plan est continué jusqu'au Ciel, & alors la hauteur du pole sur le plan sera l'arc du méridien perpendiculaire au plan, lequel arc est contenu entre le pole & le plan. Ce méridien n'est

pas différent de celui qui par son intersection avec le plan du Cadran forme la soustilaire : c'est pourquoi l'angle qui est compris entre la soustilaire & l'axe, est égal à cette hauteur du pole, parce que cet angle a pour mesure le même arc.

### *DES CADRANS VERTICAUX qu'on appelle Réguliers.*

Nous supposons ici que l'on sçait la situation du plan vertical sur lequel on veut tracer un Cadran : nous exposerons dans la suite plusieurs méthodes pour la connoître, c'est-à-dire, pour s'assurer s'il est déclinant, ou s'il est tourné directement vers quelque'un des quatre points du midi, du septentrion, de l'orient & de l'occident : ce sera dans le troisième, le cinquième & le sixième Problèmes des Cadrans verticaux irréguliers, qu'on enseignera à trouver la déclinaison du plan.

Nous avons dit qu'il y a quatre sortes de Cadrans réguliers, le Méridional, le Septentrional, l'Oriental & l'Occidental : nous parlerons d'abord du Méridional & du Septentrional.

#### *Des Cadrans Méridionaux & Septentrionaux.*

21. Un Cadran méridional se fait de la même manière qu'un Cadran horizontal, avec cette différence pourtant que l'axe du premier fait sur le plan du Cadran un angle égal à l'élévation de l'équateur, & non pas à la hauteur du pole sur l'horison. ( L'élévation de l'équateur est égal au complément de la hauteur du pole. ) Le centre de ce Cadran est supérieur par rapport à la ligne horizontale ( 12 ), parce qu'il représente le pole méridional, qui dans la partie septentrionale de la terre est toujours sous l'horison. Par la même raison l'extrémité de l'axe qui paroît hors du plan regarde la terre.

22. Pour concevoir la raison pour laquelle l'axe fait avec le plan de ce Cadran un angle égal à l'élévation



de l'équateur ou au complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, il n'y a qu'à considérer la figure 2, dans laquelle la ligne CH représente la partie de l'axe du Monde comprise entre l'horison HR, & le plan méridional CP, qui est perpendiculaire à l'horison. Dans le triangle rectangle CPH l'angle P étant droit & l'angle H égal à la hauteur du pole, il est nécessaire que l'angle C compris entre l'axe & le plan méridional soit égal au complément de la hauteur du pole.

23. L'angle que fait l'axe avec le plan d'un Cadran est toujours le même que celui de cet axe avec la soustilaire, parce que cette ligne est formée par un méridien perpendiculaire au plan, & qui d'ailleurs renferme l'axe comme tous les autres méridiens. Par conséquent l'angle au centre du Cadran méridional ou septentrional, compris entre l'axe & la soustilaire, est égal au complément de la hauteur du pole. Il en faut dire autant de l'angle formé par l'axe & la méridienne, parce que dans ce Cadran cette ligne & la soustilaire se confondent. Cet angle compris entre l'axe & la soustilaire ou entre l'axe & le plan est, comme nous avons dit, (20) la hauteur du pole sur le plan.

24. Dans ce Cadran la ligne de six heures, l'horizontale & l'équinoctiale sont perpendiculaires à la méridienne, parce que le cercle de six heures, l'horison & l'équateur sont tous les trois perpendiculaires au méridien, & que d'ailleurs le méridien est perpendiculaire au plan du Cadran. Il faut entendre la même chose par rapport à la soustilaire qui est ici la même que la méridienne. Il suit de-là que ces trois lignes, celle de six heures, l'horizontale & l'équinoctiale, sont parallèles. De plus l'horizontale est supérieure à l'équinoctiale, parce que la moitié de l'équateur représentée sur ce Cadran est celle qui est sur l'horison. Or tout ce qui est au-dessus de l'horison doit se représenter sur un plan vertical ou incliné au-dessous de l'horizontale, comme il paroît par l'article 12. Par une raison

contraire l'horizontale est au-dessous de l'équinoctiale dans le Cadran septentrional, parce que la moitié de l'équateur qui y est représentée est celle qui est au-dessous de l'horison.

25. Il faut observer que le Cadran méridional marque toutes les heures du jour en Automne & en Hyver, ou lorsque le soleil est dans la partie méridionale du Monde, & même lorsqu'il parcourt l'équateur : mais lorsque le soleil est arrivé à la partie septentrionale du Monde, ce Cadran ne marque plus ni les premières heures après le lever du soleil, ni les dernières avant son coucher : & même il commence d'autant plus tard à marquer les heures d'avant midi, & cesse d'autant plutôt de marquer celle d'après midi, que le soleil s'approche davantage du tropique de l'écréviffe ; en sorte que lorsqu'il est une fois arrivé à ce tropique, il ne commence à jouir de la présence du soleil que vers  $7\frac{1}{2}$  heures du matin, & cesse d'en être éclairé par des rayons directs à  $4\frac{1}{2}$  heures du soir, la latitude étant supposée d'environ 49 degrés, telle qu'elle est à Paris. Cela s'entendra mieux par la figure suivante.

Fig. 3.

26. Soit le méridien HZRN, l'horison HR, le premier vertical ZN, l'équateur AT, l'axe de l'équateur ou du monde Pp, qui représente aussi le cercle de six heures, parce qu'il fait avec l'horison le même angle que cet axe. Les lignes SDEF & sGLM parallèles à AT représentent des arcs de cercles que le soleil décrit lorsqu'il est dans la partie septentrionale du monde, & le point S ou s désigne le soleil lorsqu'il est à l'horison oriental. Tant que le soleil parcourra l'arc SDE d'un parallèle en allant du point S au point D, il regardera la face boréale du premier vertical : ce qui arrivera au Printemps & en Été, même après six heures du matin, ou après que le soleil aura atteint le sixième cercle horaire qui est représenté par l'axe Pp. Or le soleil se montre d'autant plus long-tems après six heures du matin qu'il est éloigné de l'équateur ; car,

par exemple, l'arc GL du cercle parallele est plus grand que l'arc DE. Mais lorsque le soleil est dans la partie méridionale, il paroît devant la face méridionale aussi-tôt qu'il est sur l'horison ; par exemple, s'il monte un peu au-dessus du point O, il est aussi-tôt visible devant la face méridionale du plan ZN.

Fig. 3.

27. Le Cadran septentrional se fait de la même manière que le méridional ; mais dans une situation renversée : car le centre est au-dessous de la ligne horizontale, & l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur regarde en haut : d'ailleurs la ligne horizontale qui est supérieure à l'équinoctiale dans un Cadran méridional, lui devient inférieure dans le septentrional ( 24 ). Elle passe dans l'un & dans l'autre par le pied du stile, parce que le plan horizontal coupe à angles droits le plan du Cadran.

28. Il paroît par ce que nous venons de dire sur le Cadran méridional, 1°. que le Cadran septentrional n'indique point d'heures en Automne & en Hyver dans la Sphere oblique boréale, puisqu'il ne voit point le soleil pendant ces deux saisons. 2°. Qu'il ne faut point marquer sur le Cadran septentrional les heures du milieu du jour ; par exemple, à la latitude de Paris qui est à peu-près de 49 degrés, il ne faut point marquer les heures depuis  $7\frac{1}{2}$  heures du matin jusqu'à  $4\frac{1}{2}$  heures du soir, parce que le soleil disparoît de devant la face septentrionale depuis  $7\frac{1}{2}$  heures du matin jusqu'à  $4\frac{1}{2}$  heures du soir.

Si ces deux espèces de Cadrans sont situés sous l'équateur, ils sont équinoctiaux : nous en avons parlé ci-dessus ( Liv. I. art. I. )

29. Avant de passer aux Cadrans orientaux & occidentaux, nous observerons qu'un Cadran méridional d'un lieu n'est point différent de l'horizontal d'un autre lieu dont la latitude est le complément de la latitude du premier lieu ; par exemple un Cadran méridional à Paris dont la latitude est d'environ 49 degrés,

Fig. 3. n'est point différent d'un Cadran horizontal d'un lieu qui a 41 degrés de latitude : car , dans ces deux Cadrans l'axe fait le même angle avec la méridienne , comme il paroît par l'article 23. Il faut dire la même chose du Cadran septentrional,

*Des Cadrans Orientaux & Occidentaux.*

30. Les Cadrans orientaux & occidentaux sont tracés l'un & l'autre sur le plan du méridien du lieu , le premier du côté de l'orient , le second du côté de l'occident.

Fig. 4. 31. Pour faire un Cadran oriental il faut tirer la ligne HR parallèle à l'horison , laquelle on prendra pour l'horizontale du Cadran : on pourra choisir sur cette ligne quel point on voudra pour le pied du stile P : ensuite on tracera pareillement l'autre ligne EN , laquelle doit passer par le pied du stile , & faire avec l'horizontale un angle égal à l'élevation de l'équateur sur l'horison ; & ce sera l'équinoctiale. Enfin il faut tirer une troisième ligne CA qui passe aussi par le pied du stile , & qui fasse avec l'horizontale l'angle de la hauteur du pole : cette troisième ligne est celle de six heures , parce qu'elle est formée par l'intersection du sixième cercle horaire. Ces méthodes de tracer l'équinoctiale & la ligne de six heures , sont fondées sur l'article 9 : car d'abord pour ce qui est de l'équinoctiale , il faut qu'elle fasse avec l'horizontale un angle égal à l'élevation de l'équateur , parce que l'équateur & l'horison étant l'un & l'autre perpendiculaires au méridien , les intersections de ces deux premiers cercles avec le plan du méridien font un angle égal à celui que font entre eux ces deux mêmes cercles. Par la même raison la ligne de six heures fait avec l'horizontale l'angle de la hauteur du pole : car le cercle de six heures & l'horison sont tous les deux perpendiculaires au méridien ; & d'ailleurs le cercle de six heures fait avec l'horison l'angle de la hauteur du pole , puisque ce cercle horaire



fait le même angle avec l'horison que l'axe du monde : Fig. 46  
 or l'angle compris entre l'axe du monde & l'horison  
 est l'angle de la hauteur du pole.

32. La ligne CA est la soustilaire, puisqu'elle est  
 formée par l'intersection d'un méridien perpendicu-  
 laire au plan du Cadran. Par conséquent dans un Ca-  
 dran oriental ou occidental la soustilaire fait avec l'ho-  
 rizontale l'angle de la hauteur du pole.

33. On peut décrire la soustilaire sur une autre mé-  
 thode, lorsque l'équinoctiale est tracée : il suffit d'élever  
 du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale :  
 car la soustilaire est perpendiculaire à l'équinoctiale  
 dans toutes sortes de Cadrans, excepté dans le Cadran  
 équinoctial, lequel n'a point de ligne de même nom,

34. Nous avons supposé que l'horizontale, l'équinoc-  
 tiale & la soustilaire doivent passer par le pied du stile. Or  
 cela est évident (6), parce que ces lignes représentent des  
 cercles perpendiculaires au plan du méridien, qui est le  
 plan du Cadran.

35. Après que ces lignes seront tracées, voici com-  
 ment il faudra tirer les lignes horaires. On prendra sur  
 la soustilaire CA le point A autant éloigné qu'on vou-  
 dra du point P, & autour de ce point A on décrira  
 une circonférence dont le rayon est d'une grandeur ar-  
 bitraire : on la divisera en 24 parties égales, en com-  
 mençant au point de la circonférence par lequel passe  
 la soustilaire, & ensuite du centre du cercle on tirera  
 par les points de division de la circonférence des li-  
 gnes à l'équinoctiale, elles marqueront les points ho-  
 raires sur cette équinoctiale : c'est pourquoi si on tire  
 par ces points des lignes parallèles à la soustilaire,  
 elles seront des lignes horaires, & la soustilaire sera  
 la ligne de six heures du matin : les parallèles qui sont  
 supérieures à la soustilaire marqueront les heures avant  
 la sixième, c'est-à-dire, la cinquième, la quatrième, &c.  
 & celles qui sont inférieures par rapport à cette soustilaire  
 désigneront les heures d'avant midi après la sixième.

Fig. 4.

36. Dans ce Cadran, comme dans tous les autres, il faut que l'axe passe par l'extrémité du stile, mais il doit être parallèle au plan du Cadran; parce que ce plan étant celui du méridien, l'axe du monde lui est nécessairement parallèle; & même l'axe de ce Cadran doit être parallèle à la soustilaire & à toutes les lignes horaires, parce que toutes ces lignes sont les communes sections du méridien & des cercles horaires, qui renferment chacun l'axe du monde dans leur plan. Cet axe étant donc dans le plan du cercle de six heures, lequel est perpendiculaire dans le plan du Cadran & forme la soustilaire; si on choisit deux points de cette ligne, & qu'on y attache des stiles perpendiculaires au plan, dont les parties extérieures, c'est-à-dire, celles qui ne sont point enfoncées dans le mur, soient égales à la ligne AP, & qu'on attache une verge de fer aux extrémités de ces stiles, cette verge fera l'axe du Cadran.

37. Afin d'appercevoir clairement que les points horaires doivent être déterminés sur l'équinoctiale de la manière qu'on le vient d'exposer, il faut concevoir que le cercle décrit, est élevé perpendiculairement sur le plan du méridien, & qu'il est posé sur la ligne équinoctiale, en sorte que son axe soit le même que celui du Cadran oriental, ou du monde: alors il représentera un Cadran équinoctial, puisqu'ayant le même axe que le monde, il est parallèle à l'équateur; donc les lignes horaires de ce Cadran équinoctial seront les rayons du cercle élevé, lesquels passent par les 24 points de division: par conséquent si on prolonge ces rayons jusqu'à l'équinoctiale, ils marqueront les points horaires sur cette ligne: or si on remet ce cercle dans sa première situation, & qu'il ne fasse plus qu'un même plan avec celui du méridien, ces rayons de division se termineront aux mêmes points de l'équinoctiale auxquels ils se terminoient lorsque le cercle étoit élevé; donc ces points de l'équinoctiale sont les points horaires de cette ligne.

38. Dans un Cadran oriental on peut trouver les points horaires par le moyen des tangentes, de la même manière qu'on les trouve dans un Cadran horizontal (Liv. I, art. 23) : car la ligne P-VII est la tangente de l'angle PAVII qui est de 15 degrés ( nous supposons que le rayon du cercle décrit est AP ) : pareillement P-VIII est la tangente d'un angle de 30 degrés, P-IX est tangente de 45 degrés ; & ainsi de suite. Or le rayon de ces tangentes est AP, ou la hauteur du stile, laquelle étant prise égale à 1000 parties d'une échelle, on trouvera dans les tables des tangentes combien les tangentes PVII, PVIII, PIX, &c. doivent contenir de ces parties. Il est facile de voir que pour marquer les points horaires sur l'équinoctiale, on peut aussi employer la quatrième méthode de tracer un Cadran horizontal, expliquée dans le Livre I, article 36 & suivans.

39. Il est évident qu'un Cadran oriental ne peut marquer que les heures d'avant midi, puisque le soleil commence à disparaître de devant le plan oriental au moment précis de midi.

40. La construction d'un Cadran occidental est précisément la même que celle d'un Cadran oriental ; à cela près que sa situation est renversée, & que les heures y sont désignées par des nombres qui marquent le tems d'après-midi. On concevra aisément la construction de ce Cadran par la figure 5.

41. Si on faisoit sur l'équateur, où il n'y a point d'élévation du pôle, un Cadran oriental ou occidental, alors les lignes horaires seroient parallèles à l'horizon : car dans ce Cadran la soustilaire ne fait qu'une même ligne avec l'horizontale, parce que le sixième cercle horaire n'est point différent de l'horizon dans cet endroit-là. Or toutes les lignes horaires sont parallèles à la soustilaire dans les Cadrans, soit orientaux, soit occidentaux.

*DES CADRANS VERTICAUX ,  
qu'on appelle ordinairement Irréguliers ou  
Déclinants.*

Fig. 6.

42. Les Cadrans verticaux sont appelés irréguliers, quand ils déclinent du premier vertical, c'est-à-dire, lorsqu'ils font avec lui des angles obliques; c'est pour cela qu'on les appelle *Déclinants*. Ainsi la déclinaison d'un Cadran n'est autre chose que l'angle oblique compris entre le premier vertical & le plan du Cadran: soit par exemple, AB le plan du Cadran, ou plutôt l'intersection de ce plan avec l'horison représenté par le cercle PSVM: Soit pareillement PV le premier vertical, la déclinaison sera l'angle ACP, ou BCV dont la mesure est l'arc horizontal AP ou BV compris entre le premier vertical & le plan.

43. La déclinaison peut aussi se prendre de l'angle compris entre le méridien & le cercle vertical du plan, c'est-à-dire, le vertical perpendiculaire au plan proposé; ainsi pour déterminer la déclinaison du plan AB par le méridien SM, il faut mener la ligne FG perpendiculaire à la ligne AB, & alors l'angle SCF ou GCM fera la déclinaison du plan: pour que cela soit vrai, il suffit que l'angle SCF soit égal à l'angle ACP ou BCV. Or je démontre ainsi que ces deux angles sont égaux: L'angle ACF est droit, car la ligne FG est supposée perpendiculaire au plan AB; pareillement l'angle SCP est droit, parce que le premier vertical coupe le méridien à angles droits. Si donc de ces deux angles droits ACF & SCP on ôte l'angle commun ACS, les restes, sçavoir, SCF & ACP seront égaux; & par conséquent ils doivent être pris indifféremment l'un pour l'autre. Donc on peut appeller déclinaison du plan l'angle compris entre le plan & le premier vertical, ou celui qui est compris entre le méridien & le cercle vertical du plan.



Il paroît par cette figure, que la déclinaison d'un plan est le complément de l'angle que fait ce plan avec le méridien: ACP, par exemple, est le complément de l'angle SCR à cause de l'angle droit SCP.

44. Un plan déclinant, tel que celui qui est représenté par AB est de deux espèces, l'un regarde obliquement le nord ou le septentrion S, & l'autre regarde le sud ou le midi M. S'il s'agit du plan qui est tourné du côté du septentrion S, ou il décline vers l'orient ou vers l'occident. Il faut dire la même chose du plan qui est tourné du côté du midi M. Si le point P désigne l'orient & le point V l'occident, le plan AB, en tant qu'il est tourné du côté du septentrion, décline à l'occident vers le point V; mais si la ligne AB représente un plan qui regarde le midi, il déclinera à l'orient, sçavoir, vers le point P du côté duquel il est tourné obliquement. On suppose ici que le cercle PSVM représente l'horison.

45. Les plans qui sont tournés obliquement vers le midi, & qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, sont appelés communément *Déclinans du midi à l'orient* ou *à l'occident*, les autres qui regardent obliquement le septentrion, sont nommés *Déclinans du septentrion à l'orient* ou *à l'occident*; mais cette dénomination peut faire croire que la déclinaison se prend de la distance du plan au méridien, au lieu que c'est la distance du plan au premier vertical, laquelle est mesurée par l'arc AP: c'est pourquoi nous appellerons *Plans du midi déclinans vers l'orient* ou *vers l'occident* ceux qui sont tournés obliquement vers le midi, & *Plans du septentrion déclinans à l'orient* ou *à l'occident* ceux qui regardent obliquement le septentrion. Les premiers peuvent aussi être appelés *Plans du sud-est* ou *du sud-ouest*, selon qu'ils déclinent à l'orient ou à l'occident, & les autres, *Plans du nord-est* ou *du nord-ouest*.

46. Nous avons supposé qu'un plan vertical peut être tourné obliquement vers le septentrion ou vers le

**Fig. 6.** midi. Or cela arrive aussi de la manière dont on l'entend, quand la méridienne SM qui joint ces deux points, est oblique à la ligne AB, qui représente le plan vertical.

47. En regardant un Cadran vertical on peut juger s'il est régulier ou déclinant; & posé qu'il soit déclinant, quelle est sa situation, ou de quel côté il décline. Ce que nous avons déjà dit suffit pour distinguer un Cadran régulier d'avec un déclinant: car si la ligne méridienne est perpendiculaire à l'équinoctiale, le Cadran sera méridional ou septentrional; on peut encore reconnoître ces deux Cadrans en ce que l'axe qui est oblique sur le plan, en tant qu'il est dirigé ou vers le bas ou vers le haut, n'est jamais incliné ni vers l'orient ni vers l'occident dans ces deux espèces de Cadrans. Si les lignes horaires sont parallèles entre elles, le Cadran sera oriental ou occidental.

48. On peut distinguer par-là les Cadrans réguliers d'avec les déclinans: mais s'ils sont déclinans, ils sont tournés obliquement vers le sud ou le midi, ou bien vers le nord ou le septentrion. Ceux qui regardent obliquement le midi sont distingués d'avec les autres, en ce que l'extrémité de l'axe qui est hors du mur est tournée du côté de la terre, ou regarde en bas; & que le centre du Cadran est supérieur par rapport à la ligne équinoctiale; ce que l'on pourroit connoître, quoique l'équinoctiale ne fût pas tracée, parce que quand le centre est supérieur, alors les lignes horaires vont en s'écartant vers le bas. Au contraire dans les Cadrans qui regardent obliquement le septentrion, l'extrémité de l'axe qui paroît hors du mur, regarde en haut, & leur centre est au-dessous de la ligne équinoctiale; ce que l'on reconnoît aisément, parce que dans ce cas les lignes horaires vont en s'écartant vers le haut. Cette marque pour distinguer les Cadrans déclinans est une suite de ce que nous avons dit sur les Cadrans méridionaux & septentrionaux.

49. Si dans un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi ou le sud, l'axe est incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera vers l'occident; si au contraire l'axe est incliné vers la partie occidentale, un Cadran déclinera vers l'orient. Pareillement, si dans un Cadran vertical déclinant qui regarde obliquement le septentrion, l'axe est incliné vers la partie orientale, le Cadran déclinera à l'occident. Ce sera le contraire, si l'axe est incliné vers la partie occidentale. En un mot l'axe est toujours incliné vers la partie opposée à celle vers laquelle le Cadran décline: c'est-à-dire, si par exemple, le Cadran décline à l'orient, l'axe est incliné vers l'occident. Dans tous ces Cadrans déclinans la soustilaire qui est toujours placée directement au-dessous de l'axe, puisque le méridien du plan qui forme la soustilaire est perpendiculaire au Cadran; cette soustilaire, dis-je, est située par rapport à la méridienne de la même manière que l'axe: c'est-à-dire, que si l'axe est incliné vers l'orient, la soustilaire sera à l'orient de la méridienne.

50. Il sera facile de comprendre tout ce que nous avons exposé pour distinguer les différens Cadrans déclinans les uns d'avec les autres par l'inclinaison de l'axe, si on conçoit un plan vertical qui tourne autour de l'axe de l'horison, c'est-à-dire, autour d'une ligne perpendiculaire à l'horison, laquelle soit imaginée dans le plan. Car si on suppose d'abord ce plan parallèle au premier vertical, & qu'une ligne sensible, par exemple, une verge de fer parallèle à l'axe du Monde traverse le plan, cette ligne ne sera inclinée sur le plan ni vers l'orient ni vers l'occident: mais si on tourne ce plan autour de l'axe de l'horison en allant d'orient en occident, alors la verge de fer que l'on suppose immobile sera inclinée vers l'orient, ou bien fera un angle aigu avec la partie orientale. Ce sera tout le contraire, si le plan tourne d'occident en orient.

51. On peut ajouter que la soustilaire se trouve entre

les heures d'avant midi, lorsque le Cadran décline vers l'orient, & qu'elle se trouve parmi les heures d'après midi quand il décline vers l'occident; car comme l'axe est incliné sur la partie opposée à celle vers laquelle le Cadran décline, si le Cadran décline vers l'orient, la soustilaire qui répond nécessairement au-dessous de l'axe, est située dans la partie occidentale du Cadran. Or les heures d'avant midi sont toujours marquées dans la partie occidentale du Cadran. Pareillement, si le Cadran décline vers l'occident, la soustilaire se trouvera entre les heures d'après midi, parce que ces heures sont marquées dans la partie orientale; & d'ailleurs posé cette déclinaison, la soustilaire doit être décrite dans la même partie, puisque l'axe est alors incliné vers cette partie.

52. Le Cadran méridional ou septentrional peut être regardé comme un Cadran déclinant, dont la déclinaison est infiniment petite. Mais on peut considérer le Cadran oriental ou occidental, comme s'il avoit la plus grande déclinaison qu'il soit possible, sçavoir, de 90 degrés, puisque le plan du méridien est perpendiculaire au premier vertical; ainsi le Cadran méridional ou septentrional, l'oriental ou l'occidental peuvent être regardés comme les deux termes extrêmes entre lesquels se trouvent tous les Cadrans déclinans; par conséquent ces Cadrans approchent d'autant plus du méridional ou du septentrional, quant à la position & à la situation des lignes & des points, que leur déclinaison est plus petite; & ils approchent d'autant plus de l'oriental ou de l'occidental, que leur déclinaison est plus grande. On peut déduire de-là plusieurs Corollaires.

53. 1°. Puisque dans un Cadran méridional ou septentrional la ligne soustilaire coupe l'horizontale à angles droits (24), & que dans le Cadran oriental ou occidental la soustilaire fait avec l'horizontale l'angle de la hauteur du pole (32), il s'ensuit que l'angle compris entre la soustilaire & l'horizontale fera d'autant plus



petit dans un Cadran déclinant, que la déclinaison est plus grande; & cependant cet angle sera toujours plus grand que la hauteur du pôle sur l'horison du lieu.

54. 2°. Dans un Cadran méridional ou septentrional, l'horizontale & l'équinoctiale sont parallèles; & par conséquent on les peut regarder comme si elles formoient un angle infiniment petit; mais dans un Cadran oriental ou occidental ces deux lignes font un angle égal à l'élévation de l'équateur (31). Ainsi dans les Cadrans déclinans ces même lignes font un angle d'autant plus grand, que la déclinaison est plus grande; mais cependant l'angle compris entre ces lignes est toujours plus petit que l'élévation de l'équateur.

55. On peut remarquer que cet angle de l'horizontale avec l'équinoctiale, sçavoir, BRP, est toujours égal à l'angle LCP que fait la souffilaire avec la méridienne: car les deux triangles rectangles RBP & CLP ayant les angles opposés en P égaux, & de plus les angles droits en L & en B, il faut que les angles R & C soient aussi égaux.

Fig. 111

Quant à la souffilaire & à l'équinoctiale comparées entre elles, elles s'entrecoupent à angles droits dans toutes sortes de Cadrans, comme nous l'avons déjà fait voir (17).

56. 3°. Dans un Cadran méridional ou septentrional l'angle formé au centre du Cadran par la souffilaire & l'axe, est égal au complément de la hauteur du pôle sur l'horison (23); & dans un Cadran oriental ou occidental cet angle peut être regardé comme infiniment petit, puisque l'axe est parallèle à la souffilaire (36). Par conséquent plus la déclinaison du Cadran vertical est grande, plus l'angle au centre compris entre l'axe & la souffilaire est petit.

57. REMARQUE. Il n'en est pas de même de l'angle compris entre l'axe & la méridienne. Ce dernier ne change point quand la latitude est la même. Il est toujours égal à l'élévation de l'équateur, ou, ce qui revient au

même, au complément de la hauteur du pôle sur l'horison. Car supposons que le Cadran soit méridional, l'angle entre l'axe & la méridienne fera égal au complément de la hauteur du pôle (23). Or si on suppose à présent que le plan devienne déclinant en tournant autour de la méridienne, comme on l'a dit article 50, l'axe fera toujours le même angle avec la méridienne, comme il est facile de le concevoir. Ainsi cet angle est toujours égal au complément de la hauteur du pôle.

58. 4°. Un Cadran méridional marque autant d'heures avant qu'après midi; mais un Cadran oriental marque toutes les heures d'avant midi, & ne marque aucune de celles d'après midi; ainsi plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi est déclinant à l'orient, plus il marque d'heures avant midi, moins il en marque après midi. Pareillement un Cadran occidental ne marque aucune des heures d'avant midi, mais il marque toutes celles d'après midi qui arrivent avant le coucher du Soleil. Par conséquent s'il s'agit d'un Cadran vertical qui regarde obliquement le midi, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il montre d'heures avant midi, & plus il en montre après.

59. 5°. Un Cadran septentrional marque autant d'heures avant qu'après midi, mais un Cadran oriental marque toutes les heures depuis le lever du soleil jusqu'à midi, & n'en marque aucune après midi. Par conséquent plus un Cadran vertical qui regarde obliquement le septentrion, décline vers l'orient, plus il montre d'heures avant midi, & moins il en montre après. Pareillement un Cadran occidental ne marque point d'heures avant midi, & marque toutes celles d'après midi qui sont avant le coucher du soleil. Ainsi quand un Cadran vertical regarde obliquement le septentrion, plus sa déclinaison vers l'occident est grande, moins il y a d'heures d'avant midi à marquer sur ce Cadran, & plus il en faudra marquer de l'après-midi. Dans cha-

cun de ces Corollaires nous supposons que la latitude du lieu ou la hauteur du pôle sur l'horifon n'est point changée.

Il y a plusieurs pratiques pour décrire dans les Cadrans déclinans & verticaux, l'horizontale, la soustilaire, la méridienne, l'équinoctiale, &c. Nous expliquerons ces différentes méthodes, après que nous aurons donné la notion du *centre diviseur*, qui est fort en usage chez plusieurs Auteurs qui ont écrit sur la Gnomonique.

60. Afin de concevoir plus aisément ce qu'on entend par centre diviseur, & l'usage qu'on en peut faire, il faut se souvenir que les grands cercles de la Sphere sont représentés sur un plan par des lignes droites, lesquelles passent par le pied du stile, si elles représentent des cercles perpendiculaires au plan (6); au lieu qu'elles passent à côté de ce point lorsque les cercles sont obliques au plan (7). Or le centre diviseur d'une de ces lignes est un point autant éloigné de cette ligne que le sommet du stile : il faut même que la distance qui est entre le centre diviseur d'une ligne & ses différens points, soit égale à celle du sommet aux mêmes points : d'où il suit que si du centre diviseur on tire des lignes à deux de ces points, l'angle qu'elles forment est égal à celui qui seroit compris entre les lignes tirées du sommet du stile aux mêmes points. Et réciproquement, si ces angles sont égaux, & qu'un côté de chacun aboutisse au même point, l'autre côté de chaque angle aboutira aussi à un même point. Soit, par exemple, la ligne EG qui représente un grand cercle, le sommet du stile S, le centre diviseur D, si l'angle PDH est égal à PSH, & que DP & SP aboutissent au point P, les deux autres côtés DH & SH aboutiront aussi à un même point H. Cela supposé, nous allons donner la définition du centre diviseur, & la maniere de le trouver.

Fig. 2

61. Le centre diviseur d'une ligne droite qui repré-

F

Fig. 7. sente un cercle sur un plan, est un point qui est aussi éloigné de cette ligne que le sommet du stile, pourvu que ce point soit pris dans une ligne tirée du pied du stile perpendiculairement à la première qui représente le cercle. On verra dans la suite qu'il y a plus d'un point qu'on peut prendre pour centre diviseur. Il est facile de trouver un tel point, car ou cette première ligne passe par le pied du stile, ou à côté.

62. Si la ligne passe par le pied du stile, comme la ligne EG qui représente le cercle EFG; du pied du stile, sçavoir du point P, il faut élever PD perpendiculaire à la ligne EG qui soit égale à la hauteur du stile, l'extrémité D de cette perpendiculaire sera le centre diviseur de la ligne EG: car il est évident que ce point D est autant éloigné de la ligne EG que l'extrémité supérieure du stile, puisque la perpendiculaire PD est égale à la hauteur du stile; il est donc clair qu'on trouve le centre diviseur d'une ligne qui passe par le pied du stile, si de ce point, c'est-à-dire, du pied du stile, on éleve une perpendiculaire à cette ligne qui soit égale à la hauteur du stile; car elle sera terminée au centre diviseur.

Fig. 8. 63. Mais si la ligne EG ne passe point par le pied du stile, comme on peut le voir dans la fig. 8, du pied du stile P il faut tirer deux lignes, l'une perpendiculaire à la droite EG, & prolongée infiniment au-delà de la ligne EG, telle qu'est PBD; l'autre parallèle à cette même ligne droite EG, & par conséquent perpendiculaire à la première PBD, & de plus égale à la hauteur du stile, comme est la ligne AP: alors on menera l'hypoténuse AB, & du point B on prendra BD égale à cette hypoténuse, le point D sera le centre diviseur de la ligne EG; car ce point est autant éloigné de cette ligne, que le sommet du stile.

64. Afin de prouver que le point D est autant éloigné de la ligne EG que le sommet du stile, il n'y a qu'à concevoir que la hauteur du stile est perpendicu-



laire au plan sur lequel a été décrite la ligne EG, & pareillement que le triangle APB est élevé perpendiculairement sur ce même plan, en sorte que le côté AP ne fasse qu'une même ligne avec la hauteur SP : dans cette hypothèse la ligne AB, qui deviendra perpendiculaire à la ligne EG, quoique oblique sur le plan, mesurera la distance de l'extrémité S à la ligne EG, parce que les deux points A & S ne feront qu'un seul point, à cause de l'égalité de la ligne AP & de la hauteur SP. D'ailleurs par la construction, la ligne BD est aussi égale à la base AB, & perpendiculaire à la ligne EG ; par conséquent le point D est autant éloigné de la ligne EG, que l'extrémité S du stile. Donc ce point est le centre diviseur de la ligne EG.

Ce que nous venons de dire (63) renferme une méthode pour trouver le centre diviseur d'une ligne droite, quand elle ne passe point par le pied du stile : nous la répétons en la prenant par articles, afin qu'on la retienne mieux, d'autant qu'elle sera d'un grand usage dans la suite.

65. Voici cette méthode : Du pied du stile il faut mener 1°. Une ligne indéfinie laquelle soit perpendiculaire à la ligne EG dont on cherche le centre diviseur ; 2°. Une autre ligne droite PA qui soit parallèle à cette même ligne EG, perpendiculaire à la première ligne tirée, & égale à la hauteur du stile : enfin il faut décrire l'hypoténuse AB. Après cela on prendra BD égale à l'hypoténuse AB, le point D sera le centre diviseur de la ligne EG.

66. On remarquera que l'on peut prendre le centre diviseur de EG de côté & d'autre de cette ligne ou vers D ou vers Z, pourvû que ce soit sur une perpendiculaire qui passe par le pied du stile : & même si on imagine un plan qui passe par le sommet du stile & qui coupe perpendiculairement la ligne EG, & que l'on conçoive sur ce plan une circonférence dont le centre soit le

*F ij*

Fig. 8.

Fig. 7.  
& 8.

point de rencontre du plan avec la ligne, & le rayon soit la distance de ce point au sommet du stile, chaque point de cette circonférence pourra être regardé comme le centre diviseur de la ligne, parce qu'il sera autant éloigné de tous les points de cette ligne que le sommet, lequel on peut considérer comme le centre diviseur général de toutes les lignes qui représentent des grands cercles, dont ce sommet est le centre.

67. Afin d'appercevoir clairement l'usage du centre diviseur, il faut remarquer que comme un grand cercle de la Sphere, ou plutôt sa moitié est représentée par une ligne droite tracée sur le plan du Cadran : de même aussi une partie de cette ligne représente un arc du même cercle. Or si du centre diviseur d'une ligne on tire deux rayons sur cette ligne, la partie comprise entre les rayons, représentera un arc de cercle qui est la mesure de l'angle contenu entre ces rayons, dont le sommet est le centre diviseur : par exemple, si du centre D (fig. 7.) de la ligne EG qui traverse le pied du stile, on tire les rayons DP & DI, la partie PI de la ligne EG comprise entre les rayons, représentera l'arc qui est la mesure de l'angle PDI : afin de le prouver, nous remarquerons que le sommet S se trouve au centre du grand cercle EFG représenté par la ligne EG, puisque le sommet du stile est regardé comme le centre de la Sphere. Cela posé, qu'on fasse l'angle PSL égal à l'angle PDI, & qu'on prolonge les côtés PS & LS jusqu'à ce qu'ils rencontrent la circonférence EFG aux points Z & F; l'angle FSZ étant au centre S, a pour mesure l'arc FZ compris entre ses côtés : or les angles FSZ & PSL sont égaux, parce qu'ils sont opposés au sommet. Donc l'angle PSL a pour mesure le même arc FZ; mais par la construction l'angle PDI est égal à l'angle PSL. Donc il a aussi pour mesure l'arc FZ. Or la partie PL, qui est la base de l'angle PSL, représente un arc, puisque l'arc & la base sont contenus entre les mêmes lignes FL & ZP, qui s'entrecou-

pent au centre du cercle. D'ailleurs la base PI est aussi égale à la base PL ; car ces deux triangles DPI & SPL étant tous deux rectangles , & ayant les angles D & S égaux , aussi-bien que les côtés DP & SP ; il est nécessaire que ces triangles soient égaux en tout. Donc la base PI de l'angle PDI représente l'arc XZ , lequel arc est la mesure de cet angle. On fera voir de la même manière que la partie PH représente l'arc XZ , & par conséquent que l'autre partie HL représente l'arc FX.

Fig. 34

68. On prouvera la même chose & de la même manière, s'il s'agit du centre diviseur d'une ligne qui ne passe point par le pied du stile : dans ce cas on ne prolonge point la ligne SP fig. 8 , mais la ligne AB , que l'on doit concevoir perpendiculaire à la ligne EG , comme nous l'avons dit ci-dessus (64) ; & alors il ne faut pas concevoir le cercle EFG couché sur le plan où est décrite la ligne EG , comme s'ils se réunissoient en un même plan , mais l'on doit concevoir qu'il est oblique à ce plan , en sorte qu'il fasse avec lui un angle égal à l'angle ABP : dans le premier cas au contraire , c'est-à-dire , quand la ligne EG passe par le pied du stile , il faut concevoir que le cercle est perpendiculaire au plan.

69. Les centres diviseurs de deux cercles qui s'entrecoupent , ou plutôt les centres diviseurs des deux lignes qui représentent ces cercles , sont également éloignés du point d'intersection. Soient , par exemple , la méridienne CM & l'équinoctiale EN qui s'entrecoupent au point M , je dis que leurs centres diviseurs , sçavoir H & A , sont également éloignés du point M. Car que l'on conçoive PS hauteur du stile dans sa situation naturelle , je veux dire élevée perpendiculairement sur le plan du Cadran ; dans cette hypothèse les centres diviseurs de toutes les lignes sont autant éloignés de leurs lignes que le sommet du stile , qui est le centre de la Sphere : par exemple , le centre H est aussi éloigné de la ligne CM que le sommet S du stile , ainsi qu'il

Fig. 18.

Fig. 18. paroît par la notion du centre diviseur. Donc si les triangles LHM & BAM sont conçus tellement inclinés sur le Cadran, & appuyés sur les bases LM & BM, que les sommets H & A ne fassent qu'un seul point avec S; alors les deux lignes HM & AM, n'en feront plus qu'une. Par conséquent les centres H & A sont également éloignés du point M.

70. Il suit de-là que les centres diviseurs des lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens, sont également éloignés du centre du Cadran. Car toutes ces lignes s'entrecoupent dans ce centre.

71. Nous avons dit (66) qu'on peut regarder le sommet du stile comme le centre diviseur de la soustilaire, aussi-bien que toutes les autres lignes qui représentent des grands cercles. Cela posé, la distance du centre du Cadran au centre diviseur de la soustilaire est la partie de l'axe comprise entre ces deux points; par conséquent la soustilaire représentant un méridien, cette partie de l'axe est la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires & de toutes celles qui représentent des méridiens. Or on peut prendre l'extrémité de l'axe pour le sommet du stile, en concevant que le pied du stile est un point de la soustilaire, auquel aboutit une perpendiculaire tirée de cette extrémité. Ainsi dans ce cas la distance du centre du Cadran au centre diviseur de toutes les lignes horaires sera la longueur de l'axe.

## SECONDE SECTION.

### *PROBLEMES PRÉLIMINAIRES qui servent à la description des Cadrans Verticaux.*

72. Avant de faire aucune opération sur le plan, & d'y attacher le faux stile, il faut d'abord s'assurer que c'est un véritable plan, & qu'il est vertical. On voit s'il est vertical par le moyen d'un plomb suspendu par



une ficelle : car si la ficelle qui soutient le plomb est autant éloignée du plan en bas qu'en haut , c'est une marque qu'il est vertical ; & d'ailleurs si une regle juste étant appliquée sur le plan , soit horizontalement , soit perpendiculairement à l'horison , soit obliquement , toute l'étendue du côté appliqué touche toujours le plan , c'est une marque qu'il est effectivement plan. On a assez de peine à faire faire un plan exact par un Ouvrier. Souvent on n'a pas lieu d'être content de son ouvrage après l'avoir obligé d'y retoucher deux ou trois fois. Voici comment il doit s'y prendre pour y réussir : il faut qu'il fasse deux bandes verticales de plâtre d'environ un ou deux pouces de largeur tout au plus , l'une à droite & l'autre à gauche du plan qu'on veut faire , & qu'ils s'assure avec son plomb que la surface antérieure de l'une & de l'autre est bien verticale ; il appliquera aussi une bonne regle sur l'une & sur l'autre pour voir si cette regle touche la bande dans toute la longueur du côté appliqué ; après cela il remplira de plâtre l'espace qui est entre les deux bandes , & en appliquant sa regle horizontalement ou obliquement , de maniere qu'elle touche l'une & l'autre bande , il jugera en la faisant glisser de haut en bas si toutes les parties du plan sont de niveau avec les bandes : auquel cas cette surface sera un véritable plan vertical.

Au lieu des deux bandes de plâtre on pourroit appliquer deux regles de bois au mur selon leur longueur , en les enfonçant un peu , de sorte que le côté extérieur de l'une & de l'autre fût vertical.

73. Après cela il faudra enfoncer le faux stile dans le mur , ou plutôt le faire sceller perpendiculairement au plan , autant qu'il sera possible : il doit toujours être placé vers la partie supérieure du plan , mais près du bord occidental , si c'est un plan du midi qui décline beaucoup vers l'orient ; & près du bord oriental , s'il décline vers l'occident. On observera le contraire sur les plans du nord : enfin on mettra le stile à peu près vers

le milieu de la largeur sur les plans soit du midi, soit du nord, dont la déclinaison est petite, par exemple de  $15$  à  $20^d$ . On peut remarquer que le bord oriental d'un plan du midi est à la droite de la personne qui le regarde; c'est le contraire dans un plan du nord.

Pour ce qui est de la hauteur du stile, il est à propos qu'elle soit la plus longue qu'il est possible, eu égard à l'étendue du plan que je suppose à peu près carré; c'est-à-dire, par exemple, que si le côté du carré contient environ quatre ou cinq pieds, la hauteur du stile doit être d'environ un pied & demi, ou deux pieds. Voici sur quoi on doit se régler: Quand le soleil a commencé à éclairer le plan de manière à faire une ombre bien marquée, il faut que l'ombre de l'extrémité du stile tombe vers le bord du plan. En général plus la hauteur du stile est grande, plus les opérations que l'on fait en conséquence sont exactes: c'est pourquoi si on pouvoit prendre le point d'ombre sur un petit de même que sur un grand plan, avec un long stile, il faudroit employer la même hauteur du stile pour un petit comme pour un grand plan. Il paroît par la description du faux stile (Préparation art. 38), qu'on le peut allonger ou accourcir suivant les besoins lorsque la branche est une pièce séparée du tronc. Nous allons commencer par le Problème qui enseigne à trouver le pied du stile.

#### PROBLÈME PREMIER.

Fig. 9. 74. *Trouver le pied du stile, c'est-à-dire, le point du plan auquel aboutit une perpendiculaire tirée du sommet du stile.*

Soit le stile ST dont on cherche le pied. Il faut par le moyen d'un compas ou d'une baguette qui ne se plie pas, prendre trois points sur le plan vertical qui soient tous les trois également éloignés du sommet du stile S, tels que sont les points A, B, C, & tirer ensuite les lignes EF & GH, dont la première EF passe par tous les points

également éloignés de A & de B ( Géom. Liv. I, art. 28 ), & la seconde par tous ceux qui sont à égale distance de B & de C ; le point d'intersection P des lignes EF & GH sera le pied du stile. Fig. 97

Il faut marquer légèrement les lignes EF & GH, & ne les tracer que vers l'endroit où l'on voit qu'elles se doivent couper, afin de ne pas changer le plan de lignes.

75. Pour s'assurer si on a bien opéré, il faut voir si le point d'intersection P est également distant des trois points A, B, C, auquel cas on est sûr que le point P est le pied du stile, pourvû que les trois points A, B, C, soient à égale distance du sommet, & que d'ailleurs la surface du mur soit un véritable plan.

76. Il est à propos de s'assurer encore d'une autre manière de la justesse de cette opération fondamentale. Il faut choisir trois nouveaux points plus ou moins éloignés du pied du stile que les trois premiers, & voir s'ils sont également distans du point que l'on a trouvé d'abord pour le pied du stile.

77. Si on voit que le plan du mur est bien exact autour du pied du stile, il ne faut pas que la distance des trois points à ce pied soit plus de la moitié ou des deux tiers de cette hauteur, que l'on peut toujours connoître à peu près avant même cette opération : une plus grande distance ne pourroit servir qu'à faire couper les lignes dans un point un peu différent du véritable pied du stile. Mais s'il y a quelque élévation ou quelque enfoncement dans cette partie du plan, on prendra cette distance au moins égale à la hauteur du stile ou même plus grande : car alors celui des trois points A, B, C, qui est marqué sur une élévation, est plus éloigné que les autres du véritable pied du stile, & celui qui est pris dans un enfoncement en est plus près. Or ce défaut cause une erreur plus grande à proportion si la distance est petite, que si elle est plus grande. Pour ce qui est de la distance des trois points entre eux, elle

doit être telle que les deux extrêmes A & C soient à peu près également éloignés de B, & qu'elle occupe environ une demi-circonférence, afin que les lignes qu'on tire se coupent presque à angles droits.

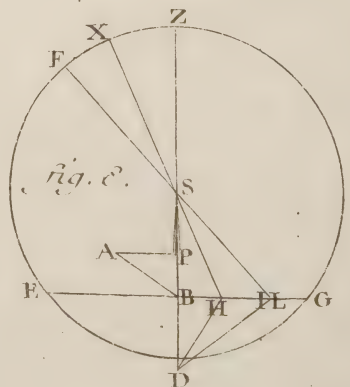
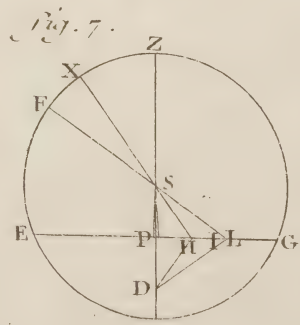
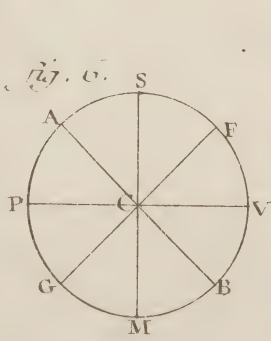
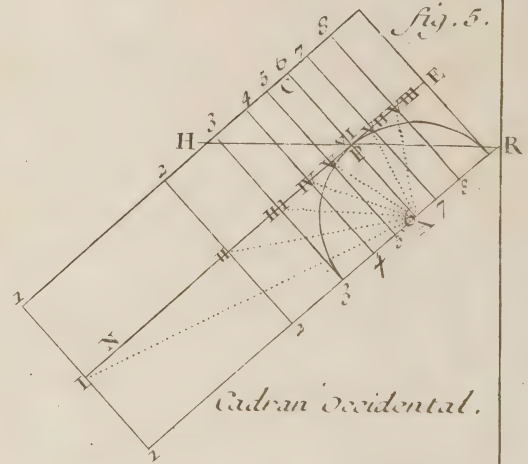
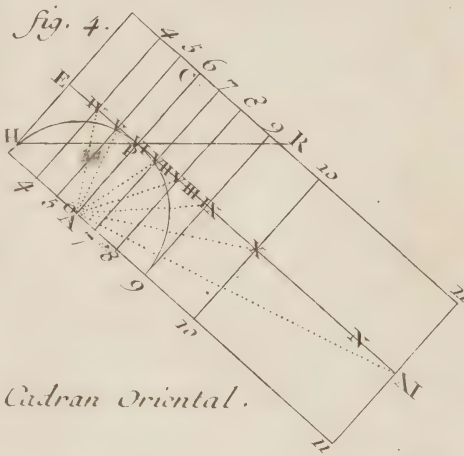
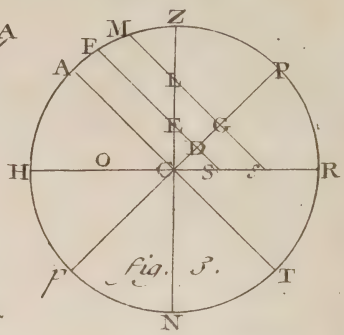
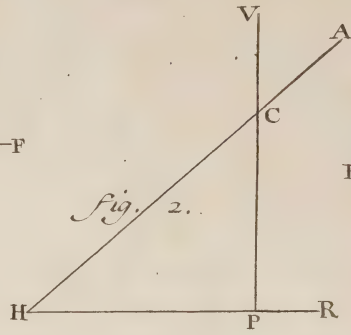
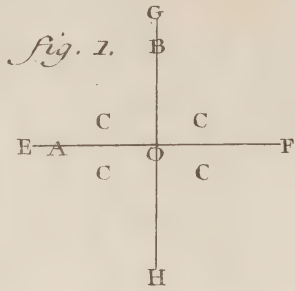
Quand on a trouvé le pied du stile, il est à propos d'y mettre un clou dont la tête ait un petit trou dans l'endroit qui répond au pied du stile; ce trou sert à mettre & à fixer une pointe du compas pour différentes opérations; ainsi il ne doit avoir qu'une très-petite profondeur.

#### DÉMONSTRATION DU PROBLÈME.

78. Afin d'entendre la raison de cette pratique, il faut remarquer que le pied du stile est l'extrémité d'une ligne que l'on conçoit tirée du sommet S perpendiculairement sur le plan du Cadran; par conséquent l'extrémité de cette ligne perpendiculaire au plan, c'est-à-dire, le pied du stile est également éloigné des extrémités des obliques égales qui seroient menées du point S sur le plan. Or les points A & B qui sont à la même distance du sommet S, peuvent être considérés comme les extrémités des obliques égales SA & SB : donc le pied du stile est également éloigné des deux points A & B. Or la ligne EF passe par tous les points également éloignés d'A & de B : donc cette ligne passe par le pied du stile. On prouvera de la même manière que la ligne GH passe par le pied du stile, parce qu'elle passe par tous les points qui sont à égale distance des points B & C, qui sont aussi également éloignés du sommet S par la construction : par conséquent les deux lignes EF & GH passent par le pied du stile. Ainsi le pied du stile est le point d'intersection des deux lignes EF & GH.

79. Il y a une autre méthode de trouver le pied du stile par des points : on marquera d'abord deux points tels que A & B également éloignés du sommet S, & on tirera EF qui passe par tous les points qui sont à égale distance de A & de B : ensuite on prendra sur







cette ligne deux points comme E & F qui soient aussi également distans du sommet S ; le point P pris sur la ligne EF à même distance des points E & F sera le pied du stile. Voici la raison de cette pratique : le pied du stile est sur la ligne EF, comme il paroît par la démonstration précédente. D'ailleurs ce pied du stile & la hauteur entiere SP qui est perpendiculaire sur le plan, & par conséquent sur la ligne EF qu'elle rencontre, doivent être à égale distance des deux obliques égales, SE, SF. Donc le point P étant pris dans la ligne EF à même distance de ces obliques, ou, ce qui revient au même, des points E & F, est nécessairement le pied du stile. Fig. 6.

80. On pourroit trouver aussi le pied du stile par le moyen d'une plaque de métal percée au milieu, au trou de laquelle il y auroit un canal fondé d'environ trois ou quatre pouces de longueur : ce canal, qui doit être perpendiculaire à la plaque servira à recevoir une verge de fer bien droite d'un égal diametre, & pointue par une des extrémités. On appliquera la plaque (il est bon qu'elle soit ronde & environ de 5 ou 6 pouces de diametre) contre le plan du mur à l'endroit où l'on voit à peu près que doit être le pied du stile ; puis on fera passer la verge de fer par le sommet du stile, ou plutôt par le trou d'une autre plaque, duquel le centre est considéré comme le sommet du stile, & on fera glisser la plaque appliquée au mur jusqu'à ce que la verge de fer entre sans obstacle dans le canal, & pénétre jusqu'au mur, le point auquel la pointe aboutira sera le pied du stile : cela est évident, parce que le canal étant perpendiculaire à la plaque, & par conséquent au plan du mur, la verge de fer que je suppose passer par le sommet du stile, sera aussi perpendiculaire au même plan.

Ces trois méthodes de trouver le pied du stile ont lieu dans toutes sortes de plans, soit l'horifontal, soit le vertical, soit l'incliné.

Fig. 9.

81. Quand on a déterminé le pied du stile, on mesure sa hauteur, qui est la distance du sommet au pied : pour cela on se sert du compas à verge ou d'une verge de fer, ou même d'une baguette de bois dont on mesure avec ce compas la partie égale à la hauteur du stile. Mais on peut aussi trouver cette hauteur par le calcul à cause du triangle rectangle SPA formé par la distance SA, la ligne AP & la hauteur SP, dont les deux premiers côtés étant connus, on trouvera le troisième SP : car en ôtant le carré du côté AP du carré de l'hypoténuse SA, le reste sera le carré de la hauteur SP : ainsi il faudra prendre la racine carrée de ce reste pour la hauteur du stile.

Il faut marquer avec un crayon les points dont on se sert pour déterminer le pied du stile, ou en tirant une petite ligne au-dessous de chacun, ou en les entourant d'une espèce de figure comme un cercle, un triangle, &c. sans cela on ne pourroit pas les retrouver aisément, ou bien on les confondroit souvent l'un avec l'autre. Pour ce qui est des points d'ombre, on les marque par des lettres ou des chiffres.

## P R O B L Ê M E I I.

*Tracer deux lignes, dont l'une soit la verticale du plan, & l'autre l'horizontale du même plan.*

82. 1°. La verticale du plan est une ligne perpendiculaire à l'horison, laquelle passe par le pied du stile. On trace cette ligne de la manière suivante : il faut suspendre un poids de cuivre ou de plomb avec un fil attaché à un clou : le clou doit être attaché au mur au-dessus du pied du stile, afin que le fil qui soutient le poids passe sur ce point : ensuite on marquera sur le plan un autre point directement sous le fil. ( L'opération sera d'autant plus sûre, que ce second point sera plus éloigné du premier, qui est le pied du stile ). Si on tire une ligne qui passe par ces deux points, ce sera la verticale du plan, puisqu'elle aura la même direction



que le fil, laquelle tend nécessairement au centre de la terre.

Le vent trouble souvent cette opération en faisant balancer le poids. Or afin d'empêcher les vibrations du fil ou de la corde qui soutient ce petit poids, il est à propos de mettre un vase rempli d'eau au-dessous, de manière que le poids soit plongé dans l'eau sans toucher le fond, & pour lors il ne balancera plus, à moins qu'il ne fasse un grand vent.

83. 2°. Pour avoir l'horizontale du plan, il faut tirer une ligne qui passe par le pied du stile, & qui soit perpendiculaire à la verticale du plan. La raison de cette pratique est évidente : car la verticale du plan étant perpendiculaire à l'horison, une ligne ne peut être perpendiculaire à la verticale du plan, sans être parallèle à l'horison.

84. On peut aussi tirer l'horizontale du plan par le moyen d'un niveau d'air ou d'une autre espèce, que l'on place sur le côté d'une règle de bois, laquelle on applique contre le plan, de manière que le bord supérieur soit sur le pied du stile. Il faut que le côté de la règle sur lequel est posé le niveau soit bien aplani. Lorsque la bulle d'air qui est dans le niveau se tient vers le milieu de cet instrument, c'est une marque que le côté de la règle de bois est dans une situation horizontale ; & pour s'en assurer davantage, il faut retourner le niveau, en sorte que l'extrémité qui étoit à droite soit mise à gauche, sans néanmoins faire changer de place à l'instrument. Si dans cette situation la bulle d'air se tient encore vers le milieu, c'est une nouvelle preuve que la règle de bois est placée horizontalement ; & par conséquent en tirant une ligne le long du côté de la règle, elle sera l'horizontale du plan. Quand l'horizontale sera tracée, si on lui élève une perpendiculaire qui passe par le pied du stile, ce sera la verticale du plan.

85. Lorsque la verticale du plan est tracée, il est fa-

Fig. 10. cile de trouver le centre diviseur de l'horizontale. Il faut du pied du stile P prendre sur la verticale une distance PD égale à la hauteur du stile (62), le point D sera le centre diviseur de l'horizontale.

Il s'agit à présent d'exposer la maniere de trouver la déclinaison d'un plan vertical : comme cette opération est une des plus difficiles de la Gnomonique, & qu'elle est le fondement de la construction des Cadrans, nous tâcherons d'applanir les difficultés autant qu'il nous sera possible. Nous proposerons d'abord un Problème qui contiendra différentes méthodes de trouver la déclinaison du plan, & ensuite nous en exposerons encore plusieurs autres sur la même matiere : mais il est nécessaire de faire auparavant quelques observations préliminaires.

### *Préparation pour le Problème suivant.*

86. Il est facile de s'assurer sans aucune opération si un plan vertical est tourné du côté du midi, ou vers le septentrion. Car si à midi il est éclairé du soleil par des rayons directs, c'est-à-dire, qui viennent du soleil en ligne droite sans réflexion, alors il regarde le midi ; mais si ce plan n'est point éclairé à midi, il est tourné vers le septentrion. Je suppose qu'il n'y a point d'objet qui empêche la lumiere du soleil de tomber directement sur le midi dans le tems de midi.

87. Il est encore aisé de juger si le plan décline vers l'orient ou vers l'occident : car si le plan est éclairé par le soleil plus long-tems avant midi qu'après, il décline vers l'orient : & si au contraire il est éclairé plus long-tems après midi qu'avant, c'est une marque qu'il décline à l'occident. Il faut toujours supposer que le plan est dégagé d'objets qui empêcheroient la lumiere du soleil de parvenir directement jusqu'au plan.

88. On peut encore connoître d'une maniere plus commode de quel côté le plan décline : c'est en remarquant si l'ombre de l'extrémité du stile tombe sur la

verticale du plan avant ou après midi : car si c'est avant midi, le plan décline vers l'orient ; & si c'est après midi, le plan décline vers l'occident. Comme cette dernière manière de trouver vers quel côté le plan décline pourroit être incertaine dans la pratique lorsque la déclinaison du plan est fort petite, & cela, faute de connoître précisément le moment de midi, nous donnerons encore dans la suite une méthode pour juger dans tous les cas de quel côté se fait cette déclinaison.

89. Il faut remarquer que la déclinaison du plan vertical est représentée par l'angle PDL, qui a son sommet au centre diviseur D de la ligne horisontale HR, & qui est compris entre les deux lignes DP & DL, dont la première est une partie de la verticale du plan égale à la hauteur du stile, & la seconde aboutit au point L, qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale. Pour prouver que cet angle est la déclinaison du plan, il faut imaginer un plan horisontal qui coupe le plan du Cadran selon la ligne HR, le centre de cet horison sera le point D ; car il faut ici concevoir ce point dans le plan horisontal aussi-bien que le triangle entier PDL, & alors le point D n'est pas différent du sommet du stile, ni la ligne DP de la hauteur du stile ; cette ligne DP sera l'intersection de l'horison & du cercle qui est le vertical du plan, c'est-à-dire, qui est perpendiculaire au plan du Cadran, puisque cette intersection doit passer par le sommet D du stile, à cause que tous les grands cercles de la sphere passent par le centre de la terre, & que le sommet du stile peut être regardé comme le centre de la terre. De même la ligne DL sera l'intersection de l'horison & du méridien du lieu : car ce méridien passe par le sommet du stile, & par le point L qui est l'intersection de la méridienne & de l'horisontale, qui sont tracées sur le plan du Cadran. Ainsi on doit concevoir l'angle PDL décrit sur le plan horisontal & compris entre le vertical du plan

[Fig. 10.]

& le méridien du lieu, qui sont deux grands cercles qui se coupent nécessairement au sommet du stile. Or nous avons dit (43), que l'angle qui est compris entre le vertical du plan & le méridien du lieu est égal à la déclinaison du plan, & qu'on l'appelle même quelquefois la déclinaison du plan.

90. On peut encore tourner ce raisonnement d'une autre manière qui paroîtra peut-être plus claire : l'angle que fait le vertical du plan avec le méridien étant égal à la déclinaison du plan (43), il s'agit de montrer que PDL représente, ou plutôt est égal à l'angle que font entre eux ces deux cercles. C'est ce que l'on peut faire aisément en cette sorte : puisque les lignes ZPD & CLM désignent le vertical du plan & le méridien, la partie PL de l'horizontale représente l'arc de l'horison compris entre ces deux cercles, lequel arc est la mesure de l'angle qu'ils forment. Or l'angle PDL ayant son sommet au centre diviseur de l'horizontale, a aussi pour mesure le même arc représenté par PL (67). Ainsi cet angle PDL est égal à celui que font entre eux le vertical du plan & le méridien, ou ce qui revient au même l'angle PDL est égal à la déclinaison du plan.

91. Nous remarquerons aussi qu'un plan vertical est toujours parallèle à l'horison d'un plan éloigné de l'endroit où est situé le plan, de 90 degrés ou d'un quart de cercle. Pour s'en convaincre, que l'on conçoive le plan prolongé jusqu'au centre de la terre, & que de ce point il y ait un rayon tiré perpendiculairement au plan, ce rayon aboutira au lieu dont l'horison est parallèle au plan : car le rayon sera perpendiculaire à l'horison du plan où il aboutira, puisque tout rayon est perpendiculaire à la tangente du point auquel il se termine (Géom. Livre I, art. 115), & que l'horison sensible est un plan qui touche le globe de la terre : mais d'ailleurs on suppose que ce rayon est perpendiculaire au plan dont il s'agit ; par conséquent ce plan est parallèle à l'horison de ce lieu. Or il est évident que le

rayon



rayon perpendiculaire au plan se termine à un point qui est éloigné de 90 degrés du lieu où est ce plan.

Ce n'est pas seulement le lieu auquel aboutit ce rayon perpendiculaire qui a son horison parallele au plan : mais c'est aussi l'autre lieu diamétralement opposé à celui-ci. Ainsi un plan vertical est toujours parallele aux horizons de deux lieux qui sont antipodes l'un de l'autre : & même ce plan est l'horison rationel de l'un & de l'autre lieu. Mais quand on parle du lieu dont l'horison est parallele à ce plan, il faut entendre celui vers lequel le plan est tourné. Ainsi quand un plan vertical situé dans la partie septentrionale de la terre, est tourné vers le midi, quoiqu'obliquement, le lieu dont l'horison lui est parallele est dans la partie méridionale de la terre.

### PROBLÈME III.

92. *Trouver la déclinaison d'un plan vertical par quelques méthodes aisées.*

#### PREMIERE METHODE

*Qui suppose qu'on connoît le moment de midi.*

On peut s'assurer du moment de midi ou par une méridienne horisontale qu'on aura décrite exprès dans le voisinage du Cadran vertical selon la méthode prescrite dans le troisième livre de la Sphere article 2 : ou par un Cadran que l'on sçait être juste ; quand bien même ce Cadran seroit à quelque distance, pourvû qu'on ait une bonne montre que l'on mettra sur le Cadran, par exemple, à onze heures ou onze heures & demie : ou bien par une pendule à secondes que l'on sçaura marquer le tems vrai exactement, sur laquelle on pourra mettre la montre trois ou quatre heures avant midi. Au défaut d'un Cadran ou d'une pendule à secondes, on pourroit mettre une montre sur le soleil, le jour même qu'on voudroit marquer un point d'ombre à midi, comme on l'expliquera dans la préparation au sixième Problème.

Fig. 10.

Supposons donc que l'on connoît le moment de midi : il faut marquer à cet instant un point d'ombre, par lequel on fera passer une verticale qui sera la méridienne du lieu, par rapport au stile qui a donné le point d'ombre. Si du centre diviseur D de l'horizontale on tire une ligne droite au point L de division de l'horizontale & de la méridienne, on aura l'angle PDL qui sera la déclinaison du plan ( 89 ) on connoitra la valeur de cet angle par sa corde ( Prep. art. 32 & 33 ) ou par sa tangente, qui peuvent être mesurées par une échelle divisée en parties égales.

On pourra aussi trouver la valeur de cet angle par le calcul après avoir mesuré avec une échelle de parties égales le nombre des parties que contiennent les côtés DP & PL dont le premier sera considéré comme le sinus total ou rayon qui a pour centre le point D, & le second sera la tangente, il n'y aura qu'à faire l'analogie suivante : *Le côté DP est au côté PL comme le sinus total est à la tangente de l'angle PDL.*

Cette premiere méthode est une des plus sûres, & en même tems une des plus commodes, sur-tout à présent que les montres sont extrêmement communes.

## SECONDE MÉTHODE

*Qui suppose qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison.*

93. Après avoir tracé la verticale du plan & l'horizontale, il faut décrire la méridienne du plan qui est l'intersection de ce plan avec le méridien perpendiculaire au même plan ( c'est le méridien du lieu par rapport à l'horison parallele au plan ). Cette méridienne est appelée la soustilaire, laquelle doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile ( 15 ). Voici la maniere de la décrire qui ne differe pas de celle que nous avons expliquée ( liv. 3 de la Sphere, art. 2. )

Pour tracer la soustilaire sur un plan vertical, il faut donc du pied du stile, comme centre, décrire une ou plusieurs circonférences concentriques, & marquer

sur une même circonférence les deux points auxquels se termine l'ombre du stile lorsque l'extrémité de cette ombre entre dans le cercle, & quand elle en sort ensuite. Après cela on divisera l'arc compris entre ces deux points en deux également. Si du point de division on tire une ligne droite au pied du stile, ce sera la soustilaire.

94. Afin que l'opération soit plus assurée, il faut pareillement marquer deux points sur une autre circonférence concentrique qui désignent l'entrée & la sortie de l'ombre du stile par rapport à cette circonférence, & diviser l'arc compris en deux parties égales. Ensuite on tirera du point de division une ligne au pied du stile : si cette ligne ne diffère pas de la première, c'est une marque que l'opération a été bien faite : mais si cette ligne fait un angle avec la première, on conclura qu'il s'est glissé quelque erreur dans la première ou dans la seconde opération, ou peut-être dans l'une & dans l'autre ; auquel cas il faudra décrire plusieurs autres circonférences concentriques, & opérer sur chacune de la manière que nous venons d'expliquer.

La démonstration est la même que celle de la méridienne du plan horizontal, puisqu'on peut regarder le plan vertical comme l'horison d'un endroit éloigné de 90 deg. du lieu où est situé ce plan ( 91 ), & que l'on opère sur ce plan de la même manière qu'on le feroit sur cet horison.

95. Afin que cette pratique soit sûre, il faut que la déclinaison du soleil ne change pas sensiblement tandis que l'ombre du sommet du stile passe d'un point de la circonférence à l'autre : c'est pourquoi elle est plus exacte vers les solstices que vers les équinoxes : car la déclinaison du soleil demeure presque la même au moins pendant sept ou huit heures dans le tems des solstices. De plus quand la déclinaison du plan est fort grande, cette méthode devient encore fautive à cause de la réfraction produite par l'air, laquelle ne change pas de la même manière la hauteur apparente du soleil quand l'ombre du stile entre dans la circonférence, que quand

elle en fort , à moins que cette hauteur du soleil sur l'horison n'excede environ 10 ou 12 degrés. Ainsi pour que cette pratique soit sûre , deux conditions sont nécessaires , 1°. qu'elle soit employée vers le tems des solstices , afin que la déclinaison du soleil demeure à peu près la même pendant l'intervalle de deux instans auxquels on marque les points d'ombre ; 2°. que la hauteur du soleil soit égale dans ces deux instans à quelque degrés près ; ou si elle n'est pas égale , il faut qu'elle excede 10 à 12 degrés dans l'un & dans l'autre instans : & alors la différence des réfractions n'est pas considérable.

96. Quand on a la situation de la soustilaire à l'égard de l'horizontale & de la verticale , on peut trouver la déclinaison du plan par la Géométrie ( je suppose cette soustilaire prolongée au-dessus & au-dessous de l'horizontale ) Pour cela il faut du point C de la soustilaire pris à volonté mener une perpendiculaire CLM sur l'horizontale (fig. 18.) : cette perpend. pourra être considérée comme la méridienne du lieu , & le point C d'où elle est tirée , comme le centre du Cadran. Ensuite on tracera la ligne CH qui fasse avec la méridienne l'angle LCH égal au complément de la hauteur du pole sur l'horison , l'angle CHL sera la hauteur du pole à cause du triangle rectangle CLH.

Cela posé , le point H sera le centre diviseur de la méridienne CM : car si du centre diviseur de cette méridienne on tiroit une ligne au centre C du Cadran qui représente un pole du monde ( 3 ) , cette ligne feroit avec l'horizontale HR un angle qui auroit pour mesure l'arc représenté par CL ( 67 ) , lequel arc est compris entre le pole & l'horison. Or cet arc est la hauteur du pole : ainsi l'angle seroit égal à la hauteur du pole. Mais la ligne qu'on suppose ainsi tirée du centre diviseur de la méridienne , & qui passeroit par le centre C du Cadran , n'est pas différente de CH , puisque CH fait le même angle avec l'horizontale & qu'elle



passé aussi par le centre C ; donc le point H est le centre diviseur de la méridienne. Par conséquent si on prend sur la verticale du plan un point D aussi éloigné du point d'intersection L que le point H, ce point D sera le centre diviseur de l'horizontale (69). Or pour avoir ce point de la verticale du plan, il faut décrire du point L comme centre & de l'intervalle LH une circonférence, le point où elle rencontrera la verticale sera le point cherché ; & si de ce point D on tire une ligne au point L, on aura l'angle PDL égal à la déclinaison du plan (89).

97 Il faut remarquer que la méridienne qu'on aura ainsi décrite d'un point quelconque de la souffilaire, ne sera pas relative à la hauteur du stile qu'on aura employé pour décrire la souffilaire, en sorte que le point d'ombre de ce stile ne tomberoit pas sur la méridienne à midi, parce qu'en suivant cette méthode la ligne PD ne sera pas égale à la hauteur du stile, si ce n'est par hazard. Si PD est plus longue que cette hauteur, la méridienne tirée sera plus éloignée de la verticale du plan que la méridienne relative : & si PD est plus courte que la même hauteur, la méridienne qu'on aura décrite sera plus près de la verticale que la méridienne relative à cette hauteur.

98. On peut aussi trouver la déclinaison du plan par le calcul, lorsqu'on a tracé la souffilaire : car l'angle BPD ou CPZ, que fait la souffilaire avec la verticale ZD est égal à l'angle alterne LCP, parce que la verticale est parallèle à la méridienne. Or si on a la souffilaire, on trouvera aisément l'angle BPD ; ainsi l'angle au centre LCP, sera pareillement connu. Or si on connoît l'angle LCP, on pourra trouver la déclinaison du plan par l'analogie suivante démontrée dans le dixième Problème, puisque les trois autres termes seront connus. *La tangente du complément de la hauteur du pôle sur l'horison du lieu, est à la tangente de l'angle LCP compris entre la souffilaire & la méridienne,*

*comme le sinus total est au sinus de la déclinaison du plan.*

### TROISIÈME MÉTHODE

*Qui suppose qu'on connoît la hauteur du pôle sur l'horison.*

99. Il faut chercher la hauteur du pôle sur le plan, ou, ce qui revient au même, la hauteur du pôle sur l'horison qui est parallèle au plan, à quelque endroit de la terre que cet horison appartienne. La pratique que nous allons donner est la même que celle dont on se sert pour connoître la latitude du lieu par la hauteur méridienne du soleil que l'on trouve à l'aide d'un stile attaché à un plan horizontal, quand on connoît la déclinaison du Soleil.

Fig. 16. Soit le pied du stile P & sa hauteur XP. Le point du Ciel auquel aboutiroit la hauteur du stile prolongé est le zenith du plan, lequel point est toujours dans le plan de l'horison, lorsque le plan auquel est attaché le stile est vertical, parce qu'alors la hauteur du stile est parallèle à l'horison. Il faut prendre le point d'ombre de l'extrémité du stile dans le moment auquel il est le plus proche du pied du stile : pour cela on marquera plusieurs points d'ombre vers le tems auquel on sçait à peu près que l'extrémité de l'ombre du stile doit tomber sur la soustilaire, & de tous ces points on prendra le plus près du pied du stile, que je suppose être le point V, ensuite on mesurera la distance PV avec une échelle de parties égales. Je suppose que l'on a aussi mesuré la hauteur PX du stile. Cela posé, il sera facile de trouver l'angle X du triangle rectangle XPV, en faisant l'analogie suivante, dans lequel le côté XP est considéré comme rayon, dont le centre est X, & alors le côté PV devient la tangente de l'angle cherché : *Comme XP est à PV, ainsi le sinus total à la tangente de l'angle cherché X.* Or l'angle X ou VXP est égal à l'opposé SXZ, qui est la distance du soleil au zenith du plan, cette distance sera donc connue. Il

faudra y ajouter la déclinaison du soleil si elle est méridionale, ou l'en retrancher si elle est septentrionale, & la somme ou la différence sera la distance du zenith du plan à l'équateur, laquelle est égale à la hauteur du pole sur le plan. Nous supposons que c'est un plan du midi, qui peut être considéré comme un horison de la sphere australe auquel ce plan est parallele : mais si c'est un plan du nord, on fera le contraire, c'est-à-dire, que si la déclinaison du soleil est méridionale, il faudra la retrancher de la distance du zenith du plan au soleil, & si elle est septentrionale, il faudra l'ajouter à cette distance, & la différence ou la somme sera pareillement la distance du zenith du plan à l'équateur, qui est égale à la hauteur du pole sur le plan.

Si le Soleil étoit à l'équateur, la distance du zenith au Soleil seroit pour lors égale à la hauteur du pole sur le plan.

100. Pour entendre la raison de cette pratique, il faut considérer la fig. 17, dans laquelle le cercle HZPR est le méridien, qui passe par le zenith Z & le pole P du monde, HR est l'horison, AT l'équateur, S ou s le soleil, qui répond à un point du méridien; AZ distance de l'équateur au zenith est la latitude laquelle est toujours égale à la hauteur du pole sur l'horison, & SA ou sA distance du soleil à l'équateur est la déclinaison du soleil. Si le soleil décline vers le pole élevé P la latitude AZ, & par conséquent la hauteur du pole, est égale à la somme de la déclinaison SA du soleil & de sa distance SZ au zenith : mais si le soleil décline vers le pole abaissé, la latitude AZ est égale à la différence de la distance sZ du soleil au zenith & de sa déclinaison sA : enfin si le soleil est à l'équateur la latitude est égale à la distance du soleil au zenith. Cela posé, il faut faire attention que tout plan vertical est l'horison d'un lieu éloigné de  $90^d$  de l'endroit où est situé ce plan. Par exemple, un plan vertical situé sur l'équateur & tourné directement vers le nord ou vers

Fig. 17.

le midi est l'horison de l'un ou de l'autre pole de la terre : ainsi tout plan vertical du midi peut-être considéré comme un horison de quelque lieu situé dans la partie méridionale de la terre , & tout plan vertical du nord est un horison d'un lieu situé dans la partie septentrionale de la terre : par conséquent la hauteur du pole sur un plan vertical est la hauteur du pole sur l'horison d'un lieu , qui est éloigné de ce plan de  $90^d$  ; & le zenith du plan est le zenith de cet horison. Or on vient de voir que quand le soleil décline vers le pole élevé sur un horison ; la hauteur du pole ou la latitude est égale à la somme de la déclinaison du soleil & de sa distance au zenith , & si le soleil décline vers le pole abaissé , cette hauteur est égale à la différence de ces deux quantités. Ainsi la méthode proposée est certaine.

101. Si la soustilaire étoit tirée , on n'auroit pas besoin de marquer plusieurs points d'ombre , il faudroit seulement marquer celui qui tomberoit sur la soustilaire , parce qu'il seroit le plus près du pied du stile par la même raison que l'ombre la plus courte d'un stile perpendiculaire sur un plan horizontal est celle qui tombe sur la méridienne de ce plan. Au défaut de la soustilaire , que l'on suppose ici n'être pas tracée , on peut décrire plusieurs circonferences concentriques , dont le centre soit le pied du stile , par le moyen desquelles on verra facilement si le point d'ombre du sommet du stile s'approche ou s'éloigne du pied.

Fig. 16.

102. Lorsque l'angle  $SXZ$  est moindre que la déclinaison du soleil , & que cette déclinaison se fait vers le même pole que celui vers lequel le plan est tourné , le zenith du plan se trouve alors entre le parallele du soleil & l'équateur ; ainsi cet angle  $SXZ$  , qui est la distance du soleil au zenith , n'est dans ce cas qu'une partie de la déclinaison du soleil dont l'autre partie est la distance du zenith du plan à l'équateur : c'est pourquoi il faudra ôter l'angle  $SXZ$  de cette déclinaison , le reste fera la distance du zenith du plan à l'équateur , qui est



égale à la hauteur du pôle sur le plan. Au reste comme les plans verticaux du midi situés dans la sphere septentrionale, sont paralleles à des plans horisontaux de la sphere méridionale, leur zenith ne peut être entre l'équateur & le parallele du soleil, que quand sa déclinaison est méridionale. Par la raison contraire le zenith d'un plan vertical du nord ne peut se trouver entre l'équateur & le soleil que quand la déclinaison de cet astre est septentrionale.

103. Il semble d'abord qu'on pourroit se servir du point d'ombre le plus près du pied du stile pour tirer la soustilaire, puisqu'une ligne menée du pied du stile à ce point d'ombre, seroit la soustilaire : mais quoique cette méthode soit bonne dans la théorie, elle n'est pas exacte dans la pratique à moins d'y ajouter quelque autre opération, parce que l'ombre de l'extrémité du stile est à peu près à même distance du pied pendant un tems assez considérable, comme deux ou trois minutes; & néanmoins cette ombre avance sensiblement pendant ce tems-là.

104. Après avoir trouvé la hauteur du pôle sur le plan, on fera l'analogie suivante pour trouver la déclinaison du plan.

*Le sinus du complement de la hauteur du pôle sur l'horison est au sinus total, comme le sinus de la hauteur du pôle sur le plan est au sinus du complément de la déclinaison du plan.*

Cette analogie est une suite de celle qu'on démontrera dans le Problème XI.

Cette méthode est une des plus faciles pour trouver la déclinaison du plan : au reste afin que la pratique en soit plus exacte, il faut que dans le tems qu'on marque le point d'ombre le soleil soit élevé sur l'horison d'environ 10 à 12 degrés ou davantage, afin que la réfraction causée par l'air soit si petite qu'elle ne puisse produire une erreur sensible. De plus il faut encore remarquer que cette méthode n'a pas lieu pour

les plans du nord, dont la déclinaison n'est pas assez grande, afin qu'ils soient éclairés dans le tems que le soleil passe par le méridien du plan : car dans ce cas l'ombre du stile ne peut tomber sur la soustilaire.

#### QUATRIÈME MÉTHODE

*Qui suppose aussi qu'on connoît la hauteur du pole sur l'horison.*

105. Cette méthode est fondée sur ce que l'on appelle la différence des longitudes entre l'horison du lieu où est situé le plan vertical & l'horison parallele à ce plan. Cette différence en degrés n'est autre chose que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de ces deux horisons. Supposons, par exemple, qu'un plan vertical situé à Paris soit parallele à l'horison de Lima au Perou, la différence des longitudes sera de  $79^{\text{d}} 9^{\text{m}} 30^{\text{s}}$ , parce que l'arc de l'équateur compris entre les méridiens de Paris & de Lima est de cette valeur. Or comme le soleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident, pour réduire les degrés de longitude en heures, minutes & secondes de tems, il faut prendre une heure pour 15 degrés, une minute de tems pour 15 minutes de degrés, & une seconde de tems pour 15 secondes de degrés. Réciproquement quand on connoît la différence des longitudes en tems on peut la réduire en degrés, puisqu'une heure répond à 15 degrés, une minute de tems à 15, &c. Voici comment on pourra connoître la différence des longitudes en tems, en supposant qu'on a une bonne montre.

106. Il faut pour cela décrire du pied du stile, comme centre, une ou plusieurs circonferences concentriques, comme pour trouver la soustilaire suivant ce que nous avons dit dans la seconde méthode. Ensuite on remarque l'heure qu'il est à la montre dans les deux instans auxquels l'extrémité de l'ombre du stile tombe sur une circonferéce en entrant & en sortant du cercle.

Après cela on divise également le tems qui est entre les deux instans, & on ajoute une moitié à l'heure qu'il étoit lorsque l'ombre est entrée dans le cercle, la somme qui vient est l'heure à laquelle l'extrémité de l'ombre du stile répondoit à la soustilaire : si donc on prend le tems qu'il y a entre cet instant & midi, on aura la différence des longitudes en tems, qu'il sera facile de réduire en degrés, comme nous venons de le dire. Je suppose, par exemple, que l'ombre du stile soit entrée dans une circonférence à  $9^h 4^m$ , & qu'elle en soit sortie à  $9^h 50^m$ , le tems qu'il y a entre les deux instans est  $46^m$ , dont la moitié est  $23$  : j'ajoute donc  $23^m$  à  $9^h 4^m$ , & la somme est  $9^h 27^m$ , d'où je conclus que l'extrémité de l'ombre du stile tomboit sur la soustilaire à  $9^h 27^m$ . Or depuis ce moment jusqu'à midi, il y a  $2^h 33^m$  : ainsi la différence des longitudes dans cette hypothèse est  $38^\circ 15'$ .

107. Afin d'être plus sûr, il est à propos de faire la même chose par rapport à plusieurs circonférences concentriques. D'ailleurs, il faut aussi pour l'exactitude que le soleil ne change pas sensiblement de déclinaison entre les deux instans, & que la hauteur du soleil sur l'horizon surpasse environ dix degrés dans les deux instans, afin que la réfraction causée par l'atmosphère n'apporte point de changement sensible dans la longueur de l'ombre. Si cependant la déclinaison du plan étoit fort petite ; comme alors la soustilaire ne seroit pas éloignée de la méridienne, la réfraction ne produiroit pas d'erreur sensible, quoique la hauteur du soleil fût moindre que 10 degrés, parce qu'elle seroit à peu près la même dans les deux instans.

108. Il faut remarquer qu'il n'est pas nécessaire pour pratiquer cette méthode que la Montre soit actuellement sur le soleil, lorsqu'on observe l'heure qu'elle marque dans les deux instans. Il suffit qu'on l'y mette ensuite pour sçavoir de combien elle précède le soleil, ou au contraire, afin d'y avoir égard pour dé-

terminer l'heure qu'il étoit lorsque l'extrémité de l'ombre répondoit à la soustilaire : c'est pourquoi si dans notre exemple la Montre étoit postérieure au soleil de 3 minutes, alors au lieu de  $9^h\ 27^m$  il faudroit prendre  $9^h\ 30^m$  pour le moment auquel l'extrémité de l'ombre tomboit sur la soustilaire ; & par conséquent la différence des longitudes ne seroit en tems que de 2 heures 30 minutes, & en degrés que de  $37^d\ 30'$ .

109. La différence des longitudes en tems étant connue, on trouvera le complément de la déclinaison du plan par l'analogie suivante, qui est l'inverse de celle qui est démontrée dans le XII Problème.

*Le sinus de la hauteur du pole sur l'horison est au sinus total, comme la tangente du complément de la différence des longitudes est à la tangente du complément de la déclinaison du plan.*

Si on suppose la hauteur du pole de  $48^d\ 51'$  & la différence des longitudes de  $37^d\ 30'$ , la proportion précédente se réduira à celle-ci : *Le sinus de  $48^d\ 51'$  est au sinus total, comme la tangente du complément de  $37^d\ 30'$  est à la tangente du complément de la déclinaison cherchée.* Les logarithmes des trois premiers termes sont 987679, 1000000, 1011502 : or le premier étant rétranché de la somme des deux autres donne le reste 1023823, qui est la tangente artificielle du complément de  $30^d\ 1'$ . C'est la déclinaison cherchée.

Il faut connoître le plus exactement qu'on pourra l'heure qu'il est au soleil pour le tems que le point d'ombre tombe sur la soustilaire ; car une erreur de deux minutes de tems donneroit pour la latitude de Paris environ 30 minutes d'erreur pour la déclinaison du plan, & même davantage si la différence des longitudes étoit plus petite que trois heures.

#### PROBLÈME IV.

110. *Trouver la hauteur du Soleil sur l'horison par l'ombre d'un stile attaché à un plan vertical.*



Supposons un stile attaché à un mur dont la surface soit un plan vertical : que le pied du stile soit P, & sa hauteur égale à la ligne PD, qui est une partie de la verticale du plan. Si on a marqué le point d'ombre F, qu'on ait pris PI égale à la distance de ce point à la verticale du plan, & qu'on ait mesuré l'oblique DI & la verticale FI, qui est la distance de ce point à l'horizontale ; on trouvera la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre par la proportion suivante,

*DI est à FI, comme le sinus total à la tangente de la hauteur du soleil.*

#### D É M O N S T R A T I O N.

Pour prouver cette proportion il faut chercher quel est le centre diviseur de la verticale FI. Or pour trouver ce centre on prendra sur l'horizontale HR la partie IR égale à DI, le point R sera le centre diviseur de la verticale (65). Ainsi en tirant une ligne du point R au point F, on aura l'angle IRF, qui aura pour mesure l'arc représenté par FI, qui est la distance du soleil à l'horison ou la hauteur du soleil, parce que le point F représente le lieu du soleil, comme la ligne HR désigne l'horison. L'angle IRF peut donc être pris pour la hauteur du soleil. Or afin de trouver la valeur de cet angle qui appartient au triangle rectangle FIR, il faut regarder RI comme le sinus total, & le point R comme centre, pour lors la ligne FI sera la tangente de l'angle cherché IRF : ainsi on fera la proportion, *DI ou RI est à FI, comme le sinus total à la tangente de l'angle IRF*, qui est la hauteur du soleil sur l'horison.

Voici une seconde méthode plus difficile que la première : nous l'ajoutons néanmoins, parce qu'on y démontre quel est l'angle que fait le vertical du soleil avec le plan, lequel angle est la distance du soleil au plan.

III. Il faut mesurer l'oblique DI & la verticale FI,

**Fig. 10.** comme dans la première méthode. D'ailleurs je suppose qu'on connoît la hauteur du stile. Cela posé, 1°. On cherchera l'angle PID par le triangle rectangle DPI, duquel on connoît l'angle droit P & les deux côtés DP & DI, dont le premier est la hauteur du stile. On trouvera donc l'angle PID par la proportion suivante, dans laquelle on regarde DI comme sinus total, & le point I comme centre.

*L'oblique DI est à la hauteur du stile DP, comme le sinus total est au sinus de l'angle PID.* C'est l'angle du vertical du soleil avec le plan vertical auquel le stile est attaché, comme on le prouvera dans la Démonstration suivante.

2°. On prendra le sinus de l'angle PID, & on fera la proportion suivante pour trouver la hauteur du soleil dans le tems où on marque le point d'ombre.

*La hauteur du stile est au sinus de PID, comme FI distance du point d'ombre à l'horizontale est à la tangente de la hauteur du soleil.* On prouvera cette proportion dans la suite.

Si la hauteur du stile DP est de 1000 parties, le côté DI de 1077, & la verticale FI de 900, on trouvera d'abord que l'angle PID sera de  $68^{\text{d}} 12'$ , dont le sinus a pour logarithme 996777. Les logarithmes des trois premiers termes de la seconde analogie seront donc, 300000, 996777, 295424 par lesquels on trouvera 992201, qui est le logarithme de la tangente de  $39^{\text{d}} 53'$ ; mais comme la réfraction fait paroître le soleil plus élevé qu'il n'est effectivement, il faut retrancher l'effet de cette réfraction, qui est d'environ une minute à la hauteur de 40 degrés, comme il paroît par la Table que nous donnerons à la suite de ce Problème. Par conséquent la hauteur du soleil au moment où l'on a pris le point d'ombre étoit environ de  $39^{\text{d}} 52'$ .

#### DÉMONSTRATION DE LA SECONDE MÉTHODE.

Il s'agit de prouver que la seconde proportion fait

trouver la hauteur du soleil sur l'horison. Pour cela il faut concevoir la hauteur du stile SP qui est égale à la ligne DP : comme cette hauteur est perpendiculaire au plan vertical, le point S est en l'air : il faut aussi imaginer des lignes tirées de ce point S aux deux autres I & F, on aura les triangles SPI & SIF, dont le 1<sup>er</sup> fait partie du plan horizontal qui passe par le sommet S. ( Il est évident que ce 1<sup>er</sup> triangle SPI est égal en tout au triangle DPI, parce que les trois côtés de l'un sont égaux aux trois côtés de l'autre ); & le second SIF est dans le plan du vertical du soleil & en fait aussi partie : d'ailleurs la ligne IF est la commune section du vertical du soleil & du plan vertical ; & par conséquent elle est perpendiculaire au plan horizontal & aux deux lignes PI & SI qui sont dans ce dernier plan. Cela étant, l'angle SIP égal à DIP sera l'angle du vertical du soleil avec le plan vertical sur lequel on opere ; & l'angle ISF sera la hauteur du soleil sur l'horison au tems qu'on a marqué le point d'ombre, parce que ce dernier angle est formé par les deux lignes SI & SF, qui sont l'un & l'autre dans le vertical du soleil, & dont la premiere est parallele à l'horison, & la seconde représente une partie du rayon solaire qui vient aboutir au point F après avoir passé au travers du plan horizontal. Cela posé, si on prend SI pour sinus total, & le point I pour centre, SP sera le sinus de l'angle SIP dans le triangle SPI, & IF perpendiculaire au sinus total SI dans le triangle SIF sera la tangente de la hauteur du soleil ISF, en regardant alors le point S comme centre. On a donc la proportion : *La hauteur SP du stile est au sinus de l'angle SIP ou DIP, comme la verticale IF est à la tangente de la hauteur du Soleil.*

112. PREMIERE REMARQUE. Le triangle DPI étant rectangle en P, l'angle PDI est le complément de l'angle PID, qui, comme nous venons de le prouver, est l'angle du vertical du soleil avec le plan. Or cet angle PDI ou PSI est l'angle du vertical du soleil avec le

Fig. 10. vertical du plan (9) puisque les deux lignes SP, SI sont dans un plan horizontal auquel ces deux verticaux sont perpendiculaires. Ainsi l'angle du vertical du soleil avec le vertical du plan, est le complément de l'angle que fait le même vertical du soleil avec le plan. Cela vient de ce que le vertical du plan est perpendiculaire au plan.

113. SECONDE REMARQUE. Puisque l'angle PDI du vertical du soleil avec le vertical du plan est le complément de PID, la première proportion de cette seconde méthode en fera connoître la grandeur. On pourroit aussi trouver l'angle PDI, en disant, *PD est à PI comme le sinus total est à la tangente de l'angle PDI* : mais il faudroit alors mesurer le côté PI pour le faire entrer dans le calcul : c'est pourquoi si on veut trouver cet angle PDI & de plus la hauteur du soleil, il faut mieux se servir de la première proportion de la seconde méthode pour l'angle PDI, & de la proportion de la première méthode pour la hauteur du soleil : par-là on introduira moins de termes différens dans le calcul.

Fig. 11.

114. Si le point d'ombre F étoit sur la verticale ZPD du plan, alors la hauteur du soleil seroit égale au complément de l'angle PFS compris entre le plan vertical & le rayon du soleil. Pour le prouver concevons une ligne que nous appellerons YF perpendiculaire au plan vertical, & qui aboutisse au point F, cette ligne sera parallèle à l'horison, & de plus elle sera dans le même plan que les deux autres ZF & SF, sçavoir, dans le plan du vertical perpendiculaire au plan du mur ; par conséquent l'angle SFY qu'elle forme avec le rayon solaire SF sera la hauteur du soleil sur l'horison. Or cet angle est le complément de l'angle PFS, puisque l'angle ZFY est droit. On voit bien que l'angle PSF est aussi la hauteur du soleil, puisqu'il est égal à l'angle alterne SFY

115. Mais il n'est pas à propos de marquer le point d'ombre



d'ombre sur la verticale du plan, parce que l'ombre paroît alors rester pendant quelque tems sur le même point, quoique le soleil monte ou descende toujours. Si cependant la hauteur du stile est fort longue, par exemple, de trois ou quatre pieds, l'ombre avance assez sensiblement. Il ne faut pas non plus marquer de points d'ombre à une trop petite distance de cette verticale, soit pour la raison qu'on vient d'apporter, soit parce que cette distance horizontale n'auroit plus un rapport assez sensible avec la hauteur DP; & que par conséquent une petite erreur qu'on ne peut guere éviter en mesurant cette distance, en causeroit une assez grande dans la détermination de la hauteur du soleil. Cette remarque a aussi son application dans la méthode du Problème VI.

116. Il faut aussi éviter de prendre la hauteur du soleil depuis environ dix heures  $\frac{1}{2}$  du matin, jusqu'à une heure  $\frac{1}{2}$  après midi, non pas qu'il y ait une plus grande erreur à craindre dans ce tems-là que dans un autre, par rapport à cette hauteur : mais parce que le soleil ne changeant pas assez sensiblement de hauteur dans cet espace de tems, l'erreur qu'on pourroit faire dans la détermination de la hauteur du soleil, seroit d'une plus grande conséquence par rapport à sa distance du méridien ; mais si la déclinaison du plan est grande, comme de 40 à 45 degrés, ou davantage, il y a moins à craindre, parce que dans ce cas l'ombre de l'extrémité du stile avance fort vite dans ce tems-là ; & par conséquent les distances à l'horizontale & à la verticale augmentent beaucoup en peu de tems.

117. Si on prend la hauteur du soleil à midi, on pourra trouver la hauteur du pôle sur l'horison du lieu, pourvû que l'on connoisse la déclinaison du soleil : car si le soleil décline vers le pôle élevé, il faudra ôter la déclinaison du soleil de sa hauteur meridienne, la différence sera l'élévation de l'équateur sur l'horison. Si la déclinaison du soleil est vers le pôle abaissé,

on l'ajoutera à sa hauteur meridienne, la somme sera aussi l'élévation de l'équateur. Or la hauteur du pole sur l'horison est toujours le complément de l'élévation de l'équateur. Voici la raison de cette opération : Si le soleil étoit à l'équateur, sa hauteur meridienne seroit égale à l'élévation de ce cercle sur l'horison : par conséquent si le soleil décline de 10 degrés vers le pole élevé, sa hauteur meridienne sera de 10 degrés plus grande que l'élévation de l'équateur. Ainsi pour avoir cette élévation, il faudra ôter la déclinaison du soleil de la hauteur meridienne. Mais si le soleil décline de 10 degrés vers le pole abaissé, sa hauteur meridienne sera de 10 degrés moindre que l'élévation de l'équateur : par conséquent pour avoir cette élévation, il faudra ajouter la déclinaison du soleil à la hauteur meridienne.

118. Comme la hauteur du soleil change fort peu vers le tems de midi, l'erreur ne seroit pas grande, si au lieu de prendre la hauteur du soleil à midi juste, on la prenoit quelques minutes avant ou après.

119. Nous avons dit que la réfraction des rayons du soleil le fait paroître un peu plus élevé sur l'horison qu'il n'est effectivement. Voici une table qui fait voir de combien il faut diminuer la hauteur du soleil trouvée par l'ombre du stile ou par quelqu'autre observation, afin d'avoir la hauteur véritable. Cette Table est tirée du Livre intitulé, *La Connoissance des Tems*.

*TABLE DES AUGMENTATIONS  
causées dans la hauteur apparente du Soleil par  
la réfraction des rayons que produit l'Atmosphère  
de l'air.*

Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.	Haut.	Réfract.
0	32' 20"						
1	27 56	24	2' 12"	47	0' 56"	69	0' 22"
2	21 4	25	2 6	48	0 54	70	0 21
3	16 6	26	2 0	49	0 52	71	0 20
4	12 48	27	1 55	50	0 50	72	0 19
5	10 32	28	1 51	51	0 49	73	0 18
6	8 55	29	1 46	52	0 47	74	0 17
7	7 44	30	1 42	53	0 45	75	0 16
8	6 47	31	1 38	54	0 43	76	0 14
9	6 4	32	1 34	55	0 41	77	0 13
10	5 28	33	1 30	56	0 40	78	0 12
11	4 58	34	1 27	57	0 38	79	0 11
12	4 32	35	1 23	58	0 37	80	0 10
13	4 12	36	1 20	59	0 35	81	0 9
14	3 54	37	1 18	60	0 34	82	0 8
15	3 38	38	1 15	61	0 33	83	0 7
16	3 24	39	1 12	62	0 31	84	0 6
17	3 11	40	1 10	63	0 30	85	0 5
18	3 0	41	1 7	64	0 28	86	0 4
19	2 49	42	1 5	65	0 27	87	0 3
20	2 39	43	1 3	66	0 26	88	0 2
21	2 31	44	1 1	67	0 25	89	0 1
22	2 25	45	0 59	68	0 24	90	0 0
23	2 18	46	0 58				

120. Cette Table fait connoître que quand la hauteur apparente du Soleil est nulle ou zero, c'est-à-dire, lorsque son centre est vû à l'horison, il est encore 32' 20" au-dessous de ce cercle : c'est ce qu'on appelle la réfraction horizontale. Quand sa hauteur apparente est d'un degré, sa hauteur véritable est seulement de 32' 4", moindre que l'apparente de 27' 56" : de même quand il paroît élevé de 2<sup>d</sup>, il ne l'est réellement que de 1<sup>d</sup> 38' 56", parce que la réfraction est de 21' 4", &c.

*H ij*

On voit donc que cette Table marque ce qu'il faut retrancher de la hauteur qu'on aura trouvée par l'observation, afin d'avoir la hauteur véritable; par conséquent si on a trouvé par l'observation que la hauteur apparente du soleil est, par exemple, de  $22^{\text{d}} 50'$ , il faudra chercher dans la Table quelle est la réfraction qui répond à cette hauteur, ou plutôt à celle qui en approche le plus, laquelle est de  $23^{\text{d}}$ , & on trouvera que c'est  $2' 18''$ : il faut donc retrancher cette quantité de  $22^{\text{d}} 50'$  & le reste  $22^{\text{d}} 47' 42''$  sera la hauteur véritable du soleil quand il paroît élevé de  $22^{\text{d}} 50'$ .

## PROBLÈME V.

121. *Connoissant la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, trouver la déclinaison d'un plan vertical par un point d'ombre du sommet d'un stile attaché au plan.*

## CINQUIÈME MÉTHODE

*De trouver la déclinaison du plan.*

Fig. 10. Il faut prendre un point d'ombre comme F, & ayant tiré, ou plutôt imaginé (151) FI perpend. à l'horizontale HR, & la ligne DI, on mesurera ces deux lignes, aussi-bien que DP avec le compas à verge; & on cherchera 1°. l'angle PID que l'on trouvera par la première analogie de l'art. 111; & on prendra son complément PDI 2°. La hauteur du Soleil par la proportion de l'art. 110. 3°. L'angle IDL de la manière que nous exposerons (124). Nous avons vu (112) que l'angle PDI est égal à celui qui est compris entre le vertical du Soleil & le vertical du plan: & par la même raison l'angle IDL est égal à celui que fait le vertical du Soleil avec le méridien. Nous désignerons ces deux angles en nommant l'un le premier, c'est ici PDI, & l'autre le second, c'est IDL. Il peut arriver trois cas: le premier, c'est lorsque le point d'ombre est entre la verticale du plan & la méridienne, comme F; le second, quand le point d'ombre est au-delà de la méridienne, comme G; le



troisième enfin, lorsque le point d'ombre est du côté de la verticale opposé à la méridienne, comme *f*. Dans le premier cas il faut ajouter les deux angles, la somme PDL sera la déclinaison du plan. Dans le second cas il faut retrancher le second angle LDK du premier PDK, le reste PDL sera aussi la déclinaison. Enfin dans le 3<sup>me</sup> cas il faut ôter le premier angle PDi du second iDL, le reste PDL sera encore la déclinaison. Ces trois cas se peuvent réduire à deux, si on n'en fait qu'un des deux derniers; & pour lors on dira que dans le premier cas la déclinaison du plan est égale à la somme des deux angles, & que dans le second elle est égale à la différence de ces deux angles. La vérité de ces deux cas paroît évidemment par la seule inspection de la figure 10, pourvû qu'on se souvienne de l'art. 89. Nous les montrerons cependant encore comme dans la nature même (128).

Fig. 10.

Il s'agit présentement de montrer comment on trouvera l'angle fait par le vertical du soleil & le méridien, en supposant qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaison du soleil & la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre: c'est un Problème qui appartient à la Trigonométrie sphérique dont la connoissance n'est cependant pas nécessaire pour entendre la pratique que nous allons expliquer. Il consiste à trouver un angle d'un triangle sphérique dont on connoît les trois côtés.

122. Soit la figure 12, dans laquelle le cercle HZPR représente le méridien du lieu, dont les deux points P & Z sont le pôle & le zenith, AT est l'équateur, HR l'horison, PSD le cercle horaire qui passe par le soleil S dans le tems qu'on marque le point d'ombre, ZSO le vertical du soleil. Il est évident 1°. que ZA est la latitude du lieu, parce que c'est la distance du zenith à l'équateur; 2°. que SD distance du soleil à l'équateur, est la déclinaison du soleil; 3°. enfin que SO, distance du soleil à l'horison, est la hauteur du

Fig. 12.

Fig. 12. soleil sur l'horison. Cela posé, les arcs PZA, PSD & ZSO étant des quarts de cercle, dans le triangle sphérique ZPS le côté PZ est le complément de la latitude, PS est le complément de la déclinaison du soleil, & ZS le complément de la hauteur du soleil. Ces trois côtés sont donc connus par l'hypothèse ; on pourra donc trouver l'angle PZS, dont le supplément est l'angle AZS que forme le vertical ZSO du soleil avec le méridien HZPR du côté du pole abaissé. Nous ferons voir dans la suite que quand le plan du Cadran est tourné au nord de quelque maniere que ce soit, l'angle cherché est PZS, & que c'est AZS quand il est tourné au midi.

123. Quand nous avons dit que PS est le complément de la déclinaison du soleil, c'étoit dans l'hypothèse que cette déclinaison étoit vers le pole élevé sur l'horison. Mais si le soleil est du côté de l'autre pole, alors Ps (Fig. 13) est la somme d'un arc de 90 degrés qui s'étend depuis le pole élevé jusqu'à l'équateur, & de la déclinaison du soleil.

Voici la méthode pour trouver un angle d'un triangle sphérique dont on connoît les trois côtés. Nous allons l'exposer en l'appliquant au triangle sphérique ZPS dont il faut trouver l'angle PZS.

124. 1°. On cherchera l'excès du plus grand des côtés ZS & ZP, qui contiennent l'angle cherché Z, sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base PS, & on prendra la moitié de la somme. 2°. On retranchera cet excès de la même base PS, & on prendra la moitié du reste ou de la différence. 3°. On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme & celui du sinus de la moitié de la différence : ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui est le sinus total ou de 90 degrés, pour en avoir la somme. 4°. On ôtera de cette dernière somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle PZS, la moitié du

reste fera le logarithme du sinus de la moitié de cet angle, dont le supplément est l'angle cherché AZS.

125. Cette méthode est fondée sur une proportion géométrique démontrée dans la Trigonométrie sphérique, dont voici les quatre termes: le premier est le produit des sinus des deux côtés ZS & ZP. Pour désigner le second, je suppose ZS plus grand que ZP; & j'appelle l'excès SN: cela posé, le second terme est le sinus de la moitié de la somme de PS plus SN multiplié par le sinus de la moitié de la différence de PS à SN. Le troisième terme est le quarré du rayon: & enfin le quatrième est le quarré du sinus de la moitié de l'angle Z. Cette proportion étant supposée, on en déduira facilement la méthode précédente, en faisant attention que la propriété des logarithmes est de convertir la multiplication en addition, & la division en soustraction: car cela posé, on verra aisément que l'opération du 3<sup>me</sup> article, à laquelle préparent celles des deux premiers, représente le produit des moyens, & que par le quatrième on fait la même chose que si on divisoit ce produit par le premier terme.

Voici un exemple dans lequel on suppose la hauteur du soleil sur l'horizon de  $39^{\text{d}} 52'$ , la latitude de  $48^{\text{d}} 51'$ , la déclinaison du soleil de  $20^{\text{d}}$ , vers le pôle élevé; les complémens représentés par les côtés ZS, ZP & PS seront  $50^{\text{d}} 8'$ ,  $41^{\text{d}} 9'$ , &  $70^{\text{d}}$ , Ainsi  $1^{\circ}$ . l'excès de ZS sur ZP sera  $8^{\text{d}} 59'$ ; par conséquent la somme de la base PS & de cet excès sera  $78^{\text{d}} 59'$ , dont la moitié est  $39^{\text{d}} 29\frac{1}{2}$ .  $2^{\circ}$ . La différence de la base & du même excès sera  $61^{\text{d}} 1'$ , dont la moitié est  $30^{\text{d}} 30\frac{1}{2}$ .  $3^{\circ}$ . Les logarithmes de  $39^{\text{d}} 29\frac{1}{2}$  & de  $30^{\text{d}} 30\frac{1}{2}$  sont à peu près 980343 & 970557, lesquels étant ajoutés avec 2000; 000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la somme 3950900.  $4^{\circ}$ . Si de cette somme on ôte 1970335 qui est celle des logarithmes de ZS & de ZP, il restera 1980565, dont la moi-

Fig. 12. 12. tié 990282 est le logarithme du sinus de  $53^{\text{d}} 51'$ ; par conséquent l'angle PZS est de  $106^{\text{d}} 10'$ : ainsi son supplément AZS est de  $73^{\text{d}} 50'$ . On auroit pu négliger les demi-minutes.

La Table VI qui est à la fin de ce Traité, pourra servir à trouver les angles que fait le vertical du soleil avec le méridien, lors même que la latitude ou la déclinaison du soleil, ou sa hauteur n'est pas tout-à-fait la même qu'elle est supposée dans la Table, pourvu qu'elle en approche.

126. Quand on connoît l'angle PZS ou AZS que fait le vertical du soleil avec le méridien, lequel angle est le même que IDL (fig. 10.), ou LDK ou iDL, il faut le comparer avec le premier angle PDI ou PDK ou PDi. Si le point d'ombre a été pris entre la verticale du plan & la méridienne, la déclinaison du plan est égale à la somme de ces deux angles: mais si le point d'ombre a été pris hors de ces lignes & de l'espace compris entre deux, cette déclinaison est égale à la différence des deux angles: c'est ce que nous allons faire voir.

Fig. 15. 127. Afin de faire concevoir plus clairement la vérité des trois cas marqués dans l'article 121, nous allons les montrer par le moyen de la fig. 15, comme dans la nature même ou dans la sphere naturelle. Le cercle ENOM représente l'horison; le centre Z, le zenith; & les différens diametres, plusieurs cercles verticaux; sçavoir NM, le méridien du lieu; EO, le premier vertical; les points N, M sont le nord & le midi, & les points E, O l'est & l'ouest, c'est-à-dire, l'orient & l'occident: AB représente le plan vertical dont il faut chercher la déclinaison, & CD perpendiculaire à AB est le vertical du plan. Nous considérerons d'abord ce plan comme tourné vers le midi M: dans ce cas il décline vers l'orient, & sa déclinaison est l'angle AZE, ou son égal CZM (42. & 43). Or afin d'appliquer les trois cas de l'article 121 à cette figure, nous



remarquerons que l'on peut déduire de l'art. 3 que les points marqués sur le plan du Cadran doivent être situés entre eux comme ceux qu'ils représentent dans le Ciel, en sorte que si trois points du Ciel sont représentés sur le plan, celui qui dans le Ciel est entre les deux autres y doit être aussi sur le plan.

128. Cela étant, il est clair que quand le point d'ombre tombe entre la verticale du plan & la méridienne, il faut que le soleil, dont le lieu est toujours représenté par le point d'ombre, soit entre le vertical du plan & le méridien : si le point d'ombre tombe au-delà de la méridienne par rapport à la verticale du plan, le soleil est au-delà du méridien par rapport au vertical du plan : enfin lorsque le point d'ombre tombe du côté de cette verticale opposé à la méridienne, le soleil se trouve du même côté du vertical du plan. D'ailleurs le soleil ne peut éclairer un plan du midi que quand il est dans quelques-uns des quarts de cercles verticaux, comme ZF, ZG, ZH, ZR, compris entre le plan & la demi-circonférence horizontale ACB, qui contient le sud ou midi M. Il paroît donc 1°. que quand le point d'ombre est entre la verticale du plan & la méridienne, le soleil se trouve alors sur un quart de cercle vertical, comme ZF, situé entre le vertical du plan & le méridien. Or la déclinaison du plan, qui est CZM, est pour lors égale à la somme des angles CZF & FZM, dont le premier est formé par le vertical du plan & le vertical du soleil, & le second par le même vertical du soleil & le méridien. 2°. Que si le point d'ombre tombe du côté de la méridienne opposé à la verticale du plan, le soleil est sur un vertical, comme ZG, situé aussi au-delà du méridien par rapport au vertical ZC : mais alors la déclinaison CZM est égale à la différence des angles CZG & MZG, comme il est marqué dans le second cas de l'art. 121 : 3°. Enfin que quand le point d'ombre tombe du côté de la verticale du plan opposé à la méridienne, le soleil répond alors à un

**Fig. 15.** vertical, comme ZH ou ZR, situé semblablement par rapport à ZC & à ZM; & la déclinaison CZM est encore égale à la différence des angles HZC & HZM, comme il est dit dans le troisième cas de l'article cité.

On verra de même que si on considère le plan AB, en tant qu'il regarde vers le nord, sa déclinaison DZN égale à BZO sera dans le premier cas la somme des angles DZI & IZN, c'est quand le soleil est dans le vertical ZI: dans le second cas ce sera la différence des angles DZK & KZN, c'est lorsque le soleil est sur ZK, & dans le troisième, celle des angles LZD & LZN, sçavoir quand il répond à ZL.

129. Lorsqu'un plan du midi, comme AB, est éclairé par le soleil, il faut que cet astre soit alors du côté du midi sur un quart de cercle compris entre ce plan & le demi-cercle AMB: il est donc évident que quand il s'agit d'un plan du midi, l'angle du vertical du soleil avec le méridien est, dans les trois cas, du côté du sud ou midi: mais si le plan est tourné au nord, l'angle du vertical du soleil avec le méridien est celui qui est du côté du nord; car dans ce cas le soleil est vers le nord à l'égard du plan: ainsi dans les figures 12, 13 & 14, il faut prendre l'angle AZS pour les plans du midi, & PZS pour les plans du nord.

**Fig. 10.** 130. On peut déduire de ce que nous avons dit, une méthode de s'assurer si un plan, soit du midi, soit du nord, décline vers l'orient ou vers l'occident: car s'il décline vers l'orient l'angle PDi que fait le vertical du soleil avec le vertical du plan avant que le point d'ombre tombe sur la verticale DP, est moindre que l'angle iDL que fait le même vertical du soleil avec le méridien: & l'après midi le premier angle PDK est plus grand que le second LDK. Cela vient de ce que sur ce plan la verticale du plan est à l'occident de la méridienne, aussi-bien que le pied du stile & la soustilaire (49). Par la raison opposée le contraire arrive, si le plan décline vers l'occident: car alors l'angle du vertical du

soleil avec le vertical du plan, est plus grand le matin que l'angle du même vertical du soleil avec le méridien, & le soir quand l'ombre a passé la verticale du plan, le premier angle est plus petit que le second.

131 La déclinaison étant le fondement de toutes les autres opérations qu'il faut faire pour tracer le Cadran, on doit donner toute son attention à la déterminer exactement : c'est pourquoi il ne suffiroit pas d'employer seulement un ou deux points d'ombre, il faut en prendre plusieurs, par exemple 10 ou 12, qui s'accordent à donner la même déclinaison du plan à quelques minutes près.

132. Voici comment on fait pour déterminer la déclinaison du plan, quand plusieurs opérations la donnent un peu différente, soit qu'elles aient été faites en un même jour, ou en plusieurs jours. Je suppose qu'ayant fait douze opérations on ait trouvé par la première  $45^{\text{d}}$  de déclinaison, par la seconde  $45^{\text{d}} 4'$ , par la troisième  $45^{\text{d}} 6'$ , par la quatrième  $45^{\text{d}} 10'$ , par la cinquième  $45^{\text{d}} 12'$ , par la sixième  $45^{\text{d}} 15'$ , par la septième  $45^{\text{d}} 16'$ , par la huitième  $45^{\text{d}} 18'$ , par la neuvième  $45^{\text{d}} 20'$ , par la dixième  $45^{\text{d}} 23'$ , par la onzième  $45^{\text{d}} 25'$ , & par la douzième  $45^{\text{d}} 28'$ . Il faut ajouter ensemble toutes ces différentes quantités, la somme sera  $542^{\text{d}} 57'$ . On divisera ensuite cette somme par 12, & on trouvera le quotient  $45^{\text{d}}$  & environ  $15'$  qui exprime, à très-peu de chose près, la véritable déclinaison du plan. Si parmi les déclinaisons qu'on a trouvées il y en a quelque une trop différente de la plupart des autres, il faut la rejeter sans y faire attention : si, par exemple, outre les douze précédentes on avoit encore trouvé celle-ci,  $43^{\text{d}} 50'$ , il faudroit la négliger, parce qu'elle viendroit sûrement de quelque défaut, comme celui du plan qui peut être creux ou en bosse dans l'endroit où on auroit pris le point d'ombre.

133 Il est à propos, tant pour faciliter le calcul que pour éviter les fautes, de mettre de l'ordre dans la

pratique. Pour cela on fera toutes les opérations semblables de suite : si on a pris douze points d'ombre, on cherchera d'abord, 1°. pour chaque point d'ombre l'angle du vertical du soleil avec le vertical du plan par la premiere analogie de l'art. 111. 2°. Quand on aura fait ces douze opérations semblables on cherchera par l'analogie de l'art. 110 la hauteur du soleil pour les 12 points, & on aura soin de ne pas mettre ces secondes opérations avec les premieres, de peur de les confondre dans la suite. 3°. On cherchera l'angle du vertical du soleil avec le méridien, & comme cette opération en contient plusieurs autres, on pourra encore la diviser en pratiquant d'abord pour chaque point d'ombre les deux 1<sup>res</sup> parties de la méthode, & en faisant ensuite les 2 dernieres : mais il faut se souvenir de prendre l'angle PZS fig. 12 pour les plans du nord, & le supplément AZS pour les plans du midi. Voici encore un exemple dans lequel nous supposons que le soleil décline de 23<sup>d</sup> 28' vers le pole inférieur.

$$ZS = 75^{\text{d}} 1' \text{ fin. ar. } 998498. \quad PS = 113^{\text{d}} 28'$$

$$ZP = 41 \quad 9 \text{ fin. ar. } 981825. \quad \text{reste } 33 \quad 52$$

$$\text{reste } 33^{\text{d}} 52' \text{ som. } 1980323. \text{ différence } 79^{\text{d}} 36'$$

$$PS = 113^{\text{d}} 28' \quad \text{moit. de la diff. } 39 \quad 48$$

$$\text{somme } 147^{\text{d}} 20'$$

$$\text{moit. de la som. } 73^{\text{d}} 40' \text{ fin. ar. } 998211.$$

$$\text{moit. de la dif. } 39 \quad 48 \text{ fin. ar. } 980625.$$

$$\text{double du log. du rayon } 2000000.$$

$$\text{somme } 3978836.$$

$$1980323.$$

$$1998513.$$

$$999256 \text{ fin. art. de } 79^{\text{d}} 26'$$

$$79 \quad 26'$$

$$\text{somme } 158^{\text{d}} 52'$$

l'angle PZS vaut donc 158<sup>d</sup> 52', le supplément AZS sera par conséquent 21<sup>d</sup> 8'.



Ces mots abrégés sin. ar. signifient sinus artificiel, c'est-à-dire, logarithme du sinus : ainsi cette expression  $75^d 1'$  sin. ar. 998498 signifie que 998498 est le logarithme du sinus de  $75^d 1'$ .

Je suppose qu'il s'agisse d'un plan du midi, & que le point d'ombre qui a fait trouver cet angle AZS soit entre la verticale du plan & la méridienne, si d'ailleurs l'angle du vertical du soleil avec le vertical du plan est de  $24^d 7'$ , la déclinaison du plan qui dans ce cas est la somme de ces deux angles, sera de  $45^d 15'$ .

*Préparation pour le Problème VI.*

134. Dans le Problème qui suit nous donnerons une méthode qui suppose qu'on sçait l'heure qu'il est dans le tems que l'on prend un point d'ombre. Or on peut connoître l'heure qu'il est, soit par la hauteur du soleil, comme nous allons l'expliquer, soit par une méridienne ou un bon Cadran, soit par une Pendule à secondes réglée sur le mouvement moyen du soleil, pourvû qu'on ait égard à l'équation solaire. Dans la pratique de cette méthode il est presque toujours nécessaire d'avoir une bonne Montre à minutes, ou même à secondes, laquelle ayant été mise sur le soleil par quelqu'un de ces trois moyens, pourra ensuite marquer l'heure sans erreur sensible pendant 7 ou 8 heures ou environ.

*Maniere de trouver l'heure qu'il est par la hauteur du Soleil.*

135. Quand on connoît la hauteur du soleil sur l'horizon, on peut trouver l'heure qu'il est, pourvû qu'on sçache d'ailleurs la latitude du lieu & la déclinaison du soleil. Pour entendre comment on peut trouver l'heure, il faut considérer le triangle sphérique ZPS dont le côté PZ est le complément de la latitude ( 122 ), le côté PS le complément de la déclinaison du soleil vers le pôle élevé, & le côté ZS le complément de sa hauteur :

Fig. 121

Fig. 12. ainsi, comme on suppose qu'on connoît la latitude, la déclinaison du soleil & sa hauteur, on trouvera l'angle P compris entre le méridien PZ & le cercle horaire PS, lequel angle étant réduit en heures sera le tems qu'il y a entre midi & l'instant auquel on a marqué le point d'ombre. Ainsi on connoîtra l'heure qu'il étoit pour lors.

136. Si la déclinaison du soleil étoit vers le pôle abaissé, le côté Ps seroit la somme d'un quart de cercle & de la déclinaison, comme on voit dans la fig. 13.

137. Pour réduire en heures l'angle P ou l'arc AD qui en est la mesure, on prendra une heure pour 15 degrés, 4 minutes de tems ou d'heure pour un degré, une minute d'heure pour 15 min. de degré, 4 secondes de tems pour une min. de degré : enfin une seconde de tems pour 15 secondes de degré.

138. On trouvera l'angle P par la méthode expliquée (124) ; ainsi  $1^{\circ}$ . On cherchera l'excès du plus grand des côtés PZ & PS qui forment l'angle cherché P, sur le plus petit des deux : on ajoutera cet excès avec la base ZS, & on prendra la moitié de la somme.  $2^{\circ}$ . On retranchera cet excès de la même base ZS, & on prendra la moitié du reste ou de la différence.  $3^{\circ}$ . On cherchera le logarithme du sinus de la moitié de la somme & celui du sinus de la moitié de la différence ; ensuite on ajoutera ces deux logarithmes avec le double du logarithme du rayon, qui est le sinus de  $90^{\text{d}}$  pour en avoir la somme.  $4^{\circ}$ . On ôtera de cette dernière somme celle des logarithmes des sinus des deux côtés qui comprennent l'angle P, la moitié du reste sera le logarithme du sinus de la moitié de l'angle P.

Voici un exemple dans lequel on suppose la latitude de  $48^{\text{d}} 51'$ , la déclinaison du soleil vers le pôle élevé sur l'horison de  $20^{\text{d}}$ , & sa hauteur sur l'horison de  $39^{\text{d}} 53'$ , les complémens représentés par les côtés PZ, PS, & ZS seront  $41^{\text{d}} 9'$ ,  $70^{\text{d}}$ , &  $50^{\text{d}} 7'$ . Ainsi  $1^{\circ}$ . l'excès de PS sur PZ fera  $28^{\text{d}} 51'$  ; par conséquent la somme de la

base ZS & de cet excès sera  $78^{\text{d}} 58'$ ; dont la moitié est  $39^{\text{d}} 29'$ .  $2^{\circ}$ . La différence de la base & du même excès sera  $21^{\text{d}} 16'$ , dont la moitié est  $10^{\text{d}} 38' 3^{\circ}$ . Les sinus artificiels de  $39^{\text{d}} 29'$  & de  $10^{\text{d}} 38'$  sont 980336 & 926605, lesquels étant ajoutés avec 2000000 qui est le double du logarithme du rayon, (car je retranche les deux derniers chiffres de tous les logarithmes), donnent la somme 3906941.  $4^{\circ}$ . Si de cette somme on ôte 1979124 qui est celle des sinus artificiels de PZ & de PS, il restera 1927817, dont la moitié 963908 est le logarithme du sinus de  $25^{\text{d}} 50'$ ; par conséquent l'angle ZPS est de  $51^{\text{d}} 40'$ . Or cet angle horaire répond à  $3^{\text{h}} 26^{\text{m}} 40^{\text{s}}$ . Si donc la hauteur du soleil a été prise avant midi, il faut ôter  $3^{\text{h}} 26^{\text{m}} 40^{\text{s}}$  de  $12^{\text{h}}$ , & on trouvera  $8^{\text{h}} 33^{\text{m}} 20^{\text{s}}$ , c'est l'heure qu'il étoit alors; mais si cette hauteur a été prise après midi, il étoit  $3^{\text{h}} 26^{\text{m}} 40^{\text{s}}$ .

139. Afin de trouver l'heure par la méthode des art. précédens, on observera exactement l'heure qu'il est à une Montre quand on marque le point d'ombre dont on se sert pour connoître la hauteur du soleil : il est à propos de déterminer l'heure par deux ou trois points d'ombre pris 4 ou 5 minutes les uns après les autres, afin de voir s'ils donnent des heures aussi éloignées entre elles que les instans auxquels on a pris les points d'ombre. On doit écrire l'heure qu'il est à la Montre quand on marque chaque point d'ombre, afin de ne rien confondre. Si on veut se servir de ce moyen afin de connoître le moment de midi, & de marquer un point d'ombre à cet instant, il est bon de ne prendre la hauteur du soleil que peu de tems avant midi, par exemple, entre 9 & 10 heures, afin que l'on soit plus assuré que la Montre n'a ni avancé ni retardé depuis les momens auxquels on a marqué les points d'ombre jusqu'à midi.

140. On peut aussi mettre une Montre sur le soleil en observant le moment de son lever ou de son cou-

cher, pourvû que l'on sçache d'ailleurs à quelle heure il doit se lever ou se coucher; ce qui se peut connoître par le Problème que nous avons donné à ce sujet dans le Traité de la Sphere, Liv. 4, art. 1, & par la Table que nous y avons ajoutée. Voici comment il faut s'y prendre pour pratiquer cette méthode : on observera d'abord quelle heure il est à la Montre quand le bord supérieur du soleil commence à paroître : ensuite on examinera à quelle heure le bord inférieur se leve, l'instant également éloigné de ces deux momens est le tems auquel le centre du soleil s'est levé. Si donc ce tems est le même que celui qu'on trouve par le calcul ou dans la Table, c'est une marque que la Montre est sur le soleil; mais si ce tems est différent de l'heure trouvée par le calcul ou dans la Table, on connoitra que la Montre précède ou suit le soleil, & de combien. Je suppose, par exemple, que le bord supérieur du soleil s'est levé lorsque la Montre marquoit  $4^h 8^m$ , & que l'autre bord a paru sur l'horison à  $4^h 10^m$  : dans cette hypothèse le centre du soleil s'est levé à  $4^h 9^m$ , parce que ce moment est également éloigné de  $4^h 8^m$  & de  $4^h 10^m$  : c'est pourquoi si on a trouvé par le calcul ou dans la Table que le soleil doit se lever ce même jour à  $4^h 9^m$ , la Montre est sur le soleil : mais si le calcul ou la Table annonce le lever du soleil à  $4^h 5^m$ , on connoitra que la Montre précède le soleil de  $4^m$ , puisqu'elle marque  $9^m$  quoiqu'il n'en soit que cinq.

141. On suppose ici 1°. que l'on puisse voir l'horison dans l'endroit où le soleil se leve ou se couche : c'est pourquoi lorsqu'il y a quelque montagne voisine vers l'orient ou vers l'occident, on est obligé de monter sur quelque hauteur, On suppose en second lieu que dans le calcul ou dans la Table dont on se sert on ait égard à la réfraction, qui fait paroître le soleil élevé de  $32^m$  plus qu'il ne l'est effectivement quand on le voit à l'horison.

142. Pour regarder le soleil sans danger de se blesser  
la



la vûe, il faut avoir un verre noirci d'un côté par la fumée d'une chandelle à laquelle on a exposé ce verre ; & afin que la couche de fumée qui s'y est attachée ne soit pas enlevée par les doigts ou les autres corps qui le touchent, on peut joindre un autre verre au côté noirci, en l'y attachant avec de la cire d'Espagne, ou du papier collé au bord.

143. Il faut prendre garde que si une montre avoit été mise sur le soleil dans un endroit comme Paris, & qu'on s'en écartât le même jour vers l'orient de 15 minutes en longitude, qui font environ 4. lieues quand on est vers le 49<sup>me</sup> degré de latitude, il seroit plus tard d'une minute dans le lieu où l'on se trouveroit, qu'il ne seroit marqué par la Montre. Ce seroit le contraire si on alloit à l'occident : mais il n'y auroit aucune différence de tems si on alloit ou au midi ou au septentrion.

Tout cela posé, nous allons encore proposer une autre méthode de trouver la déclinaison du plan, qui suppose qu'on connoît deux instans également éloignés de midi, l'un avant, l'autre après.

## PROBLÈME VI.

*Connoissant deux instans également éloignés de midi, trouver la déclinaison d'un plan vertical.*

## SIXIÈME MÉTHODE

*De trouver la déclinaison du Plan.*

144. Il faut prendre deux points d'ombre F & G, l'un avant & l'autre après midi à des heures qui en soient également éloignées, par exemple, à 11<sup>h</sup> & à 1<sup>h</sup>, ou bien à 11<sup>h</sup> $\frac{1}{2}$ , & à midi & demi : (Nous appellerons *correspondantes* ces heures qui sont également éloignées de midi, & les points d'ombre que l'on marque à ces heures seront aussi appelés *correspondans*.) ensuite on tirera de ces points les perpendiculaires FI & GK à l'horizontale, & l'on menera les lignes DI, DK pour avoir les triangles DPI & DPK, dans chacun desquels

Fig. 104

Fig. 10

on connoît trois choses , ſçavoir , l'angle droit en P, le côté commun DP , enfin PI dans le premier , & PK dans le ſecond , que l'on meſure avec une échelle des parties égales , auſſi-bien que la hauteur du ſtyle DP. On trouvera donc facilement les angles PDI & PDK , en faiſant pour ce triangle DPI l'analogie ſuivante , dans laquelle on conſidere DP comme ſinus total ou rayon dont le centre eſt D , & le côté PI comme la tangente de l'angle PDI.

*DP eſt à PI comme le ſinus total eſt à la tangente de l'angle PDI.*

Si la hauteur DP eſt de 1250 parties & le côté PI de 500 , on trouvera que l'angle PDI eſt de  $21^{\text{d}} 48'$ . On fera une proportion ſemblable pour trouver l'angle PDK : Si l'on ſuppoſe le côté PK égal à 875 parties de l'échelle , on trouvera que cet angle eſt de 35 degrés.

145. Après avoir trouvé ces deux angles , on les ajoute enſemble pour en avoir la ſomme , dont la moitié eſt la déclinaïſon du plan : dans notre exemple la ſomme des deux angles eſt  $56^{\text{d}} 48'$  , dont la moitié  $28^{\text{d}} 24'$  eſt la déclinaïſon du plan , en ſuppoſant que le point d'ombre F eſt entre la verticale du plan & la méridienne.

146. Mais ſi ce point eſt du côté de la verticale oppoſé à la méridienne , comme en *f*, alors après avoir cherché les deux angles PDi & PDK & les avoir ajoutés enſemble , pour prendre enſuite la moitié de la ſomme , qui eſt iDL , il faut ôter de cette moitié l'angle PDi , le reſte PDL ſera la déclinaïſon du plan : par exemple , ſi l'angle PDi eſt de 20 deg. & l'angle PDK de 35 , la ſomme ſera de  $55^{\text{d}}$  , & la moitié de la ſomme de  $27^{\text{d}} 30'$  , de laquelle ſi on ôte 20 degrés , on aura le reſte  $7^{\text{d}} 30'$  , qui ſera la déclinaïſon du plan.

147. On peut remarquer qu'on auroit trouvé la même choſe d'une manière plus abrégée , ſi on avoit pris la moitié de la différence des angles PDi & PDK ; car en ôtant PDi de PDK on a le reſte ou la différence  $15^{\text{d}}$ .

dont la moitié est  $7^d\ 30'$ . Or cela arrivera toujours ainsi, parce que la moitié de la somme de deux quantités inégales est nécessairement égale à la plus petite, plus à la moitié de la différence des deux, comme il paroîtra évidemment en prenant deux nombres différens, tels que 8 & 12 pour exemple. Par conséquent en retranchant la plus petite quantité de cette moitié de la somme, il restera la moitié de la différence. Ainsi on aura la même grandeur, soit que l'on retranche la plus petite quantité de la moitié de la somme, soit qu'on prenne la moitié de la différence.

Fig. 134

Nous appellerons le premier cas celui où un des deux points d'ombre correspondans est entre la verticale du plan & la méridienne, & le second celui où ni l'un ni l'autre point ne se trouvent entre ces deux lignes. Quoique la ligne méridienne ne soit point tirée, on voit bien si le point d'ombre est entre cette ligne & la verticale du plan, parce que la méridienne est une verticale qui passe par le point d'ombre de midi.

Cela posé, la seule chose qui reste à prouver dans cette méthode est que la déclinaison du plan est égale à la moitié de la somme des angles  $PDI$  &  $PDK$  dans le premier cas; & que dans le second elle est égale à la moitié de la différence des angles  $PDi$  &  $PDK$ : c'est ce que nous allons démontrer.

## D É M O N S T R A T I O N.

148. I<sup>er</sup>. CAS. Les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison: d'ailleurs l'horison l'est au plan vertical; par conséquent les lignes droites qui sur ce plan représentent les cercles verticaux doivent aussi être perpendiculaires à l'horizontale (8) ainsi les lignes  $FI$  &  $GK$  qui sont tirées des points d'ombre perpendiculairement sur l'horizontale, représentent les cercles verticaux dans lesquels étoit le soleil dans le tems qu'on a pris les deux points d'ombre. Or comme on a marqué ces deux points à des heures également éloignées

Fig. 104

Fig. 10.

de midi, les deux verticaux sont à égale distance du méridien, ou ce qui revient au même, ces verticaux font des angles égaux avec le méridien, un vers l'orient, l'autre vers l'occident. Si donc on fait l'angle  $IDK$  qui ait son sommet au point  $D$ , qui est le centre diviseur de l'horizontale, & que cet angle égal à celui que font entre eux les deux verticaux (67), soit divisé en deux parties égales par la ligne  $DL$ , elle coupera l'horizontale au point d'intersection de la méridienne; par conséquent l'angle  $PDL$  sera la déclinaison du plan (89). Or cet angle  $PDL$ , est la moitié de la somme des angles  $PDI$  &  $PDK$ , puisqu'il contient le plus petit de ces deux angles, plus la moitié de leur différence, sçavoir,  $PDI$  plus  $IDL$  qui est la moitié de l'angle  $IDK$ , lequel est la différence de  $PDI$  & de  $PDK$ . Donc en prenant la moitié de la somme de ces deux derniers angles, on a la déclinaison du plan.

Fig. 10.

149. II. CAS. La démonstration est la même, parce qu'en tirant la ligne  $DL$  qui divise l'angle  $iDK$ , lequel est la somme des angles  $PDi$  &  $PDK$ , en deux parties égales, elle doit rencontrer l'horizontale au point d'intersection de la méridienne (67); & par conséquent l'angle  $PDL$  est la déclinaison du plan. Or cet angle est ce qui reste de l'angle  $iDL$ , qui est la moitié de la somme  $iDK$ , après en avoir retranché le plus petit angle  $PDi$ ; par conséquent dans le second cas il faut ôter de la moitié de la somme le plus petit des deux angles, & le reste est la déclinaison du plan; ou ce qui revient au même (147), la déclinaison est égale à la moitié de la différence des deux angles  $PDi$  &  $PDK$ .

150. Il y a un cas particulier, c'est quand on prend un des deux points d'ombre correspondans, comme  $F$ , sur la verticale  $ZPD$ , alors la déclinaison du plan est égale à la moitié de l'angle  $PDK$ , parce que cet angle étant égal à celui qui est entre les deux verticaux (67), il faut que la ligne  $DL$  qui le coupe en deux parties égales passe par le point d'intersection de la méridienne &



de l'horizontale. On peut voir la remarque que nous avons faite sur ce cas (115) après le 4<sup>me</sup> Problème. Fig. 10.

151. Il est bon de remarquer que dans la pratique il n'est pas nécessaire de tirer des lignes verticales par les points d'ombre marqués, non plus que les lignes DI, DL, DK : il suffit de prendre la distance des points d'ombre à la verticale ; ce qui se fait en ouvrant le compas à verge, ou un autre, de manière que si on applique une de ses pointes sur le point d'ombre, & qu'on tourne ensuite l'autre pointe, celle-ci rase la verticale du plan sans aller au-delà.

152. Au lieu d'une Montre ou d'une Pendule pour marquer les deux points d'ombre correspondans, on peut se servir d'un plan horizontal sur lequel il faut décrire plusieurs circonférences concentriques, qui aient pour centre le pied d'un stile attaché à ce plan, comme si on vouloit y tracer une méridienne. (Traité de la Sphere Livre III, article 2) : je suppose qu'on ait un plan de cette sorte ; voici comment on en fait usage : On marque les deux points d'ombre sur le plan vertical dans les deux instans auxquels l'ombre du stile attaché au plan horizontal, est terminé à la même circonférence : car il est évident que ces deux instans sont également éloignés de midi, puisque l'ombre du stile du plan horizontal est de la même grandeur, & que par conséquent le soleil est à la même hauteur.

153. Au reste on ne doit point appréhender que la réfraction empêche la justesse de l'opération par rapport au plan horizontal, parce que le soleil se trouvant à la même hauteur dans les deux instans auxquels l'ombre se termine à la même circonférence, l'effet de la réfraction est le même dans ces deux momens. On croiroit peut-être qu'il y a plus lieu de craindre pour les deux points d'ombre que l'on marque sur le plan vertical : car quoique le soleil soit également élevé sur l'horison du lieu quand on prend ces deux points, cependant l'ombre du stile étant plus longue dans un

instant que dans l'autre, il paroît que la réfraction doit causer une plus grande augmentation sur l'ombre qui est plus longue. Néanmoins cette raison ne trouble pas l'exactitude de l'opération sur le plan vertical, parce que l'effet de la réfraction ne consiste qu'à augmenter la hauteur apparente du soleil, en sorte que malgré cette réfraction le soleil paroît dans le même vertical auquel il répond véritablement, & par conséquent le point d'ombre est toujours dans la même ligne verticale dans laquelle il seroit s'il n'y avoit point de réfraction.

154. Il n'en est pas de la déclinaison du soleil comme de la réfraction : car si le soleil change sensiblement de déclinaison entre les deux instans auxquels on marque les points d'ombre, comme il arrive vers le tems des équinoxes, alors l'opération en est moins exacte, soit qu'on se serve d'une Montre ou d'une Pendule, soit qu'on se règle sur l'ombre du stile d'un plan horizontal ou sur un Cadran solaire. C'est pourquoi l'usage de cette méthode est plus sûr vers les solstices. On peut néanmoins l'employer avec succès dans le tems des équinoxes, pourvû que les instans auxquels on prend les points d'ombre correspondans ne soient pas éloignés l'un de l'autre au-delà d'environ une ou deux heures, ou s'ils sont plus éloignés, il est à propos d'avoir égard à l'effet que produit le changement de déclinaison du soleil.

155. Pour donner une idée de l'erreur que ce changement peut causer, nous dirons que quand le soleil est dans les signes ascendants depuis le capricorne jusqu'au cancer, c'est-à-dire, lorsqu'il s'approche de notre zenith, alors il arrive après midi au vertical correspondant à celui où il étoit quand on a marqué le point d'ombre avant midi ; il y arrive, dis-je, plutôt qu'il n'y seroit parvenu, s'il n'avoit pas changé de déclinaison : c'est pourquoi il faudroit retrancher quelque chose de l'heure de l'après-midi : si le tems entre

les deux instans est, par exemple, de  $10^h$ , il faut ôter de ce tems environ 46 secondes vers l'équinoxe. Si donc on avoit pris le premier point d'ombre à  $7^h$  du matin, il faudroit prendre le second à  $4^h 59^m 14^f$  après midi, c'est-à-dire, 46 secondes avant 5 heures. Si l'intervalle des deux instans n'est que de  $4^h$ , alors il faut ôter seulement 32 secondes dans le tems de l'équinoxe. C'est le contraire quand le soleil est dans les signes descendans qui sont depuis le cancer jusqu'au capricorne, (Traité de la Sphere Liv. III. art. 9, 10 & 11). On voit par-là que l'erreur qui vient de cette cause est peu considérable. Nous supposons dans les exemples précédens que le lieu est à la latitude de Paris, ou à deux ou trois degrés de plus ou de moins.

156. Il peut arriver que la méthode qu'on vient d'expliquer soit difficile dans la pratique, soit parce que le soleil cesse d'éclairer par des rayons directs un plan du sud quelque tems après midi, ou commence seulement à l'éclairer peu de tems avant midi, à cause de la grande déclinaison du plan; soit parce que le soleil n'est pas visible certains jours avant ou après midi: soit parce qu'un plan du nord ne jouit de la présence du soleil qu'avant ou après midi: dans ce dernier cas la méthode est impraticable absolument: c'est pourquoi il faudroit avoir recours à quelques-unes des précédentes.

#### PROBLÈME VII.

*Tracer la méridienne sur un plan vertical.*

Nous donnerons plusieurs méthodes pour résoudre ce Problème. En voici une qui suppose que l'on connoît le moment de midi, soit par une Pendule, soit par un bon Cadran solaire, soit par une méridienne déjà décrite, soit par la hauteur du soleil, comme on l'a expliqué article 135.

#### P R E M I E R E M É T H O D E.

157. On marquera le point du plan vertical sur le-

quel tombe l'ombre de l'extrémité du stile au moment de midi ; si on tire une verticale qui passe par ce point , ou , ce qui revient au même , si on y fait passer une perpendiculaire à l'horizontale , ce sera la méridienne. Car 1°. ce point sur lequel tombe l'extrémité de l'ombre du stile est dans la méridienne , puisque l'extrémité de l'ombre doit tomber sur cette ligne au moment de midi. 2°. La méridienne doit être verticale , puisque c'est l'intersection de deux plans verticaux , sçavoir de celui du Cadran & de celui du méridien.

Il faut relire ce que nous avons dit dans la préparation du 6<sup>me</sup> Problème sur la maniere de se servir d'une Montre pour connoître le moment de midi. On jugera par-là que cette méthode que nous proposons ici , est une des plus faciles pour décrire la méridienne , & par conséquent pour trouver la déclinaison du plan ( 92 ). Or cette déclinaison étant connue , il n'y a plus de difficulté à tracer le Cadran , comme nous le verrons dans la suite.

158. REMARQUE. La pratique de cette méthode est plus sûre lorsque le soleil décline vers le pôle abaissé , que quand il décline vers le pôle élevé , parce que dans le premier cas l'ombre de l'extrémité du stile étant moins éloignée du pied du stile que dans le second , elle parcourt un moindre espace dans le même tems , d'où il arrive que si on se trompe d'une minute , en sorte qu'on marque le point d'ombre une minute avant ou après midi , il sera moins éloigné de la véritable méridienne que si on avoit marqué ce point d'ombre une minute avant ou après midi quand le soleil décline vers le pôle élevé.

159. Il est aisé de voir que si on connoissoit le centre du Cadran il n'y auroit qu'à tirer de ce point une perpendiculaire sur l'horizontale , & ce seroit la méridienne , puisque cette ligne doit passer par le centre du Cadran , aussi-bien que toutes les autres lignes horaires.



## SECONDE MÉTHODE.

160. Si on connoît la déclinaison PDL du plan, on trouvera aisément la méridienne : car dans le triangle rectangle PDL on connoît trois choses, sçavoir l'angle droit P, l'angle de déclinaison D, & le côté DP qui est égal à la hauteur du stile PS ; par conséquent on trouvera le côté PL, qui est la tangente de la déclinaison PDL en prenant DP pour rayon. Or connoissant la distance PL du point P qui est le pied du stile au point L, il faudra élever du point L une perpendiculaire sur la ligne horizontale, ce sera la méridienne cherchée.

Fig. 103

Supposons la déclinaison du plan de 30 degrés, & le rayon DP ou la hauteur du stile PS de 1145 parties égales, on trouvera par le moyen des Tables que la tangente PL contient 661 parties égales à celles de la hauteur PS. Si donc on prend du point P vers L une distance égale à 661 parties de la hauteur du stile, le terme de cette distance sera le point par lequel doit passer la méridienne.

Voici comment on trouve par les logarithmes que PL est de 661 parties : il faut faire l'analogie suivante, *Le sinus total est à la tangente de 30 degrés, comme 1145 est au quatrième terme.* Or les logarithmes des trois premiers termes sont 1000000, & 976144, 305881, qui feront trouver pour logarithme du quatrième le nombre 282025, auquel répond 661. On voit bien que j'ai retranché les deux derniers chiffres de chaque logarithme tel qu'il se trouve dans les Tables ordinaires.

161. Dans les plans déclinans du midi, la méridienne est à droite de la souffilaire & de la verticale du plan quand ils déclinent vers l'orient ; mais elle est à gauche de ces deux lignes lorsqu'ils déclinent vers l'occident. C'est le contraire dans les plans déclinans du nord.

## TROISIÈME MÉTHODE.

Fig. 10.

162. Nous ajoutons une troisième méthode selon laquelle 1°. il faut décrire plusieurs circonférences concentriques sur un plan horizontal, dont le centre soit le pied du stile qu'on attache à ce plan, comme si on vouloit décrire une ligne méridienne sur ce plan. 2°. Dans les deux instans auxquels l'ombre du stile se termine à l'une de ces circonférences du plan horizontal, il faut marquer le point d'ombre F & G de l'extrémité du stile attaché au plan vertical, l'un avant midi, l'autre après. ( Dans ces deux instans le soleil est également élevé sur l'horison, & à égale distance du méridien ; puisque l'ombre du stile attaché au plan horizontal étant terminée à la même circonférence est d'une même longueur dans l'un & dans l'autre moment. ) 3°. Des points F & G marqués sur le plan vertical il faut tirer les perpendiculaires FI & GK sur l'horizontale, & du point D, qui est le centre diviseur de la ligne horizontale, on menera les lignes DI & DK. 4°. On divisera l'angle IDK en deux parties égales par la ligne DL. Si du point L on élève une perpendiculaire sur l'horizontale, ce sera la méridienne : en voici la démonstration.

Les deux lignes FI & GK perpendiculaires sur l'horizontale représentent les cercles verticaux auxquels le soleil répond lorsqu'on marque les deux points d'ombre F & G ; car puisque les cercles verticaux sont perpendiculaires à l'horison, & que d'ailleurs l'horison l'est aussi au plan vertical, il est nécessaire que les lignes qui représentent les cercles verticaux sur le plan vertical soient perpendiculaires à la ligne horizontale ( 8 ). Ainsi la ligne IK représente l'arc de l'horison compris entre les deux verticaux, lequel angle est la mesure de l'angle IDK, qui a son sommet au centre diviseur de l'horizontale. Or ces deux verticaux sont également éloignés du méridien, parce que l'ombre du stile du plan horizontal étoit égale dans les deux instans où l'on

a marqué les points d'ombre. Par conséquent si on divise en deux également l'angle IDK par la ligne DL, le point L de l'horizontale sera dans la méridienne. Si donc on élève de ce point une perpendiculaire sur l'horizontale, on aura la méridienne.

163. Cette méthode est la même dans le fond que la sixième dont on s'est servi pour trouver la déclinaison du plan : on l'a seulement réduite pour lors en calcul, au lieu qu'elle est ici toute géométrique. On peut donc aussi se servir ici d'une Montre comme pour trouver la déclinaison du plan par la sixième méthode qu'on a expliquée dans le sixième Problème. Mais soit qu'on se serve d'une montre ou d'un plan horizontal, l'opération est plus exacte vers les solstices que vers les équinoxes, à cause de la déclinaison du soleil qui change sensiblement au tems des équinoxes. On peut relire ce que nous avons dit là-dessus (154). De plus il est à propos que la hauteur du stile qui est sur le plan horizontal soit d'environ un pied & encore plus grande, si cela se peut commodément, afin que l'erreur qui se glisse toujours dans l'opération ait un moindre effet.

La méridienne étant décrite on trouve aisément la déclinaison du plan par la première méthode du troisième Problème.

### PROBLÈME VIII.

*La déclinaison du plan étant donnée avec la hauteur du pôle sur l'horizon, trouver le centre du Cadran.*

Nous supposons ici que la ligne horizontale est décrite, & qu'on a aussi tiré la ligne méridienne. Cela posé, voici deux méthodes de trouver le centre du Cadran, dont une est géométrique, ou plutôt mécanique, & l'autre se pratique par le calcul.

#### PREMIÈRE MÉTHODE.

164. Soit l'horizontale HR, la verticale ZPD qui

Fig. 10. passe par le pied du stile P, l'angle de déclinaison PDL, la méridienne CLM : on prendra sur l'horizontale la partie HL égale à l'hypoténuse DL, sécante de la déclinaison PDL, le point H sera le centre diviseur de la méridienne (65) : ensuite on tirera la ligne CH qui fasse avec l'horizontale l'angle CHL égal à la hauteur du pole sur l'horison, le point C où la ligne CH rencontrera la méridienne, sera le centre du Cadran. En voici la preuve : puisque le point H est le centre diviseur de la méridienne, CL représente l'arc du méridien qui est la mesure de l'angle CHL. Or cet angle est la hauteur du pole sur l'horison, lequel angle est mesuré par l'arc au méridien compris entre l'horison & le pole ; par conséquent la partie CL de la méridienne représente cet arc compris entre l'horison & le pole. Donc puisque l'horison est représenté par la ligne HLR, il faut que le point C soit le centre du Cadran, lequel représente le pole du monde.

165. REMARQUE. Quoique nous disions que l'angle CHL est la hauteur du pole sur l'horison, cependant c'est plutôt l'abaissement du pole sous l'horison quand il s'agit d'un Cadran du midi, parce qu'alors le centre représente le pole abaissé sous l'horison : mais cela ne fait de rien, d'autant que l'abaissement d'un pole sous l'horison est toujours égal à l'élévation de l'autre sur le même horison.

## SECONDE METHODE.

166. Elle consiste à trouver par le calcul la longueur de CL. Pour cela il faut d'abord chercher le côté HL, qui est égal à la ligne DL, que l'on trouvera par le triangle rectangle DPL, dont on connoît l'angle PDL, qui est la déclinaison du plan, l'angle droit P & le côté DP égal à la hauteur PS du stile. Voici l'analogie qu'il faudra faire pour trouver DL : *Le sinus de l'angle L qui est le complément de la déclinaison, est au côté opposé DP ou PS, comme le sinus de l'angle droit P est au côté DL ou HL.*



Si on suppose le côté DP ou la hauteur PS de 1250 parties & la déclinaison de 35 degrés, dont le complément est 55, les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion seront 991336, 309691, 1000000, qui feront trouver 318355, qui est le logarithme de 1526 : ainsi dans cette hypothèse le côté DL ou HL contient 1526 parties égales à celles dont la hauteur PS en contient 1250.

Quand on connoîtra HL, on pourra trouver CL par l'analogie suivante, tirée du triangle rectangle CLH, duquel on connoît le côté HL, l'angle droit en L & l'angle CHL, qui est la hauteur du pôle sur l'horison, que nous supposons de  $48^d 51'$ . Il faudra faire l'analogie suivante dans laquelle on considère le côté HL comme sinus total, & le point H comme centre ; & pour lors le côté CL est la tangente de l'angle CHL :

*Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pôle, comme le côté HL est à la ligne cherchée CL.*

167. Le quatrième terme de cette dernière proportion est 1746 : ainsi CL contient 1746 parties égales à celles de la hauteur PS. Or ce quatrième terme est la distance du centre du Cadran à la ligne horizontale, comme nous l'avons prouvé dans la première méthode de ce Problème. Par conséquent si du point L on prend dans la méridienne la partie LC égale au quatrième terme de la proportion, le point C sera le centre du Cadran.

168. Pour trouver le côté CL on peut aussi faire cette autre proportion dans laquelle on considère le côté CL comme rayon, dont le centre est le point C, & l'autre côté HL, comme la tangente de l'angle HCL, complément de CHL ou de la hauteur du pôle : *La tangente de l'angle HCL est au sinus total, comme HL est à la ligne cherchée CL.*

**DESCRIPTION DE LA SOUSTILAIRE**  
*sur un plan vertical.*

**Fig. 10.**

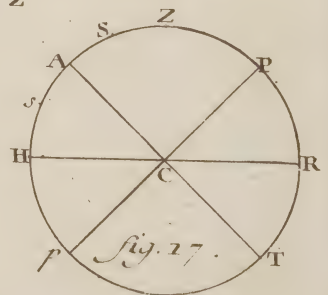
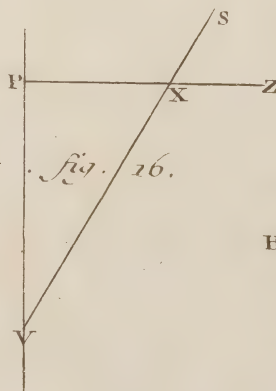
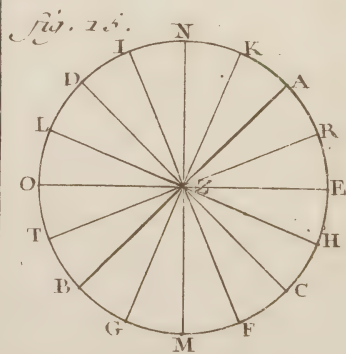
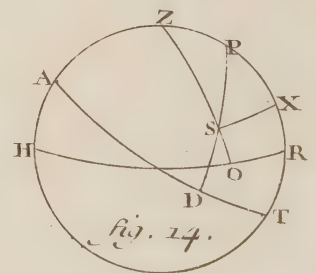
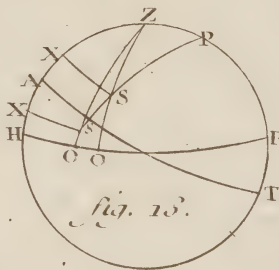
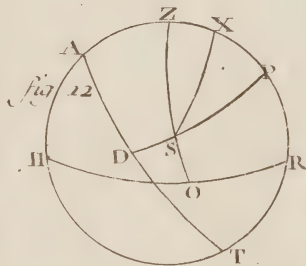
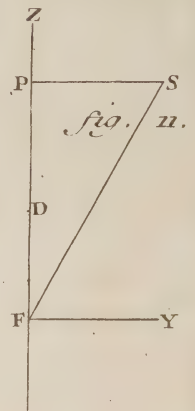
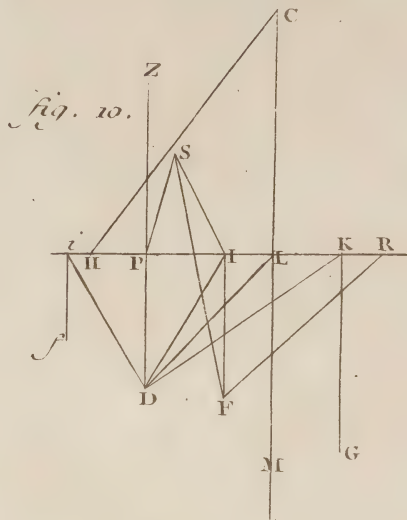
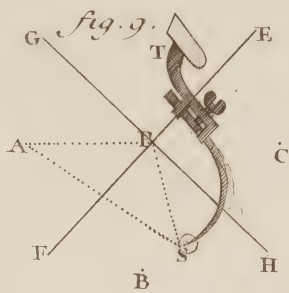
On a donné la maniere de décrire cette ligne par deux points d'ombre dans la seconde méthode du troisième Problème. Il faut la relire.

169. On peut aussi déterminer la position de la soustilaire par le calcul, pourvu qu'on connoisse la déclinaison du plan & l'élevation du pole sur l'horison du lieu où l'on veut tracer un Cadran. Ce Cadran est une regle de trois fondée sur une analogie du Probl. X, qui enseigne la méthode de trouver l'angle au centre LCP compris entre la méridienne & la soustilaire. Car cet angle étant connu, on aura aussi l'angle CPL qui est son complément à cause du triangle rectangle CLP. Or si on connoît l'angle CPL, & qu'on tire par le pied du stile une ligne qui fasse cet angle vers l'horizontale, la ligne tirée sera la soustilaire.

170. La soustilaire étant perpendiculaire à l'équinoctiale (17), si cette dernière étoit tracée il faudroit tirer du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale, ce seroit la soustilaire. Il est encore évident qu'on décrira sans peine la soustilaire, si on connoît le centre du Cadran, parce que cette ligne doit passer par le centre du Cadran & par le pied du stile, que l'on suppose aussi connu.

**Fig. 11.**

171. Avant de proposer les méthodes de trouver la ligne équinoctiale, nous ferons la remarque suivante. Si du sommet S de la hauteur du stile on élève une perpendiculaire SB sur la ligne CS, que l'on appelle *axe*, parce que passant par le centre du Cadran, & par le sommet du stile, elle présente le véritable axe qui doit passer par les deux mêmes points; & que cette perpendiculaire soit prolongée jusqu'à la soustilaire, le point B auquel elle rencontrera cette ligne sera celui par où doit passer l'équinoctiale: car puisque le point S désigne le sommet du stile, on conçoit que le plan







de l'équateur doit passer par ce dernier point. De plus ce plan est de même que le rayon équinoctial SB, perpendiculaire à l'axe du Cadran, qui est l'axe du Monde; par conséquent ce plan de l'équateur rencontrera la souffilatre au même point B, que le rayon équinoctial. Donc la ligne équinoctiale, qui est formée sur le plan du Cadran par l'intersection de l'équateur, coupe aussi la souffilatre au point B: on sçait d'ailleurs que ces deux lignes sont perpendiculaires l'une sur l'autre (17).

## PROBLÈME IX.

172. *La déclinaison du plan & la hauteur du pôle sur l'horison étant données ou connues, décrire la ligne équinoctiale.*

Une ligne droite est terminée par deux points. Or il y a deux points par lesquels l'équinoctiale doit passer, un dans l'horizontale, sçavoir celui de six heures (18), l'autre dans la méridienne. Il s'agit présentement de trouver ces deux points. 1°. On trouvera le point de six heures, si du centre diviseur D on tire une perpendiculaire sur la ligne DL; puisque cette perpendiculaire DR rencontrera l'horizontale au point de six heures: car l'angle droit LDR ayant son sommet au centre diviseur de l'horizontale, & d'ailleurs le côté DL rencontrant cette horizontale au point de midi, il est nécessaire que l'autre côté DR de cet angle droit aboutisse au point de six heures de la même ligne, puisque la base LR représente l'arc de l'horison compris entre le méridien & le cercle de six heures, lequel arc est de 90 degrés. 2°. On pourra aussi trouver l'autre point dans la méridienne par lequel doit passer l'équinoctiale. Pour cet effet on élèvera la perpendiculaire HM sur la ligne CH; cette perpendiculaire rencontrera la méridienne à un point M, par lequel je dis que la ligne équinoctiale doit passer: car entre le pôle du monde & l'équateur il y a un quart du cercle méridien;

Fig. 13.

par conséquent le centre du Cadran qui désigne le pôle du monde est éloigné de l'équinoctiale d'une partie de la méridienne qui représente le quart du méridien. Or la partie CM représente le quart du méridien, puisque c'est la base de l'angle droit dont le sommet est au centre diviseur de la méridienne. Donc le centre du Cadran étant à l'extrémité C de la partie CM, il faut que l'équinoctiale passe par l'autre extrémité M, aussi-bien que par le point R; si donc on tire une ligne droite qui joigne ces deux points, ce sera l'équinoctiale.

Il paroît par-là que l'on peut décrire l'équinoctiale, quoique la soustilaire ne soit pas tracée. Nous supposons ici qu'on a la position de la méridienne. Or cette ligne est facile à décrire quand on connoît la déclinaison du plan, comme nous l'avons montré ci-dessus (160).

173. On peut aussi trouver ces deux points M & R par le calcul, en faisant des analogies prises des triangles rectangles HLM & DPR. Car 1°. dans le triangle HLM on connoît trois choses, sçavoir l'angle droit L, l'angle LHM qui est le complément de la hauteur du pôle CHL, & le côté HL égal à la ligne DL, que l'on trouve par le triangle rectangle DPL. Ainsi on peut faire l'analogie suivante, dans laquelle on considère HL comme le sinus total, & le point H comme centre, auquel cas LM devient tangente de l'angle LHM.

*Le sinus total est à la tangente de l'angle LHM, comme le côté HL est au côté LM.*

On trouvera pour quatrième terme un nombre de parties égales à celles dont la hauteur SP ou DP est composée: c'est pourquoi si du point L vers M on prend une distance égale au nombre trouvé de ces parties, la fin de cette distance sera le point de la méridienne par lequel doit passer l'équinoctiale.

2°. On connoît aussi trois choses dans l'autre triangle DPR, l'angle droit P, l'angle PDR, qui est le complément de la déclinaison du plan ou de l'angle PDL, puisque l'angle LDR est droit, & enfin le côté PD  
qui

qui est égal à la hauteur du stile : par conséquent on trouvera le quatrième terme de l'analogie suivante, dans laquelle le côté DP est considéré comme rayon, dont le centre est D. Fig. 18.

*Comme le sinus total à la tangente du complément de la déclinaison, ainsi la hauteur du stile DP au côté PR.*

Le quatrième terme de cette proportion fera trouver le point R en prenant depuis P vers R une distance égale à ce quatrième terme.

174. Lorsque la déclinaison du plan est petite, il n'est pas facile d'appliquer cette méthode, soit par le calcul, soit par la Géométrie, sur-tout si le plan n'a pas une étendue très-grande en largeur, parce que l'horizontale & l'équinoctiale faisant pour lors un petit angle, le point de six heures ou l'intersection de ces lignes est pour lors à une trop grande distance du pied du stile, & quelquefois même il seroit au-delà du mur.

175. Il faut remarquer que l'angle PRB est égal à l'angle PCL : car les deux triangles RBP & CLP étant tous les deux rectangles, & d'ailleurs les angles BPR & LPC étant opposés au sommet, ces triangles sont semblables, & leurs angles PRB & PCL sont égaux. Or on peut déduire de-là une autre méthode de tracer l'équinoctiale, pourvû que l'on connoisse l'angle au centre du Cadran PCL, compris entre la méridienne & la soustilaire auquel est égal l'angle PRB formé par l'horizontale & l'équinoctiale, & que l'on ait aussi la distance LM. On trouvera l'angle PCL par le Problème X, & la ligne LM par le triangle HLM, comme nous venons de le montrer.

176. Voici cette autre méthode : L'angle R du triangle rectangle MLR étant connu, on connoitra aussi son complément LMR. Par conséquent si on tire par le point M une ligne qui fasse avec la méridienne l'angle LMR égal au complément de l'angle R, cette ligne sera l'équinoctiale. On peut employer cette méthode sans difficulté, quoique la déclinaison du plan soit fort petite.

Fig. 13.

177. On peut encore trouver le point B de la soustilaire par où doit passer l'équinoctiale en faisant la proportion suivante tirée du triangle rectangle SPB, dont le côté ou la hauteur SP est considérée comme rayon qui a pour centre le point S, & le côté PB comme la tangente de l'angle PSB égal à PCS, qui est la hauteur du pole sur le plan, laquelle on suppose connue : *Le sinus total est à la tangente de l'angle PSB, comme la hauteur du stile est au côté PB, qui est la distance du pied du stile à l'équinoctiale.*

Nous supposons ici que l'angle PSB est égal à PCS. Or cela est évident : car le rayon équinoctial BS étant perpendiculaire à l'axe, l'angle total CSB est droit, & par conséquent l'angle partiel PSB est complément de l'autre CSP. Or PCS est aussi complément de CSP à cause du triangle rectangle CPS.

Dans le Livre suivant nous enseignerons à tracer l'équinoctiale par une méthode qui convient à toutes sortes de plans soit verticaux, soit inclinés, & qui ne suppose point la connoissance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaison du plan. Nous passons présentement aux trois Problèmes suivans, que l'on doit regarder comme fondamentaux pour la description des Cadrans.

### P R O B L È M E X.

178. *L'élévation du pole sur l'horison du lieu étant connue avec la déclinaison du plan, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & la méridienne. Il faut faire la proportion suivante : Comme le sinus total au sinus de la déclinaison du plan, ainsi la tangente du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, à la tangente de l'angle compris entre la soustilaire & la méridienne.*

Pour prouver cette analogie, soit l'horizontale HR; la soustilaire CP, qui passe nécessairement par le centre du Cadran & par le pied du stile : soit aussi la méridienne CM, le point C qui est l'intersection de la soustilaire &



de la méridienne sera le centre du Cadran, parce que ces deux lignes passent l'une & l'autre par le centre. De même le point P sera le pied du stile, parce que c'est l'intersection de l'horizontale & de la soustilaire. De plus il faut prendre sur la verticale ZPD, que je suppose tirée, la partie PD égale à la hauteur du stile, le point D sera le centre diviseur de l'horizontale; que l'on mène ensuite la ligne DL au point L, qui est l'intersection de la méridienne & de l'horizontale, l'angle en D sera la déclinaison du plan vertical, comme on l'a fait voir (89). Enfin que l'on prenne sur l'horizontale la partie HL égale à l'hypoténuse DL, le point H sera le centre diviseur de la méridienne (65). Qu'on fasse ensuite l'angle CHL égal à la hauteur du pôle, la ligne CH coupera la méridienne au centre du Cadran, puisque la partie CL de la méridienne représente l'arc du méridien compris entre l'horizon & le pôle du monde, qui est le centre du Cadran. Ces choses étant ainsi supposées, nous allons trouver l'analogie marquée ci-dessus.

## D É M O N S T R A T I O N .

Les deux triangles CLP, CLH sont rectangles en L. Or si on prend dans ces deux triangles le côté CL pour sinus total ou pour rayon dont le centre soit C, le côté HL sera la tangente de l'angle HCL, qui est le complément de la hauteur du pôle CHL, à cause du triangle rectangle CLH; & le côté LP sera la tangente de l'angle LCP compris entre la soustilaire & la méridienne. Mais par l'hypothèse on connoît la hauteur du pôle, & par conséquent le complément de cette hauteur: donc on connoît aussi la tangente de ce complément ou de l'angle HCL; ainsi dans le triangle rectangle DPL on connoît trois choses, sçavoir l'angle droit en P, l'angle D qui est la déclinaison du plan, & le côté DL qui est égal à la tangente HL, comme nous l'avons dit ci-dessus. On pourra donc faire l'analogie suivante pour trouver le nombre des parties de

Kij

Fig. 11. LP proportionné au nombre de celles de la tangente HL.

*Comme le sinus total à l'hypoténuse DL qui est la tangente du complément de la hauteur du pôle, ainsi le sinus de la déclinaison du plan à la tangente LP de l'angle LCP; & alternando, Comme le sinus total au sinus de la déclinaison du plan, ainsi la tangente DL du complément de la hauteur du pôle, à la tangente LP de l'angle LCP. Par conséquent on trouvera la valeur de cet angle.*

Si on suppose la déclinaison du plan de  $35$  degrés, & le complément de la hauteur du pôle sur l'horison de  $41^{\text{d}} 8'$ , la dernière analogie sera  $100000. 57358 :: 87338. 50095$ . Or ce quatrième terme est la tangente d'un angle de  $26^{\text{d}} 36'$ : par conséquent dans cette hypothèse l'angle LCP est de  $26^{\text{d}} 36'$ . On résout aisément ces sortes d'analogie par les logarithmes.

179. On peut remarquer que cette analogie se réduit à cette question: Si la ligne ou le côté DL contient un certain nombre de parties qui est ici  $87338$ , combien l'autre côté LP doit-il contenir de ces mêmes parties? Or il est facile de concevoir qu'on doit trouver ce nombre de parties de la ligne LP par la proportion énoncée ci-dessus, comme on auroit trouvé un autre nombre si la ligne HL avoit été partagée en un plus grand ou un plus petit nombre de parties. Il faut dire la même chose des analogies des deux Problèmes suivans.

On peut voir à la fin de ce traité la septième Table qui contient les angles de la souffilaire avec la méridienne pour les différens degrés de latitude depuis  $45$  jusqu'à  $50$  inclusivement selon les différentes déclinaisons du plan.

180. Nous avons déjà remarqué dans le troisième Problème que l'angle LCP étant connu ou son égal BPD, que fait la souffilaire avec la verticale ZPD, on peut trouver la déclinaison du plan par la proportion énoncée dans le Problème X; car si on connoît l'an-

gle LCP, on aura trois termes de la proportion, & par conséquent on trouvera le sinus de la déclinaison, qui est le second terme de cette proportion. Nous avons vu aussi (art. 169) que l'angle LCP étant connu on peut décrire aisément la soustilaire, parce que l'on trouve alors l'autre angle CPL qui est le complément du premier. Or cet angle CPL est celui de la soustilaire sur l'horizontale.

Fig. 12

## PROBLÈME XI.

181. *La hauteur du pôle sur l'horison étant connue avec la déclinaison du plan vertical, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & l'axe : on appelle cet angle hauteur du pôle sur le plan.*

Il faut faire cette proportion : *Comme le sinus total au sinus du complément de la hauteur du pôle sur l'horison, ainsi le sinus du complément de la déclinaison du plan au sinus de la hauteur du pôle sur le plan.*

Nous avons déjà dit que CPB est la soustilaire, HPR l'horizontale, CLM la méridienne, les deux points C & P le centre du Cadran & le pied du stile. Nous avons dit aussi que le point D est le centre diviseur de la ligne horizontale, pourvû que la perpendiculaire PD soit égale à la hauteur du stile PS, que l'angle PDL est la déclinaison du plan, & enfin que le point H est le centre diviseur de la méridienne, pourvû que l'on prenne HL égale à l'hypoténuse DL. Tout cela étant supposé, on tirera la ligne CS du centre du Cadran au point S, qui est le sommet du stile, cette ligne désignera la position de l'axe, puisqu'elle passe par le centre du Cadran & par l'extrémité du stile. Il faut prouver qu'on trouvera l'angle PCS compris entre l'axe & la soustilaire par la proportion précédente.

## DÉMONSTRATION.

Si dans le triangle rectangle CPS le côté CS est considéré comme rayon, dont le centre soit le point C, la

Fig. 18. hauteur PS, qui est perpendiculaire à la soustilaire sera le sinus de l'angle cherché : de même si dans le triangle rectangle CLH on considère le côté CH comme rayon, dont le centre est C, la ligne HL sera le sinus de l'angle HCL, puisqu'elle est perpendiculaire à la méridienne CL. Or l'angle HCL est le complément de la hauteur du pôle CHL, à cause du triangle rectangle CHL. Ainsi puisque la hauteur du pôle est supposée connue, le sinus du complément HCL sera aussi connu : c'est pourquoi on connoît trois choses dans le triangle rectangle DPL, sçavoir l'angle droit P, l'angle D, qui est la déclinaison du plan, & l'hypoténuse DL qui est le sinus du complément de la hauteur du pôle sur l'horison, puisque  $HL = DL$ . On pourra donc trouver le quatrième terme de cette proportion ; *Comme le sinus total, c'est-à-dire, le sinus de l'angle droit P, est au côté DL, qui est le sinus du complément de la hauteur du pôle sur l'horison ; ainsi le sinus de l'angle PLD, qui est le complément de la déclinaison du plan, au côté opposé DP ou PS, qui est le sinus de l'angle cherché PSC.*

Si la hauteur du pôle sur l'horison est de  $48^{\text{d}} 52'$ , & la déclinaison du plan de  $35^{\text{d}}$ , les logarithmes des termes de la proportion énoncée ci-dessus seront 1000000, 981810, 991336, 973146. Or ce quatrième nombre est le sinus artificiel de  $32^{\text{d}} 36'$  ; par conséquent dans cette hypothèse l'angle PCS sera de  $32^{\text{d}} 36'$ .

182. Il faut remarquer que la proportion énoncée dans ce Problème suppose que les sinus HL & PS appartiennent au même cercle, ou bien que les rayons CH & CS sont égaux entre eux. Or cela est certain ; car ces rayons mesurent les distances du centre du Cadran aux points H & S, qui sont les centres diviseurs des lignes CM & CPB qui représentent des méridiens. Or nous avons fait voir (70) que le centre du Cadran est également distant des centres diviseurs des lignes qui représentent des méridiens.

On voit par ce Problème qu'il ne faut pas confondre



la hauteur du pole sur l'horison avec la hauteur du pole sur le plan. Pour signifier la premiere, souvent on se contente de dire, *la hauteur du pole* : mais pour exprimer la seconde, on dit toujours *la hauteur du pole sur le plan*. Fig. 18.

On trouvera à la fin de ce traité la huitième Table qui contient les hauteurs du pole sur le plan pour les degrés de latitude depuis 45 jusqu'à 50 inclusivement, selon les différentes déclinaisons du plan.

## C O R O L L A I R E.

183. De la proportion marquée dans le Problème il suit que quand la déclinaison du plan augmente, comme alors son complément diminue, il faut aussi que la hauteur du pole sur le plan diminue : c'est-à-dire, que plus la déclinaison du plan est grande, plus cette hauteur du pole est petite.

C'est sur ce Problème qu'est fondée la troisième méthode de trouver la déclinaison du plan, proposée dans le troisième Problème.

184. Le Problème suivant sert à trouver la différence des longitudes entre la méridienne du lieu & la méridienne du plan ou la soustilaire. Nous avons remarqué (91) que le plan du Cadran est toujours parallele à l'horison de quelque endroit de la terre, & peut-être pris pour cet horison. Or la différence des longitudes entre les deux méridiennes est mesurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu où est situé le plan, & le méridien de l'endroit dont l'horison est parallele à ce plan, ou, ce qui revient au même, c'est l'angle au pole compris entre ces deux méridiens. Si, par exemple, un plan incliné situé à Paris est parallele à l'horison de Jérusalem, la différence des longitudes entre les deux méridiennes sera de 33 degrés, parce que l'arc de l'équateur compris entre le méridien de Paris & celui de Jérusalem est de 33 degrés.

## P R O B L È M E X I I.

185. Connoissant la hauteur du pole sur l'horison du lieu & la déclinaison du plan, trouver la différence des

Fig. 13. *longitudes entre la méridienne CL du lieu & la méridienne du plan ou la soustilaire CP.*

Il faut faire cette proportion, *Comme le sinus total est au sinus de la hauteur du Pole sur l'horison du lieu, ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan, à la tangente du complément de la différence des méridiens ou des longitudes.*

Nous avons dit que cette différence est mesurée par l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu & le méridien du plan. Or cet arc est représenté par la partie MB de l'équinoctiale EN, laquelle partie est contenue entre la méridienne du lieu & la soustilaire. De même l'angle BAM est aussi mesuré par le même arc ou par la même ligne MB, puisque le sommet de cet angle est supposé au centre diviseur A de l'équinoctiale, que l'on trouve (65) en prenant sur la soustilaire la partie BA égale à la ligne SB tirée du sommet du stile. Ainsi l'angle BAM est égal à la différence des longitudes. Il faut donc prouver qu'on trouvera la valeur de cet angle par la proportion qu'on a marquée ci-dessus.

#### D E M O N S T R A T I O N .

Si dans le triangle rectangle HLM on prend le côté HL pour sinus total, & le point H pour centre, l'autre côté HM sera la sécante de l'angle LHM qui est le complément de la hauteur du pole CHL, puisque l'angle CHM est droit par la construction, comme il paroît article 172. Or  $HM = AM$  (69), parce que les points A & H sont les centres diviseurs de deux lignes qui se coupent au point M, sçavoir, de l'équinoctiale EMN & de la méridienne CLM : ainsi la ligne AM est la sécante du complément de la hauteur du pole sur l'horison : on peut donc supposer que cette ligne est connue, puisque l'on connoît la hauteur du pole. De même si dans le triangle LDR, qui est rectangle en D (67), parce que la ligne LR qui est une partie de l'horizontale représente un quart de cercle compris entre le méridien & l'équateur, & que

d'ailleurs le sommet de l'angle D est le centre diviseur de l'horizontale: si, dis-je, dans ce triangle on prend le côté LD, qui est égal (65) à la ligne HL, pour rayon dont le centre est L, l'autre côté DR sera la tangente de l'angle DLR ou DLP, qui est le complément de la déclinaison PDL. Or  $DR=AR$  (69), parce que les points D & A sont les centres diviseurs des lignes HR & ENR qui se coupent au point R. Ainsi AR est aussi la tangente du complément de la déclinaison du plan; on peut donc supposer que cette ligne est encore connue: c'est pourquoi dans le triangle MAR, qui est rectangle en A, puisque la base MR représente le quart de l'équateur, sçavoir l'arc compris entre le méridien & l'horison, dans le triangle MAR, dis-je, il y a trois choses connues, sçavoir, les deux côtés AM & AR, & l'angle droit A. On pourra donc trouver l'angle AMR par l'analogie suivante, en regardant le côté AM comme rayon, dont le centre est le point M: *AM ou HM qui est la sécante du complément de la hauteur du pole sur l'horison du lieu, est au sinus total, comme le côté AR ou DR, qui est la tangente du complément de la déclinaison du plan, à la tangente de l'angle AMR ou AMB, qui est le complément de l'angle BAM.* Or les deux premiers termes, sçavoir, la sécante du complément de la hauteur du pole & le sinus total ont entre eux la même raison que le sinus total & le sinus de la hauteur du pole, comme il paroît par le triangle rectangle HLM, dans lequel si on regarde le côté HM comme la sécante du complément de la hauteur du pole, HL devient le sinus total: mais si on regarde HM comme sinus total & le point M comme centre, le côté HL est le sinus de l'angle HML, qui est égal à la hauteur du pole CHL. On peut donc changer les deux premiers termes de la proportion précédente, & mettre à leur place le sinus total & le sinus de la hauteur du pole; & alors on aura la proportion suivante: *Comme le sinus total au sinus de*

Fig. 15.

*la hauteur du pôle sur l'horison, ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan à la tangente du complément de l'angle BAM, qui est la différence des longitudes.*

Si on suppose la hauteur du pôle de  $48^{\text{d}} 52'$  & la déclinaison du plan de  $35^{\text{d}}$ , le complément sera  $55^{\text{d}}$ ; c'est pourquoi dans cette hypothèse l'analogie prescrite fera, Le sinus total est au sinus de  $48^{\text{d}} 52'$ , comme la tangente de  $55^{\text{d}}$  est à la tangente du complément de la différence des longitudes. Les logarithmes des trois premiers termes sont, 1000000, 987690; 1015477, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on trouvera le nombre 1003167, qui est la tangente artificielle de  $47^{\text{d}} 5'$ , complément de  $42^{\text{d}} 55'$ : ainsi la différence des longitudes sera  $42^{\text{d}} 55'$ .

Nous donnerons à la fin de ce Traité une Table, ce sera la dernière, qui contiendra la différence des longitudes pour les degrés de la hauteur du pôle depuis 45 jusqu'à 50 inclusivement selon les différentes déclinaisons du plan.

Il y a une méthode de trouver la déclinaison du plan fondée sur ce Problème: c'est la quatrième du troisième Problème.

186. REMARQUE. Les analogies des trois derniers Problèmes étant fondamentales dans la construction des Cadran, il est bon de s'assurer qu'il n'y a point d'erreur dans le calcul qu'on aura fait pour ces trois analogies. Or afin de s'en assurer, on pourra chercher l'angle de la soustilaire avec la méridienne par la proportion suivante, qui suppose les analogies des deux derniers Problèmes: & si on trouve la même valeur que celle qu'on aura trouvée par l'analogie du dixième Problème, ce sera une marque qu'il ne s'est point glissé de faute dans le calcul. Voici cette proportion, laquelle est tirée de la trigonométrie sphérique, *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pôle sur le plan, comme la tangente de la différence des méridiens est à la tangente de l'angle cherché.*



Si on prend l'exemple des trois derniers Problèmes, les trois premiers termes de la proportion seront le sinus total, le sinus de  $32^{\text{d}} 36'$  & la tangente de  $42^{\text{d}} 55'$ , dont les logarithmes sont 1000000, 973140, 996839 : or le premier de ces nombres étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 969979, qui est la tangente artificielle de  $26^{\text{d}} 56'$  : c'est la même valeur que celle qu'on a trouvée dans l'exemple du dixième Problème. Il est d'autant plus à propos de vérifier ainsi le calcul pour les trois analogies, que l'erreur pourroit venir des Tables dont on se sert.

## C O R O L L A I R E.

187. Puisque le premier terme de la proportion énoncée dans le dernier Problème est toujours plus grand que le second dans la sphere oblique, il faut aussi que le  $3^{\text{me}}$  soit plus grand que le  $4^{\text{me}}$ . Ainsi le complément de la déclinaison du plan est plus grand que le complément de la différence des longitudes ; & par conséquent la déclinaison du plan est toujours plus petite que la différence des longitudes.

188. REMARQUE. Quand on connoît la hauteur du pole sur le plan & la différence des longitudes, on peut déterminer l'endroit de la terre dont l'horison est parallele au plan du Cadran. Supposons un plan du midi situé dans la partie septentrionale de la terre, si la hauteur du pole sur ce plan est de  $32^{\text{d}} 36'$ , & la différence des longitudes  $42^{\text{d}} 55'$ , le plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au  $32^{\text{d}} 36'$  de latitude méridionale ; & la longitude de ce lieu est plus grande ou plus petite de  $42^{\text{d}} 55'$ , que celle du lieu où est situé le plan, plus grande si le plan décline vers l'orient, & plus petite s'il décline vers l'occident. J'ai dit que ce plan est parallele à l'horison d'un lieu qui est au  $32^{\text{d}} 36'$  de latitude, parce que ce plan étant supposé parallele à l'horison du lieu cherché, l'axe de la terre doit faire des angles égaux sur l'un & sur l'autre. Or l'an-

gle que fait l'axe sur le plan est la hauteur du pole sur le plan, & l'angle que fait cet axe sur l'horison d'un lieu est la hauteur du pole sur l'horison, laquelle est toujours égale à la latitude du lieu. Par conséquent la hauteur du pole sur un plan est égale à la latitude du lieu dont l'horison est parallele à ce plan.

189. Lorsque l'ombre de l'axe tombe sur la soustilaire, alors il est midi dans l'endroit où l'horison est parallele au plan du Cadran. Ainsi dans notre exemple si le plan qu'on suppose à Paris décline vers l'occident, il est midi dans le lieu dont l'horison est parallele au plan, quand il est à Paris  $2^h 51^m 40^s$  après midi, parce que le soleil faisant en longitudes  $15$  degrés par heure, il doit parcourir  $45^d 55'$  en  $2^h 51^m 40^s$  de tems : si le plan déclinait vers l'orient, il seroit midi dans ce lieu-là dans le tems qu'il seroit  $9^h 8^m 20^s$  à Paris.

190. Il paroît par ce que nous avons dit jusqu'à présent que l'on peut tracer par le secours du calcul & indépendamment d'aucun point d'ombre, la méridienne, la soustilaire, l'équinoctiale, & qu'on peut trouver le centre du Cadran, pourvû cependant que l'on connoisse la déclinaison du plan & la hauteur du pole sur l'horison du lieu.

Les Problèmes précédens enseignent plusieurs pratiques préliminaires qui servent de fondemens pour tracer des Cadrans, non que toutes ces pratiques soient nécessaires pour leurs constructions, mais il faut choisir entre elles celles qui paroîtront plus propres selon les différentes positions des plans. Nous passons présentement aux Problèmes qui contiennent des méthodes de tracer les Cadrans. Il y en a qui sont en partie géométriques & en partie mécaniques, il y en a d'autres qui s'exécutent par le calcul. Nous commencerons par celles qui sont partie géométriques, partie mécaniques.

## TROISIÈME SECTION.

*Différentes méthodes pour tracer les Cadrans Solaires.*

211. Avant de tracer un Cadran, il faut faire mettre sur le plan une ou deux couches de couleur en huile qui effaceront toutes les lignes & tous les points qu'on a marqués pour déterminer la déclinaison du plan ; & après avoir décrit les lignes horaires, on fera mettre une troisième couche, afin d'ôter plusieurs traits qu'on n'a tiré que pour tracer les lignes horaires.

## PROBLÈME PREMIER.

212. *Connoissant la déclinaison du plan & l'élévation du pôle sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, pourvu que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de la ligne horizontale & de l'équinoctiale.*

1°. Il faut tracer sur le plan proposé la verticale Fig. 1<sup>re</sup>  
ZPD, c'est-à-dire, une ligne perpendiculaire à l'horison, ensuite il faut aussi mener l'horizontale HR selon la méthode du second Problème préliminaire : le point d'intersection P des deux lignes sera le pied du stile.

2°. On prendra la ligne PD égale à la hauteur du stile. Or cette hauteur est arbitraire. Il faut néanmoins qu'elle ait quelque proportion avec la hauteur qu'on donnera à la méridienne, qu'elle en soit, par exemple, environ le tiers ; ensuite du point D, qui est le centre diviseur de l'horizontale, on tirera la ligne DL qui fasse l'angle PDL égal à la déclinaison du plan.

3°. Du point L on élèvera la perpendiculaire CLM sur l'horizontale HR, ce sera la méridienne (160). Ensuite ayant pris sur l'horizontale la partie LH égale à l'hypoténuse DL, il faudra tirer du point H, qui est le centre diviseur (65) de la méridienne, la ligne CH qui fasse l'angle CHL de la hauteur du pôle sur l'ori-

**Fig. 18.** son du lieu : le point d'intersection C de cette ligne avec la méridienne fera le centre du Cadran (164).

4°. On menera du centre C la ligne CPB, qui passe par le pied du stile, ce sera la soustilaire (15) : après quoi on élèvera sur la soustilaire la perpendiculaire PS qui soit égale à la ligne PD ou à la hauteur du stile ; puis on décrira du centre C la ligne CS qui passe par le point S ; elle montrera la position de l'axe à l'égard de la soustilaire, parce que l'axe doit passer (article 5 prélim.) par le centre du Cadran & par le sommet du stile qui peut être considéré comme le centre du monde.

5°. Du point S on élèvera sur la ligne CS la perpendiculaire SB qui sera le rayon équinoctial : puis du point B on tirera la perpendiculaire EBN sur la soustilaire ; ce sera la ligne équinoctiale (171), dont le point M ou son intersection avec la méridienne est le point de midi sur l'équinoctiale ; & son intersection avec l'horizontale, sçavoir le point R, est celui de six heures (18).

6°. Il faudra prendre sur la soustilaire la partie BA égale au rayon équinoctial SB, le point A sera le centre diviseur de la ligne équinoctiale (65) Après cela du point A, comme centre, & d'un intervalle pris à discrétion, on décrira la circonférence FKGI.

7°. Du point A on tirera une ligne qui passe par le point M, & qui rencontre la circonférence à un point comme K, ou une autre qui passe par le point R, & qui coupe aussi la circonférence en O : ensuite on divisera la circonférence en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O ; & on tirera du centre A des lignes aux points de division qui soient prolongées, s'il est nécessaire, afin qu'elles rencontrent l'équinoctiale ; les points où ces lignes couperont l'équinoctiale seront des points horaires, c'est-à-dire, que chaque ligne horaire doit passer par quelques-uns de ces points.

8°. On menera des lignes du centre du Cadran aux



points horaires; ce seront les lignes horaires, à l'extrémité desquelles il faut marquer les heures, en observant que les heures d'avant midi doivent être écrites à l'occident de la méridienne, & que celles d'après midi doivent être à l'orient de cette même ligne. Tout cela étant fait, si on place une verge de fer de manière qu'elle passe par le sommet du stile, & qu'elle aboutisse au centre C du Cadran, ce sera l'axe du Cadran, & par conséquent elle montrera les heures par son ombre. ( Nous expliquerons dans le quatrième Livre la manière de placer aisément l'axe ). Un stile dont le point P seroit le pied, & qui auroit une hauteur égale à PD ou PS, pourroit aussi montrer les heures par l'extrémité de son ombre.

Cette méthode n'est pas purement géométrique à cause qu'elle suppose d'autres instrumens que la règle & le compas ordinaire, soit pour décrire la verticale ou l'horizontale, soit pour faire un angle égal à la déclinaison du plan. On pourroit dire par cette raison qu'elle est en partie géométrique & en partie mécanique : il en est de même de la méthode du Problème suivant.

213. Nous avons mis dans l'énoncé du Problème, *Pourvu que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horizontale & de l'équinoctiale*, parce que si le centre étoit tellement distant de l'une de ces lignes, qu'il fût hors de l'étendue du plan, on ne pourroit pas tirer les lignes horaires par cette méthode : car on n'y détermine qu'un point dans l'équinoctiale pour chacune de ces lignes : il faut donc encore avoir un autre point par lequel elles doivent passer ; & par conséquent on est obligé de recourir à une autre méthode. On peut dire en général que quand dans le climat de la France la déclinaison du plan est d'environ  $70^d$  le centre du Cadran est trop éloigné de l'horizontale & de l'équinoctiale, pour que l'on puisse se servir de la méthode de ce Problème : & si on est dans un autre climat où la hauteur du pôle soit

Fig. 18. plus grande, par exemple, de  $60^d$ , alors le centre du Cadran seroit trop éloigné de l'horizontale & de l'équinoctiale, quoique la déclinaison du plan soit un peu moindre que  $70^d$ .

214. Les différens articles de cette méthode ne sont que des applications des Problèmes préliminaires ou de quelques autres propositions qui ont été démontrées, sans excepter les deux derniers articles dans lesquels il s'agit de déterminer les points horaires sur l'équinoctiale, & de tracer les lignes horaires. Car le point A étant le centre diviseur de la ligne équinoctiale, les rayons qui sont tirés de ce centre renferment entr'eux des parties de l'équinoctiale, qui représentent les arcs de l'équateur semblables aux arcs du cercle décrit FKI qui sont compris entre les rayons. Or les arcs du cercle décrit compris entre les rayons sont de  $15$  degrés, puisqu'ils sont chacun la vingt-quatrième partie de la circonférence; par conséquent les arcs semblables de l'équateur sont de  $15$  deg. d'ailleurs ou le méridien ou le cercle de 6 heures est un de ceux qui séparent ces arcs l'un de l'autre, puisque l'on a commencé la division du cercle FKI par le rayon qui rencontre le point de midi ou celui de  $6^h$ : donc tous les autres cercles qui séparent ces arcs sont aussi des cercles horaires. Par conséquent les points où les rayons coupent la ligne équinoctiale sont les points horaires, c'est-à-dire, ceux qui désignent les intersections de l'équateur avec les cercles horaires: les lignes horaires qui représentent les cercles horaires doivent donc passer par ces points. D'ailleurs ces lignes doivent aboutir au centre du Cadran (art. 8 prélim.) Ainsi les lignes tirées du centre du Cadran aux points de division de l'équinoctiale, lesquels points sont déterminés par les rayons du cercle décrit, sont des lignes horaires. On prouvera la même chose par la démonstration suivante qui est semblable à celle que nous avons donnée pour la première méthode de tracer un Cadran horizontal.

DÉMONSTRATION.

## D É M O N S T R A T I O N .

215. Concevons que le triangle BCS est élevé perpendiculairement sur le plan du Cadran, & que le cercle FKGI est situé de manière que la ligne AB se confond avec la ligne SB, le point A avec le sommet S, & que le plan du cercle soit perpendiculaire à l'axe du Cadran : dans cette hypothèse le cercle représentera un Cadran équinoctial, parce qu'il sera parallèle à l'équateur du monde. Par conséquent les rayons qui sont menés aux points de division de la circonférence sont les lignes horaires de ce Cadran équinoctial. Ainsi les points dans lesquels ces rayons coupent l'équinoctiale qui est l'intersection du cercle élevé avec le plan vertical déclinant, sont des points horaires. Or ces points ne diffèrent pas de ceux auxquels les rayons rencontrent l'équinoctiale lorsque le cercle est couché sur le plan du Cadran. Par conséquent les points de l'équinoctiale déterminés par la méthode prescrite, sont des points horaires. Ainsi les lignes tirées du centre du Cadran à ces points sont des lignes horaires.

Fig. 18.

216. Il paroît par l'exposition des différens articles de cette méthode que quand on trace un Cadran on n'a aucun égard aux lignes qui ont été tirées sur le plan pour en trouver la déclinaison. Nous avons dit qu'on commence par mener la verticale ZPD & l'horizontale HR : il seroit néanmoins plus commode dans la pratique de commencer par tirer la méridienne & l'horizontale, après quoi il faudroit mener la ligne LD, faisant avec la méridienne l'angle MLD égal à la déclinaison telle qu'on l'auroit trouvée : ensuite on tireroit la verticale ZPD parallèle à la méridienne, ou, ce qui revient au même, perpendiculaire à l'horizontale ; on tireroit, dis-je, cette verticale à quelle distance on voudroit de la méridienne. Si on commençoit ainsi, on seroit le maître de placer la méridienne à tel endroit du plan que l'on souhaiteroit. Il est à propos de la mettre au milieu de la largeur

**Fig. 18.** du plan lorsque la déclinaison de ce plan est petite ; par exemple , de 10 à 12<sup>d</sup> ; mais si elle est grande , comme de 40 ou 50<sup>d</sup> , il faut que la méridienne coupe la largeur du plan en deux parties inégales , dont la plus considérable soit du côté où l'on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires : autrement ces lignes seroient trop pressées , à moins cependant que le plan ne fût extrêmement large , car alors cet inconvénient ne seroit pas à craindre.

J'ai dit qu'il faut faire l'angle MLD égal à la déclinaison du plan , parce que cet angle MLD est nécessairement égal à l'angle alterne LDP , qui marque la déclinaison du plan.

217. PREMIERE REMARQUE. Avant de tracer le Cadran sur le mur , il est bon d'en tracer un semblable sur un carton ou sur une feuille de papier : on verra par ce moyen la situation des lignes horaires les unes par rapport aux autres , & on jugera mieux de l'endroit où il faudra décrire la méridienne sur le plan du mur. Il est à propos sur-tout lorsque le plan du Cadran n'est pas bien étendu en largeur , de supprimer les lignes horaires qui sont les plus éloignées de la souffilaire , c'est-à-dire , celles qui marquent les dernieres heures dans les plans du midi qui déclinent vers l'orient , & les premieres dans ceux qui déclinent vers l'occident. Par-là il y aura plus d'espace entre les lignes horaires qui resteront. On peut aussi supprimer les premieres lignes horaires dans les plans qui déclinent vers l'orient , & les dernieres dans les autres , tant à cause que ces lignes ne servent que peu de tems pendant l'année , que parce que la réfraction causée par l'air élève beaucoup le soleil dans ces momens ; ce qui fait avancer le Cadran le matin , & le fait retarder le soir. D'ailleurs il y a souvent des objets , comme des maisons , des arbres , &c. qui empêchent que le Cadran ne soit éclairé quand le soleil est près de l'horison. Nous verrons dans la suite quelles sont les premieres & les dernieres heures qu'on peut marquer sur un Cadran.



218. SECONDE REMARQUE. La soustilaire doit être Fig. 18. située différemment par rapport à la méridienne selon que le Cadran décline vers l'orient ou vers l'occident. Supposons d'abord que le plan est tourné obliquement au midi, alors s'il décline vers l'orient, la soustilaire doit être à la gauche de la méridienne : mais si le Cadran décline vers l'occident, elle doit être à la droite. Supposons présentement que le plan est tourné obliquement au septentrion, le contraire arrivera : car s'il décline vers l'orient, la soustilaire est à la droite de la méridienne ; & s'il décline vers l'occident, la soustilaire est à la gauche. On peut déterminer autrement la situation respective de ces deux lignes en disant, que la situation de la soustilaire doit être opposée à la déclinaison du plan, c'est-à-dire, que si le plan décline vers l'orient, la soustilaire sera à l'occident de la méridienne, & s'il décline vers l'occident, elle sera à l'orient, soit que le plan regarde le midi ou qu'il soit tourné vers le nord. Ce que nous venons de dire de la soustilaire doit aussi s'entendre de la verticale ZPD & de la ligne de déclinaison DL : car il est évident que l'un & l'autre doivent être du même côté de la méridienne que la soustilaire,

219. De toutes ces lignes qui ont été décrites, il n'y a que les lignes horaires qui doivent rester : c'est pourquoi il faut les tracer profondément avec un stile ; & toutes les autres qui servent seulement à décrire les lignes horaires, doivent être marquées légèrement, afin qu'on les puisse effacer avec facilité.

On suppose dans la méthode de ce Problème que l'on trouvera le centre du Cadran en tirant la ligne CH, qui fasse avec l'horizontale l'angle de la hauteur du pôle. Mais si cette hauteur du pôle ou sa déclinaison du plan, ou l'une & l'autre ensemble sont fort grandes, alors le centre du Cadran sera trop éloigné de l'horizontale, c'est-à-dire, que la ligne CH ne pourra rencontrer la méridienne qu'à une trop grande distance de l'horizontale ; dans ce cas il faudra employer une autre méthode,

Fig. 18. qui consiste en ce que l'on mène une ligne parallèle à l'équinoctiale, & cette parallèle sera une autre équinoctiale. Nous allons expliquer cette méthode dans le Problème suivant.

## PROBLÈME II.

220. *La déclinaison du plan & l'élévation du pôle sur l'horison du lieu étant connues, tracer un Cadran vertical par une méthode géométrique, soit que le centre du Cadran soit fort éloigné de la ligne horizontale & de l'équinoctiale, soit qu'il en soit peu éloigné.* Les premiers articles de cette méthode ne sont pas différens de ceux de la méthode précédente.

Fig. 19. 1°. On tracera d'abord sur le plan du Cadran la ligne ZPD qui soit verticale, c'est-à-dire, perpendiculaire à l'horison, ensuite l'horizontale HR selon la méthode du second Problème préliminaire.

2°. Il faut prendre du point d'intersection P, qui est le pied du stile, la ligne PD égale à sa hauteur. Or cette hauteur est prise à volonté, pourvû qu'elle ait quelque proportion avec la longueur de la méridienne, qu'elle en soit, par exemple, le tiers. Ensuite du point D, qui est le centre diviseur de l'horizontale, on décrira la ligne DL qui fasse l'angle PDL égal à la déclinaison du plan.

3°. On élèvera du point L la perpendiculaire CLM sur l'horizontale HR, ce sera la méridienne: ensuite ayant pris sur l'horizontale la partie LH égale à l'hypoténuse DL, il faut mener du point H, qui est le centre diviseur de la méridienne (65), la ligne CH qui fasse l'angle CHL de la hauteur du pôle sur l'horison du lieu.

4°. Du point H on élèvera perpendiculairement HM sur la ligne CH; le point M où la ligne HM rencontre la méridienne, est un des points de l'équinoctiale (172). Ensuite on élèvera aussi du point D la perpendiculaire DR sur la ligne DL, le point R, qui est l'intersection

de DR avec l'horizontale , sera le point de six heures ( 172 ), qui est un autre point de l'équinoctiale : si donc on mene la ligne EN qui passe par le point M & par le point R , ce sera l'équinoctiale. Fig. 124

5°. On tirera la ligne CPB qui passe par le pied du stile , & qui soit perpend. à l'équinoctiale , ce sera la soustilaire ; après quoi on élèvera la perpendiculaire PS sur la soustilaire , qui soit égale à la hauteur du stile ; & du point S on menera la ligne SB au point B , qui est l'intersection de la soustilaire avec l'équinoctiale : ce sera le rayon équinoctial.

6°. Du point S on tirera CS perpendiculaire au rayon BS ; elle désignera la position de l'axe par rapport à la soustilaire : après cela du point *s* pris à volonté dans l'axe CS on élèvera *sb* perpendiculaire à l'axe , & par conséquent parallèle au rayon SB ; & du point *b* de la soustilaire on tirera *ebn* perpendiculaire à la soustilaire , ou , ce qui revient au même , parallèle à l'équinoctiale EBN ; on aura une autre équinoctiale.

7°. On prendra la partie BA de la soustilaire qui soit égale au rayon SB , & aussi la partie *ba* égale à l'autre rayon équinoctial *sb*. Après cela des points A & *a* , comme centres , & d'un intervalle pris à volonté , on décrira deux circonférences. ( Il est à propos qu'elles soient égales pour plus grande facilité ). Ensuite on tirera des centres A & *a* des rayons aux points M & *m* qui couperont les circonférences dans certains points K & *k*. Enfin on divisera chaque circonférence en 24 parties égales , en commençant par les points K & *k*.

8°. On tirera des centres des cercles aux points de division des rayons qui soient prolongés , s'il est nécessaire , afin que ceux du premier cercle rencontrent la première équinoctiale , & que ceux du second rencontrent aussi la seconde ; les points de division dans l'une & l'autre équinoctiales seront des points horaires. Si donc on tire des lignes dont chacune passe par deux points correspondans des équinoctiales , qui soient ,

Fig. 19. par exemple, l'un & l'autre les points de dix heures; ces lignes seront des lignes horaires qu'il faudra marquer par des chiffres qui désignent les heures que ces lignes doivent montrer. La seconde équinoctiale peut être indifféremment au-dessus ou au-dessous de la première. Si du point *s* on abaisse la perpendiculaire *sp* sur la soustilaire, & qu'on attache aux points *P* & *p* des stiles perpendiculaires au plan dont les parties qui sont hors du mur soient égales aux hauteurs *PS* & *ps*, la verge de fer soutenue par les extrémités des stiles sera l'axe de ce Cadran; par conséquent son ombre marquera les heures en tombant sur les lignes horaires. L'ombre de l'extrémité de l'un & de l'autre stile peut aussi montrer les heures: car il est évident que ces extrémités sont des points de l'axe. Il reste à prouver que les lignes qui passent par des points correspondans des deux équinoctiales sont des lignes horaires.

#### D É M O N S T R A T I O N .

Il est certain par le Problème précédent que les points déterminés, sur l'une & sur l'autre équinoctiale par les rayons des deux cercles sont des points horaires, puisque les centres de ces cercles sont les centres diviseurs des deux équinoctiales. D'ailleurs c'est la même soustilaire & le même axe par rapport à l'une & à l'autre équinoctiales. Par conséquent les lignes horaires de ces deux équinoctiales doivent aussi être les mêmes. Ainsi les lignes qui passent par des points correspondans des deux équinoctiales sont des lignes horaires dont chacune a sa position déterminée par les deux points correspondans par lesquels elle passe.

221. REMARQUE. Quand on a un grand compas fait à la manière ordinaire, on peut décrire avec facilité une seconde équinoctiale: car il ne s'agit que de tirer une parallèle à la première équinoctiale: or il est facile de tirer une parallèle à quelle distance on veut



de la premiere équinoctiale. Pour cet effet il faut marquer sur la souffilatre la distance  $Bb$  que l'on veut mettre entre les deux équinoctiales ; & ayant pris l'ouverture du compas égale à cette distance  $Bb$ , on met une de ses pointes sur la premiere équinoctiale à la plus grande distance qu'on peut de  $B$ , je suppose que ce soit au point  $N$ , puis on décrit un arc, comme  $XY$ , de ce point  $N$  comme centre. Si on tire du point  $b$  une ligne, comme  $bn$ , qui soit tangente de cet arc, ce sera une parallele à la premiere équinoctiale. Cela est évident, puisque le point de contact  $n$  est autant éloigné de la premiere équinoctiale que le point  $b$ .

222. Afin que l'erreur inévitable dans la pratique soit la plus petite qu'il soit possible dans la description des lignes horaires, il faut que la seconde équinoctiale soit assez éloignée de la premiere, ou plutôt à peu près autant que le permettra la hauteur du plan du Cadran.

223. Nous parlerons dans le Problème suivant de la distance du soleil au méridien, cette distance est toujours connue pour toutes les heures, parce que le soleil parcourt 15 degrés par heure d'orient en occident : ainsi cette distance est de 15 degrés à 11 heures avant midi & à une heure après midi ; elle est de 30 degrés à 10 heures du matin & à 2 heures du soir, &c.

### PROBLÈME III.

224. *Connoissant la déclinaison du plan avec la hauteur du pole sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires déterminés par le calcul sur la ligne équinoctiale, pourvu que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horizontale & de cette équinoctiale.*

Nous supposons qu'on a trouvé par le calcul trois angles, dont le premier, qui est au centre du Cadran, est compris entre la méridienne & la souffilatre, le second est l'élévation du pole sur le plan du Cadran, &

Fig. 18. le troisiéme est la différence des longitudes. (On trouve ces angles par les Problèmes X, XI & XII). Nous supposérons aussi qu'il y a trois lignes décrites, la méridienne CM, la soustilaire CB & l'équinoctiale EN. Nous expliquerons à la suite de ce Problème comment on tire ces lignes, dont les deux premières déterminent le centre du Cadran, puisque c'est l'intersection de la méridienne & de la soustilaire. Cela posé, si on connoissoit les points horaires sur l'équinoctiale, il faudroit tirer des lignes droites du centre du Cadran à ces points, & ce seroit les lignes horaires. Par conséquent il s'agit de trouver ces points horaires de l'équinoctiale. Or ces points sont déterminés par différentes parties de l'équinoctiale B<sub>1</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>10</sub>, &c. comprise entre la soustilaire & les rayons tirés du centre A aux points de division de la circonférence FKG I, que l'on suppose partagée en 24 parties égales, en commençant par le point K ou par le point O, qui sont les intersections de la circonférence avec deux rayons dont l'un passe par le point de midi, & l'autre par celui de 6 heures. Il faut donc chercher quelle est la longueur des lignes B<sub>1</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>10</sub>, c'est-à-dire, combien elles contiennent de parties égales à celles dans lesquelles on suppose que la hauteur du stile SP est divisée. Pour cet effet on cherchera d'abord quel est le nombre des parties du rayon équinoctial SB ou AB: or on trouvera ce nombre par le triangle rectangle SPB, comme nous le dirons ensuite. Après cela on observera qu'il peut y avoir trois cas dans la détermination des segmens B<sub>1</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>10</sub>, &c. de l'équinoctiale: car ou le point horaire est situé entre la méridienne & la soustilaire; tel est le point 1; ou au-delà de la soustilaire par rapport à la méridienne, comme le point 3; ou au-delà de la méridienne par rapport à la soustilaire, comme le point de 10 heures. Dans le premier & le second cas l'angle BA<sub>1</sub> & BA<sub>3</sub> est la différence entre la distance du soleil au méridien & la

différence des longitudes Dans le troisième cas l'angle  $BA_{10}$  est la somme de la distance du soleil au méridien & de la différence des longitudes. Que la différence des longitudes ou l'angle  $BAM$  soit, par exemple, de  $43^\circ$ , l'angle  $BA_1$  dans le premier cas sera de  $28^\circ$ , puisque le nombre 28 est la différence entre 15 & 43. ( La distance du soleil, ou plutôt du centre du soleil au méridien à une heure après midi est de  $15^\circ$ . ) L'angle  $BA_3$  dans le second cas sera de 2 degrés, parce qu'à trois heures après midi le soleil est éloigné du méridien de  $45^\circ$ . Or la différence entre 45 & 43 est 2. Enfin l'angle  $BA_{10}$  dans le troisième cas est de  $73^\circ$ , parce qu'à 10 heures avant midi le soleil est éloigné du méridien de  $30^\circ$ . Or la somme de 30 & de 43 est 73.

Tout cela étant présupposé on trouvera les points horaires par l'analogie suivante, dont le troisième terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler, *Comme le sinus total est au nombre des parties que contient AB ou le rayon équinoctial SB, ainsi la tangente de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, est au nombre des parties du segment  $B_1$ , ou  $B_3$ , ou  $B_{10}$  de l'équinoctiale.* Il s'agit de prouver que cette analogie est vraie.

## D É M O N S T R A T I O N.

Si dans le triangle rectangle  $AB_1$ , ou  $AB_3$ , ou  $AB_{10}$ , on prend le côté  $AB$  pour rayon, dont le centre soit le point  $A$ , l'autre côté  $B_1$ , ou  $B_3$  ou  $B_{10}$  sera la tangente de l'angle  $BA_1$ ,  $BA_3$ , ou  $BA_{10}$ , qui est la différence ou la somme de la distance du soleil au méridien, & de la différence des longitudes. Par conséquent il est certain que la proportion énoncée ci-dessus est vraie, ( Préparation art. 10 ) puisqu'elle consiste en ce que l'on considère d'abord le côté  $AB$  comme rayon, ensuite comme contenant un certain nombre de parties, & que l'on regarde pareillement  $B_1$ , ou  $B_3$ , ou  $B_{10}$ ,

**Fig. II.** comme tangente de l'angle  $BA_1$ , ou  $BA_3$ , ou  $BA_{10}$ , & comme contenant un nombre de parties égales à celles de AB. Voici cette proportion: *Comme le sinus total est au côté AB, ainsi la tangente de la différence ou de la somme susdite est au nombre des parties du segment  $B_1$ , ou  $B_3$ , ou  $B_{10}$ .*

Si donc on prend sur l'échelle des parties égales du compas à verge, le nombre des parties qui est marqué par le quatrième terme, & qu'on transporte la longueur que ces parties composent, du point B à un autre point de l'équinoctiale, ce second point sera celui par lequel doit passer la ligne horaire. Nous supposons que les parties du côté AB ou du rayon équinoctial BS & de la hauteur PS sont égales à celles qui sont marquées sur l'échelle. Si la ligne équinoctiale ne peut être prolongée à la distance nécessaire pour qu'on y marque tous les points horaires dont on a besoin, il faudra mener une autre équinoctiale parallèle à la première & plus près du centre, sur laquelle on marquera les points qu'on n'a pû marquer sur la première. Nous expliquerons cela plus amplement dans le Problème suivant.

Voici un exemple dans lequel nous supposons que l'angle CHL ou la hauteur du pôle sur l'horison est de  $48^d 52'$ , la déclinaison du plan PDL est de  $35^d$ : dans cette hypothèse on trouvera l'angle LCP entre la méridienne & la soustilaire de  $26^d 36'$ ; l'angle PCS, qui est la hauteur du pôle sur le plan, sera de  $32^d 36'$ . Enfin l'angle BAM, qui est la différence des longitudes, contiendra  $42^d 55'$ . Si on suppose de plus que la hauteur du stile PS contient 1053 parties égales on trouvera par le triangle rectangle SPB dont l'angle PSB est égal à PCS (177) que le rayon équinoctial SB est de 1250 parties, on le trouvera, dis-je, par la proportion suivante dans laquelle on considère l'hypoténuse SB, comme le sinus total, & le point B comme centre, auquel cas la hauteur SP devient le sinus de



l'angle SBP, complément de PSB : *Le sinus de SPB est au sinus total, comme la hauteur du stile est au rayon équinoctial.* Voici les logarithmes des trois premiers termes de cette proportion dans notre exemple : 992555, 1000000, 302243 par lesquels on trouvera le 4<sup>me</sup> nombre 309688 log. de 1250. Cela posé, les différentes parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les points horaires renfermeront les nombres des parties égales, que nous allons indiquer :  $B_1=662$  parties,  $B_2=286$ ,  $B_3=45$ ,  $B_4=384$ ,  $B_5=784$ ,  $B_6=1344$ ,  $B_7=2359$ ,  $B_8=5450$ . Voilà pour les heures d'après midi : voici pour celles du matin,  $B_{11}=1994$ ,  $B_{10}=4067$ ,  $B_9=34362$ . Toutes ces parties sont égales à celles de la hauteur du stile.

225. On peut facilement abrégier la peine du calcul qu'il faut faire pour trouver les parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les lignes horaires. Pour cet effet on prendra un rayon équinoctial qui ne contienne que 1000 parties ; & pour lors ce calcul des parties de l'équinoctiale comprise entre la soustilaire & les différentes lignes horaires, est d'une extrême facilité, ou plutôt il se trouve tout fait dans les tables des sinus & des tangentes, pourvu que dans les triangles rectangles  $AB_{11}$ ,  $AB_{10}$ ,  $AB_9$ , &c. pour les heures du matin, &  $AB_1$ ,  $AB_2$ ,  $AB_3$ , &c. pour les heures du soir, on considère le côté  $AB=SB$ , comme rayon ou sinus total divisé en 1000 parties, & les côtés  $B_{11}$ ,  $B_{10}$ ,  $B_9$ , ou  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ , comme les tangentes des angles en A : supposons, par exemple, qu'il faille trouver  $B_3$ . La hauteur du pôle du lieu, & la déclinaison du plan étant posées telles que nous les avons marquées ci-dessus, l'angle  $BA_3$  est de  $2^d 5'$  : il faut donc chercher la tangente de cet angle que je trouve dans les tables de 3637 ou plutôt 3638 : mais comme ce nombre suppose le rayon divisé en 100000 parties, & que dans notre hypothèse on

**Fig. 18.** retranche les deux derniers zeros, puisqu'il ne contient que 1000 parties, il faut aussi ôter les deux derniers chiffres du nombre trouvé 3638 dans les tables, ainsi B<sub>3</sub> ne contient que 36 parties égales. On trouvera de même les autres parties de l'équinoctiale dont le rayon est 1000.

On pourroit aussi prendre, si on étoit déterminé par quelque circonstance, un rayon équinoctial qui différeroit de 1000 parties égales par quelques aliquotes du nombre 1000, par exemple, un rayon de 1500 parties, lequel surpasse 1000 de 500, qui est la moitié de 1000: dans ce cas pour avoir B<sub>3</sub>, il faudroit ajouter au nombre 36 la moitié de ce nombre, sçavoir 18, la somme 54 seroit la ligne B<sub>3</sub>. Il faut entendre la même chose des autres parties de l'équinoctiale.

Ce moyen d'abreger les calculs est de plus grande importance que tout autre dans la Gnomonique à cause de sa grande facilité: sans cela on seroit obligé de faire autant de calculs que l'on voudroit tracer de lignes horaires, c'est-à-dire, environ 25 ou 30: il faudroit même répéter ces calculs pour s'assurer qu'on n'y a point fait de faute.

226. Nous allons donner un exemple de la maniere de calculer un Cadran en supposant la déclinaison du plan de 20<sup>d</sup> 30' vers l'occident, & l'élévation du pole sur l'horison du lieu de 48<sup>d</sup> 43'. Ensuite nous exposerons comment on applique sur le plan ce que l'on a trouvé par le calcul. Il faut d'abord faire les trois analogies marquées dans les Problèmes X, XI & XII, pour trouver 1°. l'angle au centre du Cadran compris entre la méridienne & la soustilaire, 2°. la hauteur du pole sur le plan, 3°. la différence des longitudes. Les analogies étant faites, on verra que le premier de ces angles est 17<sup>d</sup> 6', le second 38<sup>d</sup> 10', le troisième 26<sup>d</sup> 28'. Après cela on prendra pour rayon équinoctial une ligne de 1000 parties, & on considerera que dans les triangles rectangles ABM, AB<sub>1</sub>, AB<sub>3</sub>, AB<sub>10</sub>, &c.

le côté AB, qui est égal au rayon équinoctial BS, étant regardé comme sinus total, l'autre côté BM, ou B<sub>1</sub>, ou B<sub>3</sub>, ou B<sub>11</sub>, &c. fera tangente de l'angle opposé, dont il faudra chercher le nombre des parties, en supposant le rayon ou sinus total de 1000. Ainsi ces tangentes sont les distances du point d'intersection B aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale. Cela posé, voici ces distances telles qu'on les trouve sans calcul dans la table des tangentes : la premiere est la distance BM de la souffilaire à la méridienne, ou la tangente de la différence des longitudes, qui est de 26 degrés 28 minutes.

*Distances de la souffilaire aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale.*

Pour le point de midi . . . 498 tang. de 26<sup>d</sup> 28'.

Après midi entre la méridienne & la souffilaire.

pour le point de midi  $\frac{1}{4}$ . 418  $\frac{1}{2}$  tang. de 22<sup>d</sup> 43'.

pour le point de midi  $\frac{1}{2}$ . 343  $\frac{1}{2}$  tang. de 18<sup>d</sup> 58'.

pour le point de midi  $\frac{3}{4}$ . 272 tang. de 15<sup>d</sup> 13'.

pour le point de 1<sup>h</sup>. 203 tang. de 11<sup>d</sup> 28'.

pour le point de 1<sup>h</sup>  $\frac{1}{4}$ . 135  $\frac{1}{2}$  tang. de 7<sup>d</sup> 43'.

pour le point de 1<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 69 tang. de 3<sup>d</sup> 58'.

pour le point de 1<sup>h</sup>  $\frac{3}{4}$ . 3  $\frac{1}{2}$  tang. de 0<sup>d</sup> 13'.

Après midi au-delà de la souffilaire.

pour le point de 2<sup>h</sup>. 61  $\frac{1}{2}$  tang. de 3<sup>d</sup> 32'.

pour le point de 2<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 195 tang. de 11<sup>d</sup> 2'.

pour le point de 3<sup>h</sup>. 335 tang. de 18<sup>d</sup> 32'.

pour le point de 3<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 488  $\frac{1}{2}$  tang. de 26<sup>d</sup> 2'.

pour le point de 4<sup>h</sup>. 662  $\frac{1}{2}$  tang. de 33<sup>d</sup> 32'.

pour le point de 4<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 870 tang. de 41<sup>d</sup> 2'.

pour le point de 5<sup>h</sup>. 1131  $\frac{1}{2}$  tang. de 48<sup>d</sup> 32'.

pour le point de 5<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 1484  $\frac{1}{2}$  tang. de 56<sup>d</sup> 2'.

pour le point de 6<sup>h</sup>. 2008  $\frac{1}{2}$  tang. de 63<sup>d</sup> 32'.

pour le point de 6<sup>h</sup>  $\frac{1}{2}$ . 2910 tang. de 71<sup>d</sup> 2'.

pour le point de 7<sup>h</sup>. 4930 tang. de 78<sup>d</sup> 32'.

Avant midi.

Pour le point de $11^{\text{h}}\frac{3}{4}$ .	$582\frac{1}{2}$ tang. de $30^{\text{d}} 13'$ .
pour le point de $11^{\text{h}}\frac{1}{2}$ .	$673\frac{1}{2}$ tang. de $33^{\text{d}} 58'$ .
pour le point de $11^{\text{h}}\frac{1}{4}$ .	$773$ tang. de $37^{\text{d}} 43'$ .
pour le point de $11^{\text{h}}$ .	$883\frac{1}{2}$ tang. de $41^{\text{d}} 28'$ .
pour le point de $10^{\text{h}}\frac{3}{4}$ .	$1007\frac{1}{2}$ tang. de $45^{\text{d}} 13'$ .
pour le point de $10^{\text{h}}\frac{1}{2}$ .	$1149$ tang. de $48^{\text{d}} 58'$ .
pour le point de $10^{\text{h}}\frac{1}{4}$ .	$1313\frac{1}{2}$ tang. de $52^{\text{d}} 43'$ .
pour le point de $10^{\text{h}}$ .	$1509$ tang. de $56^{\text{d}} 28'$ .
pour le point de $9^{\text{h}}\frac{1}{2}$ .	$2047$ tang. de $63^{\text{d}} 58'$ .
pour le point de $9^{\text{h}}$ .	$2983$ tang. de $71^{\text{d}} 28'$ .
pour le point de $8^{\text{h}}\frac{1}{2}$ .	$5128\frac{1}{2}$ tang. de $78^{\text{d}} 58'$ .
pour le point de $8^{\text{h}}$ .	$16195$ tang. de $86^{\text{d}} 28'$ .

227. Si le plan déclinait vers l'orient de la même quantité qu'il décline vers l'occident, on trouveroit même angle entre la soustilaire & la méridienne, même hauteur du pôle sur le plan, même différence des longitudes : les distances de la soustilaire aux points horaires de l'équinoctiale seroient aussi les mêmes : la seule différence qu'il y auroit à observer par rapport à ces distances, c'est que celles qui sont ici pour les heures avant midi seroient pour les heures du soir également éloignées de midi ; & les distances qui sont ici pour les heures du soir seroient pour celles du matin : par exemple, le nombre 1509 qui marque la distance de la soustilaire au point de  $10^{\text{h}}$  du matin, seroit celle de la soustilaire au point de  $2^{\text{h}}$  du soir.

Fig. 18. 228. Voici comment on trouve ces différentes tangentes. La différence des longitudes BAM est  $26^{\text{d}} 28'$ . Or l'angle BAI est moindre de  $15^{\text{d}}$  que la différence des longitudes, parce que le soleil faisant son tour en 24 heures, il doit avancer de  $15$  deg. dans une heure. Ainsi il faut ôter  $15^{\text{d}}$  de  $26^{\text{d}} 28'$ , afin d'avoir l'angle BAI, qui sera par conséquent de  $11^{\text{d}} 28'$  : mais si le soleil parcourt  $15^{\text{d}}$  dans une heure, il avance donc de  $3^{\text{d}} 45'$  dans un quart-d'heure. Ainsi pour avoir l'angle en



A qui répond à midi un quart, il faut ôter  $3^d 45'$  de  $26^d 28'$ , on aura le reste  $22^d 43'$ . De même pour avoir l'angle A qui répond à midi & demi, il faut ôter  $3^d 45'$  de  $22^d 43'$ , on aura le reste  $18^d 58'$ . Pareillement pour avoir l'angle en A, qui répond à midi trois quarts, il faut ôter  $3^d 45'$  du dernier reste  $18^d 58'$ , on aura le nouveau reste  $15^d 13'$ ; ainsi de suite jusqu'à la soustilaire, en ôtant pour chaque quart-d'heure  $3^d 45'$  du reste précédent, en sorte qu'il ne restera plus que  $13'$  après l'angle qui répond à  $1^h \frac{3}{4}$ : & comme on ne peut retrancher  $3^d 45'$  de  $13'$ , il faut ôter  $13'$  de  $3^d 45'$ , le reste  $3^d 32'$  sera la valeur de l'angle BA2, lequel sera au-delà de la soustilaire, par rapport à la méridienne. Pour avoir les angles suivans, il ne faudra plus retrancher, mais au contraire ajouter  $3^d 45'$  au précédent. Ainsi, par exemple, l'angle correspondant à 2 heures  $\frac{1}{4}$  est  $7^d 17'$ . Il en est de même des heures qui sont avant midi; c'est-à-dire, qu'il faut ajouter  $3^d 45'$  à l'angle précédent. Si on ne vouloit marquer les heures que de demi en demi, il faudroit ajouter  $7^d 30'$  à l'angle précédent, ou les retrancher de cet angle.

229. On peut voir aisément si on ne s'est pas trompé dans les soustractions ou les additions. Il faut pour les heures du soir qui sont au-delà de la soustilaire retrancher la différence des longitudes du nombre des degrés que le soleil a parcourus depuis midi jusqu'à l'heure proposée. Par exemple, s'il s'agit de sept heures du soir, on retranchera  $26^d 28'$  de 105 degrés, le reste  $78^d 32'$  est la valeur de l'angle BA7: & pour les heures du matin il faut ajouter la différence des longitudes au nombre de degrés que le soleil doit parcourir depuis l'heure proposée jusqu'à midi. Ainsi la valeur de l'angle BA8 qui répond à 8 heures du matin est  $86^d 28'$ . Il suffit d'appliquer cette preuve sur la première & la dernière heure que l'on veut marquer.

230. Enfin, il faut encore, soit avant, soit après avoir trouvé les distances de la soustilaire aux différens points

Fig. 18. horaires, il faut dis-je, chercher la distance CB du centre à l'équinoctiale en cette manière : L'angle BCS du triangle CSB rectangle en S étant de  $38^{\text{d}} 10'$ , son complément CBS sera de  $51^{\text{d}} 50'$ . Or le rayon équinoctial BS étant pris pour sinus total dont le point B soit le centre, la ligne CB sera la sécante de l'angle CBS : il faut donc chercher dans la table des sécantes quelle est celle de  $51^{\text{d}} 50'$ . En supposant le rayon de 1000 parties, on trouvera qu'elle en contient 1618 : ainsi dans le Cadran dont il s'agit, la distance du centre à l'équinoctiale doit être de 1618 parties de l'échelle.

On peut trouver aussi la distance CB par l'analogie suivante fondée sur le triangle CSB rectangle en S dont le côté SB est supposé de 1000 parties, & l'angle C est de  $38^{\text{d}} 10'$ . *Le sinus de l'angle C est au côté SB comme le sinus total est au côté CB.*

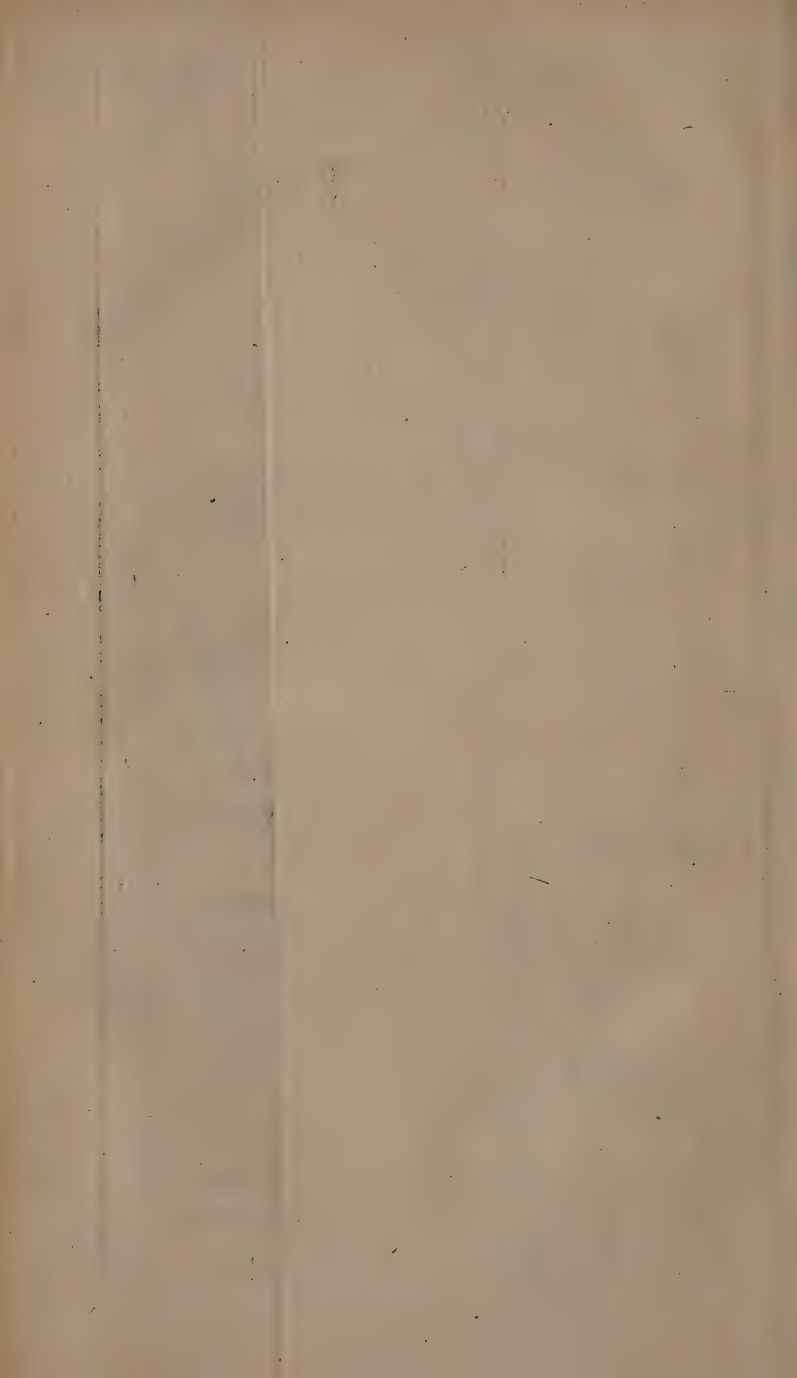
231. Tout ce calcul étant achevé, voici comment on fait l'application sur le plan, dont toutes les lignes tirées pour trouver la déclinaison sont inutiles, excepté peut-être la verticale & l'horizontale.

1°. Il faut décrire une ligne verticale dans quel endroit du plan on voudra, ce sera la méridienne. Il est à propos qu'elle divise en deux parties égales la largeur du plan lorsque sa déclinaison est peu considérable, comme de 10 ou 12 degrés. Mais si cette déclinaison est grande, par exemple, de 40 ou 50 degrés, il est bon que la partie du plan sur laquelle on doit tirer un plus grand nombre de lignes horaires soit plus étendue que l'autre, sans cela les heures seroient trop serrées dans cette première partie, à moins que le plan ne fût extrêmement large.

2°. On choisit un point au haut de la méridienne & du plan, que l'on prend pour centre du Cadran, dans lequel on enfonce un clou, sur la tête duquel il y a un petit trou, afin d'y pouvoir arrêter le bout de l'axe qui doit être pointu.

3°. On







3°. On tirera du centre une ligne qui fasse avec la méridienne l'angle que l'on aura trouvé par le Problème X, ce sera la soustilaire. Il faut la tirer à gauche de la méridienne, si le plan que l'on suppose tourné vers le midi décline vers l'orient : mais on la tirera à droite, si le plan décline vers l'occident. Ce seroit le contraire si le plan regardoit le nord : dans notre exemple elle doit être tirée à droite, & faire avec la méridienne un angle de 17. deg. 6.

4°. On prendra sur l'échelle des parties égales la distance CB du centre à l'équinoctiale, qui dans notre exemple est 1618 ; & on la portera sur la soustilaire, en mettant une des pointes du compas sur le centre : ensuite du point B de cette ligne où aboutira cette distance, on élèvera une perpendiculaire EBN sur la même ligne, c'est-à-dire, sur la soustilaire, ce sera l'équinoctiale. Il est à propos d'enfoncer au point d'intersection B un petit clou à la tête duquel il y ait un trou peu profond, pour y mettre une pointe de compas.

5°. Enfin on prendra sur l'équinoctiale avec le compas à verge les distances qu'on aura trouvées par le calcul depuis le point B jusqu'aux différens points horaires, & on marquera ces points. Mais à mesure qu'on les marquera, on tirera du centre du Cadran des lignes qui passeront par ces points, ce seront des lignes horaires. On verra dans le Problème suivant ce qu'il faut faire lorsque l'équinoctiale n'est pas assez longue pour y marquer tous les points horaires.

Après avoir décrit l'équinoctiale, & avant de tirer les lignes horaires, il est à propos de s'assurer si l'angle de la soustilaire avec la méridienne, est tel qu'il doit être, & si l'équinoctiale est tracée comme il faut. Or cela est facile, il n'y a qu'à voir si BM distance de la soustilaire à la méridienne, prise sur l'équinoctiale, contient autant de parties qu'elle en doit avoir. Dans notre exemple, elle en doit contenir 498.

232. *Connoissant la déclinaison du plan & la hauteur du pole sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires trouvés par le calcul sur deux lignes équinoctiales, soit que la distance du centre du Cadran aux lignes équinoctiales soit grande, ou qu'elle soit petite.*

Nous supposons qu'on a trouvé trois angles par le calcul, 1°. celui qui est compris entre la méridienne & la soustilaire. 2°. La hauteur du pole sur le plan du Cadran. 3°. La différence des longitudes. Nous supposons de même que l'on a tracé la méridienne, l'équinoctiale & la soustilaire de la maniere que nous expliquerons à la suite de ce Problème.

Fig. 20. 1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problème précédent, les parties de l'équinoctiale BI, BXI, BX, &c. qui sont comprises entre la soustilaire & les points horaires.

2°. On cherchera la distance du centre du Cadran à l'équinoctiale : le rayon BS étant supposé de 1000 parties, on la trouvera aisément : car dans le triangle CBS rectangle en S, si on regarde BS comme le sinus total dont le centre soit B, la ligne CB sera la sécante de l'angle CBS. Or on connoît l'angle BCS qui est la hauteur du pole sur le plan ; ainsi on a aussi la valeur de l'angle CBS qui est son complément. Il faudra donc chercher dans la table des sécantes quelle est celle de l'angle CBS, le rayon étant supposé de 1000 parties ; cette sécante sera la distance CB. On peut aussi trouver cette distance par l'analogie de l'art. 230.

3°. La distance CB du centre du Cadran à l'équinoctiale étant trouvée, on choisira le point *b* dans la soustilaire qui soit éloigné de l'équinoctiale d'une partie aliquote de la distance CB, par exemple du quart, du tiers ou de la moitié : le point *b* peut être pris tantôt plus, tantôt moins éloigné du centre que l'équinoctiale : ensuite il faudra tirer une ligne par le point *b* qui soit perpendiculai-

re à la soustilaire ou parallele à l'équinoctiale: cette parallele sera la seconde équinoctiale.

Fig. 29.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde équinoctiale; supposons qu'elle soit plus proche du centre du Cadran que la premiere, de sorte que la ligne  $Cb$  soit la moitié de la distance  $CB$ ; alors les parties de la seconde équinoctiale entre la soustilaire & les points horaires ne seront que la moitié des parties correspondantes de la premiere: par exemple,  $b11$  de la seconde équinoctiale ne sera que la moitié de  $BXI$ , qui est la partie correspondante de la premiere. Par conséquent si  $BXI$  renferme 1200 parties égales de l'échelle,  $b11$  en contiendra 600. On aura donc par-là le point 11. On trouvera de la même manière les points horaires de la seconde équinoctiale. Si la distance  $CB$  étoit quadruple de  $Cb$ , la partie  $BXI$  seroit quadruple de  $b11$ ; mais si la seconde équinoctiale est plus éloignée du centre du Cadran que la premiere, & que la distance  $Bb$  soit, par exemple, la quatrième partie de  $CB$ , alors il faut ajouter à  $BXI$  la quatrième partie de cette longueur  $BXI$ , & prendre  $b11$  égale à la somme de cette addition, le point 11 désignera le point de la onzième heure dans la seconde équinoct. Si par exemple,  $BXI$  contient 1200 parties,  $b11$  en renfermera 1500.

5°. On menera des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux équinoctiales, par exemple, par les points  $XI$  &  $11$ , & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge.

Après tout ce que nous avons dit jusqu'à présent, il n'y a qu'un seul article de cette méthode qui ait besoin de preuve; sçavoir, pourquoi la partie  $b11$  de la seconde équinoctiale, est plus courte ou plus longue que la ligne  $BXI$  de la premiere équinoctiale, sçavoir, de la quatrième partie de  $BXI$ , en supposant que  $Bb$  est la quatrième partie de  $CB$ : c'est pourquoi nous donnons la démonstration suivante, dans laquelle nous supposons la ligne  $CB$  plus grande que  $Cb$ .

## DÉMONSTRATION.

Fig. 20.

Le triangle  $bCII$  est semblable au triangle  $BCXI$ , à cause des bases parallèles  $bII$  &  $BXI$ ; ainsi  $Cb$ .  $CB :: bII$ .  $BXI$ . Or la ligne  $Cb$  est plus courte que  $CB$  de la quatrième partie de la distance  $CB$ , puisque  $Bb$  est le quart de  $CB$ ; donc la base  $bII$  est aussi plus petite que  $BXI$  de la quatrième partie de  $BXI$ : ainsi pour avoir  $bII$ , il faut retrancher de  $BXI$  la quatrième partie de cette base  $BXI$ , & le reste sera  $bII$ .

233. Pour ce qui est des trois lignes principales, c'est-à-dire, de la méridienne, la soustilaire & l'équinoctiale: voici comment il faut faire pour les tirer sur le plan.

1°. On décrit la méridienne de manière que quand la déclinaison du plan est de 40 ou 50 degrés & au-delà, la partie du plan qui est du côté où il faut tirer plus de lignes horaires, soit plus grande que l'autre, à moins que le plan n'ait une largeur très-considérable.

2°. Quant à l'équinoctiale, si le centre du Cadran est trop éloigné de cette ligne, ce qui arrive toujours lorsque la déclinaison du plan est fort grande, c'est-à-dire environ de 70 degrés ou plus dans le climat de la France, il faudra opérer en cette manière: On tirera d'un point d'en-bas de la méridienne une ligne qui fasse avec cette méridienne un angle  $CMB$  égal au complément de l'angle  $MCB$  compris entre la méridienne & la soustilaire; cette ligne sera l'équinoctiale. Cet angle aigu  $CMB$  doit être du même côté de la méridienne que la soustilaire.

3°. On prendra avec le compas à verge la distance  $MB$ , c'est-à-dire, la tangente de la différence des longitudes, qui est la partie de l'équinoctiale qui doit être entre la méridienne & la soustilaire, & du point  $B$  on élèvera une perpendiculaire sur l'équinoctiale: ce sera la soustilaire. Dans l'exemple que nous allons donner cette distance sera de 2663 parties, en prenant le rayon équinoctial seulement de 500 parties.



234. On suppose la latitude de  $48^{\text{d}} 51'$ , la déclinaison du plan de  $76^{\text{d}}$  vers l'orient; & par conséquent on trouvera  $1^{\circ}$ . l'angle de la soustilaire avec la méridienne de  $40^{\text{d}} 22'$ ;  $2^{\circ}$  La hauteur du pole sur le plan de  $9^{\text{d}} 10'$ ;  $3^{\circ}$ . La différence des méridiens de  $79^{\text{d}} 22'$ . Cela posé, voici les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur l'équinoctiale.

Pour le point de midi... 2663 tang. de  $79^{\text{d}} 22'$ .

*Avant midi entre la Méridienne & la Soustilaire.*

pour le point de  $11^{\text{h}}$ . 1042 tang. de  $64^{\text{d}} 22'$ .

pour le point de  $10^{\text{h}}$ . 582 tang. de  $49^{\text{d}} 22'$ .

Pour le point de  $9^{\text{h}}$ . 342 tang. de  $34^{\text{d}} 22'$ .

pour le point de  $8^{\text{h}}$ . 175 tang. de  $19^{\text{d}} 22'$ .

pour le point de  $7^{\text{h}}$ . 38 tang. de  $4^{\text{d}} 22'$ .

*Avant midi au-delà de la Soustilaire.*

pour le point de  $6^{\text{h}}$ . 93 tang. de  $10^{\text{d}} 38'$ .

pour le point de  $5^{\text{h}}$ . 240 tang. de  $25^{\text{d}} 38'$ .

pour le point de  $4^{\text{h}}$ . 429 tang. de  $40^{\text{d}} 38'$ .

*Après midi.*

pour le point de midi $\frac{1}{2}$  9133 tang. de  $86^{\text{d}} 52'$ .

Voilà les distances de la soustilaire aux différens points horaires pris sur la premiere équinoctiale. Pour avoir les distances correspondantes sur une seconde équinoctiale, il faut chercher (232, num. 2) la distance du centre à la premiere équinoctiale; on la trouvera de 3138 parties, le rayon équinoctial étant supposé de 500: on prendra ensuite Bb égale à 1569, c'est-à-dire, à la moitié de 3138, & on tirera (221) par le point b une parallele à la premiere équinoctiale, ce sera la seconde: la distance de la soustilaire aux différens points horaires prises sur cette seconde équinoctiale seront les moitiés de celles qui leur répondent sur la premiere.

235. Il arrive fort souvent que le plan n'est pas assez grand, afin que l'on puisse prolonger la premiere équinoctiale, c'est-à-dire, la plus éloignée du centre autant qu'il est nécessaire, pour y marquer tous les points ho-

Fig. 20.

raires. Dans ce cas il en faut tirer une troisième qui coupe en deux parties égales au point  $2b$  la distance  $Cb$  depuis le centre jusqu'à la seconde équinoctiale, & alors les intervalles pris sur cette troisième équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différens points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans dans la seconde équinoctiale. Pareillement si on ne peut pas assez prolonger cette seconde équinoctiale, il en faut tirer une quatrième qui partage la distance  $C2b$  du centre à la troisième en deux parties égales, & les intervalles pris sur cette nouvelle équinoctiale depuis la soustilaire jusqu'aux différens points horaires, seront les moitiés des intervalles correspondans sur la 3<sup>me</sup>, ainsi de suite.

236. Il faut bien prendre garde que dans les Cadrans qui sont tournés au midi, jamais il ne doit y avoir de lignes horaires qui passent au-dessus d'une ligne horizontale qui soit tirée par le centre du Cadran : parce que l'ombre du soleil ne pourroit tomber sur ces lignes pendant le jour, c'est-à-dire, pendant que cet astre est sur l'horison. Pour entendre la raison de ce que nous avançons, il faut concevoir un stile perpendiculaire au plan qui soit enfoncé dans le centre du Cadran : comme ce stile se trouve dans le plan de l'horison, ou, ce qui revient au même, dans un plan parallèle à l'horison, il s'ensuit que quand le soleil est à l'horison, soit qu'il se leve ou qu'il se couche, l'ombre de ce stile tombe sur la ligne horizontale qui passe par le centre & qui est formée par le même plan ; & par conséquent quand le soleil est au-dessus de l'horison, l'ombre du stile est toujours au-dessous de cette ligne horizontale. A plus forte raison l'ombre de l'axe ne peut jamais tomber au-dessus de la même ligne pendant le jour, puisque cet axe incline vers le bas. On verra dans le quatrième Livre comment on trouve quelles sont les premières & les dernières heures que l'on peut marquer sur les Cadrans.

Nous déduirons encore du Problème suivant une autre méthode de tracer des Cadrans verticaux.

237. *Connoissant la différence des longitudes & la hauteur du pôle sur le plan, ou l'angle compris entre la soustilaire & l'axe, trouver les angles contenus entre la soustilaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Problème, qui sont les mêmes que ceux du troisième : car ou les lignes horaires tombent entre la méridienne & la soustilaire, comme la ligne C1, ou elles sont du côté de la soustilaire opposé à la méridienne, comme la ligne C3, ou elles sont du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, comme la ligne C10. Dans les deux premiers cas il faut prendre la différence entre la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, & la différence des longitudes : mais dans le troisième cas il faut prendre la somme de la distance du soleil, & de la différence des longitudes : ensuite on fera la proportion suivante, dont le troisième terme est la tangente de la différence ou de la somme dont on vient de parler : *Comme le sinus total au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, de même la tangente de la différence ou de la somme exposée ci-dessus, à la tangente de l'angle au centre du Cadran entre la soustilaire & la ligne horaire proposée.* Fig. 21.

Nous démontrerons cette proportion de la même manière que celle du troisième Problème du premier Livre, art. 50. Pour cet effet considérons d'abord comment on désigne la distance du soleil au méridien à une heure proposée. L'angle au centre diviseur de l'équinoctiale, par exemple, l'angle MA1 dont le côté AM se termine à l'intersection de la méridienne avec l'équinoctiale, & l'autre côté A1 aboutit au point de cette équinoctiale, lequel point représente le lieu du soleil rapporté à l'équateur ; cet angle, dis-je, désigne la distance du soleil au méridien à l'instant d'une heure après midi : c'est la propriété du centre diviseur. Cela étant on détermine de la manière suivante la différence ou la somme des angles dont la tangente est le troisième terme de la proportion.

Fig. 21.

La différence des longitudes est toujours l'angle BAM, & dans le premier cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA<sub>1</sub>. Or la différence entre l'un & l'autre est l'angle BA<sub>1</sub> : ainsi la tangente de ce troisième angle est le troisième terme de la proportion. Dans le second cas la distance du soleil au méridien est l'angle MA<sub>3</sub>. Or la différence entre BAM & MA<sub>3</sub> est l'angle BA<sub>3</sub>, dont par conséquent la tangente est le troisième terme de l'analogie. Dans le troisième cas la distance du soleil au méridien est MA<sub>10</sub>. Or la somme de BAM & de MA<sub>10</sub> est BA<sub>10</sub> : ainsi la tangente de ce dernier angle est le troisième terme de la proportion.

Ces tangentes sont B<sub>1</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>10</sub>, en considérant AB comme sinus total, & le point A comme centre. Mais si on prend CB pour rayon, & pour centre le point C, les parties B<sub>1</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>10</sub> de l'équinoctiale seront les tangentes de l'angle BC<sub>1</sub>, BC<sub>3</sub>, BC<sub>10</sub> qui sont compris entre la soustilaire & les lignes horaires C<sub>1</sub>, C<sub>3</sub>, C<sub>10</sub>. Cela posé, nous prouverons ainsi la proportion énoncée ci-dessus, en appliquant le raisonnement à la tangente C<sub>1</sub>.

## D É M O N S T R A T I O N.

Le triangle rectangle CB<sub>1</sub> donne la proportion CB. B<sub>1</sub> : : ST. T-BC<sub>1</sub>, c'est-à-dire, CB est à B<sub>1</sub> comme le sinus total à la tangente de l'angle BC<sub>1</sub>, puisque considérant CB comme rayon, le côté B<sub>1</sub> est la tangente de cet angle. De même le triangle rectangle BA<sub>1</sub> donne la proportion AB. B<sub>1</sub> : : S-T. T-BA<sub>1</sub>. On aura donc CB×T-BC<sub>1</sub>=B<sub>1</sub>×S-T pour la première proportion, & AB×T-BA<sub>1</sub>=B<sub>1</sub>×S-T pour la seconde. Or le second membre de ces deux équations est le même ; par conséquent les deux premiers membres CB×T-BC<sub>1</sub> & AB×T-BA<sub>1</sub> sont égaux, d'où on tire la nouvelle proportion ( Arith. Liv. 2. art. 43. ) CB. AB : : T-BA<sub>1</sub>. T-BC<sub>1</sub>. Mais par la construction BS=AB ( 65 ). On aura donc la proportion suivante, CB. BS : : T-BA<sub>1</sub>.



T-BCI. Or en prenant CB pour rayon, la ligne BS est le sinus de l'angle BCS formé par la soustilaire & l'axe. Ainsi la dernière proportion se réduit à celle-ci qu'il falloit prouver, *Le sinus total est au sinus de l'angle entre la soustilaire & l'axe, comme la tangente de l'angle BAI qui est la différence entre la distance du soleil au méridien & la différence des longitudes, à la tangente de l'angle BCI entre la soustilaire, & la ligne d'une heure.*

Voici un exemple dans lequel on cherche l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure, en supposant la différence des longitudes de  $42^{\text{d}} 55'$ , & la hauteur du pôle sur le plan de  $32^{\text{d}} 36'$ . L'angle dont la tangente est le  $3^{\text{me}}$  terme de la proportion dans cet exemple, vaut  $27^{\text{d}} 55'$ , puisque c'est la différence entre  $42^{\text{d}} 55'$  &  $15^{\text{d}}$ : ainsi les logarithmes des trois premiers termes seront les nombres 1000000, 973140, 972415, dont le premier étant retranché de la somme de deux autres, on trouve le reste 945555, qui est la tangente artificielle de  $15^{\text{d}} 56'$ : c'est la valeur de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne d'une heure.

239. Si la déclinaison du plan n'est pas trop grande, si, par exemple, elle n'excede pas environ 70 degrés dans le climat de la France, & qu'on ait un compas à verge sur lequel il y ait deux échelles, dont une contiennent 2000 parties égales ou même davantage, & l'autre montre combien les cordes des différens arcs contiennent de ces parties, on pourra tracer un Cadran par le moyen de ce Problème. Pour cela on décrira du centre du Cadran une circonférence dont le rayon soit égal à la corde de  $60^{\text{d}}$ . Après cela, il faut du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire pris pour centre, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle compris entre la soustilaire & quelque ligne horaire qu'on veut tirer, il faut, dis-je, de ce point, comme centre, & de cet intervalle décrire un arc qui coupe la circonférence; le point d'inter-

**Fig. 21.** section de cet arc & de la circonférence sera le point par lequel doit passer la ligne horaire. Si donc on tire du centre du Cadran une ligne à ce point, on aura la ligne horaire qu'on cherche : par exemple, si on veut tracer la ligne  $C_3$ , il faut (Prépar. art. 29.) du point d'intersection de la circonférence & de la soustilaire, & d'un intervalle égal à la corde de l'angle  $BC_3$  décrire un arc qui coupe la circonférence : ensuite on tirera du centre du Cadran au point où l'arc coupe la circonférence, une ligne droite : ce sera la ligne de 3 heures après midi.

240. On peut par les angles des lignes horaires avec la soustilaire trouver ceux que font ces mêmes lignes avec la méridienne. Voici la méthode dont il faut se servir pour cet effet : ou les lignes horaires sont entre la méridienne & la soustilaire, ou au-delà de cette soustilaire, ou enfin du côté de la méridienne opposé à la soustilaire. Dans le premier cas, il faut soustraire l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire de l'angle  $LCP$  ou  $MCB$  formé par la méridienne & la soustilaire ; le reste sera l'angle compris entre la méridienne & la ligne horaire. Dans le second cas, il faut ajouter l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire à l'angle  $MCB$ , la somme sera l'angle cherché. Dans le troisième cas, il faut retrancher l'angle  $MCB$  de l'angle formé par la soustilaire & la ligne horaire, la différence sera l'angle cherché compris entre la méridienne & la ligne horaire.

Nous allons donner des exemples des trois cas, en supposant toujours la hauteur du pôle du lieu de 48 degrés 52 minutes, & la déclinaison du plan de 35 degrés vers l'occident, ce qui fera trouver l'angle  $MCB$  de 26 degrés 36 minutes. L'angle  $BC_1$  compris entre la soustilaire  $CB$  & la ligne horaire  $C_1$  a été trouvé de 15 deg. 56'. J'ôte donc 15 deg. 56' de 26 deg. 36', le reste 10<sup>d</sup> 40' fera l'angle  $MC_1$ . On trouvera pareillement que l'angle  $MC_2$  est de 19<sup>d</sup> 33', qui est la diffé-

rence entre  $26^d 36'$ , & l'angle  $BC_2$  de  $7^d 3'$ . L'angle  $MC_3$  appartient au second cas, ainsi j'ajoute  $1^d 7'$ , qui est la valeur de l'angle  $BC_3$  à l'angle  $MCB$ , qui est de  $26 \text{ deg. } 36'$ , la somme  $27 \text{ deg. } 43'$  fera l'angle  $MC_3$ , les angles suivans  $MC_4$ ,  $MC_5$ ,  $MC_6$ , &c. se trouveront de la même manière. Enfin l'angle  $MC_{11}$  appartient au troisième cas; j'ôte donc  $26 \text{ deg. } 35'$  de  $40 \text{ deg. } 41'$ , qui est la valeur de l'angle  $BC_{11}$ , il reste  $14^d 5'$  pour la valeur de l'angle  $MC_{11}$ . On trouvera de même les angles  $MC_{10}$ ,  $MC_9$ , &c.

241. Les angles des lignes horaires avec la méridienne étant connus, on peut tracer ces lignes par rapport à la méridienne, de la même manière qu'on les trace par rapport à la soustilaire, comme nous l'avons expliqué art. 239. Nous allons ajouter deux Problèmes pour trouver les points horaires sur une ou deux horizontales, comme on les a trouvés sur une ou deux équinoctiales.

## PROBLÈME VI.

242. *La déclinaison du plan étant connue avec la hauteur du pôle sur l'horison, trouver par le calcul les points horaires sur la ligne horizontale.*

Pour entendre la raison de la pratique de ce Problème, il faut concevoir un Cadran horizontal fait pour la même hauteur du pôle sur l'horison que le Cadran vertical; il faut concevoir, dis-je, ce Cadran horizontal enfoncé perpendiculairement dans le plan vertical, de manière qu'il fasse par son intersection avec ce plan la ligne horizontale du Cadran vertical, & que la méridienne du Cadran horizontal aille rencontrer la méridienne du vertical: il faut de plus imaginer que le Cadran horizontal est assez enfoncé dans le plan vertical afin que le bout de l'axe du vertical entre dans le centre D de l'horizontale: (il faut concevoir la ligne DP perpendiculaire au plan du Cadran vertical) alors la perpendiculaire DP tirée du centre sur la ligne horizontale fera la hauteur du stile du Cadran vertical, &

Fig. 21.

Fig. 22.

**Fig. 22.** chaque ligne horaire, comme DIII, du Cadran horizontal fera l'hypoténuse du triangle rectangle DPIII, dont le côté DP peut être considéré comme le rayon qui a pour centre D, auquel cas la partie PIII de la ligne horizontale fera la tangente de l'angle PDIII du Cadran horizontal. Cela posé, voici la méthode de trouver les points horaires sur la ligne horizontale.

Ces points horaires sont ou du même côté de la méridienne que la soustilaire, ou du côté opposé. Dans le premier cas on prendra la différence entre l'angle horaire du Cadran horizontal & la déclinaison du plan, & ce reste sera l'angle dont la tangente sera une partie de la ligne horizontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire cherché : ainsi en prenant sur l'horizontale la longueur de la tangente depuis le pied du stile, on aura le point horaire cherché. Dans le second cas il faut ajouter ensemble la déclinaison & l'angle horaire au centre du Cadran horizontal, la somme sera l'angle qui aura pour tangente une partie de la ligne horizontale, laquelle partie sera comprise entre le pied du stile & le point horaire proposé. Ainsi en cherchant la longueur de cette tangente, & la prenant depuis le pied du stile en allant vers la méridienne, on aura le point horaire dont il s'agit.

Voici des exemples de cette pratique : supposons que la déclinaison du plan est de 35 degrés vers l'occident, que la hauteur du pôle sur l'horison est de 48<sup>d</sup> 50', & que la hauteur du stile contient 1250 parties égales à celles de l'échelle que l'on a, le point d'une heure après midi se trouvera en cette manière : la déclinaison LDP est de 35<sup>d</sup>, l'angle horaire horizontal LDI est de 11<sup>d</sup> 24' : par conséquent la différence est 23<sup>d</sup> 36', qui a pour tangente 43689 ; je dirai donc, *Comme le sinus total 100000 à la tangente 43689, ainsi 1250 à un quatrième terme qui sera 546*. Ainsi il faut prendre sur la ligne horizontale depuis le pied du stile P une longueur égale à 546 parties de l'échelle, l'ex-



trémité sera le point d'une heure. Pour le point de III heures, on ôtera la déclinaison  $35^{\circ}$  de l'angle horaire LDIII, qui contient  $36^{\circ} 58'$ , le reste sera  $1^{\circ} 58'$ , dont la tangente est 3435. Ainsi en faisant une proportion pareille à celle que nous venons de faire, on trouvera que PIII contient 43 parties égales de l'échelle. On peut remarquer que le point I est moins éloigné de la méridienne que la soustilaire & que le point III en est plus éloigné. Cela vient de ce que l'angle horaire LDI est plus petit que la déclinaison du plan; au lieu que l'autre angle LDIII est plus grand que cette déclinaison.

Fig. 223

Pour avoir le point de X<sup>h</sup> qui est du côté de la méridienne opposé à la soustilaire, il faut ajouter la déclinaison  $35^{\circ}$  à l'angle horaire LDX de  $23^{\circ} 30'$ , la somme sera  $58^{\circ} 30'$ , dont la tangente est 163185. Par conséquent en faisant une proportion semblable aux deux précédentes, on trouvera  $PX=2040$ .

L'éclaircissement que nous avons donné avant l'exposition de la pratique, en est une démonstration, c'est pourquoi nous n'en mettrons point ici.

243. Afin de trouver les parties PI, PIII, PX, &c. avec plus de facilité, il faut prendre une hauteur du stile qui contienne 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, ou au moins un nombre qui soit composé d'aliquotes de 1000, comme 500, 750, 1250, 1500, 1750, 2000, (1250 contient 1000 plus le quart de 1000: 1500 renferme 1000 plus la moitié de 1000: 1750 contient 1000 plus les 3 quarts de 1000.) Ensuite on cherchera quelle doit être la distance du centre au pied du stile en prenant cette hauteur. Or on trouvera facilement cette distance CP en supposant qu'on connoît la hauteur du pole sur le plan, c'est-à-dire, l'angle PCS, qui est de  $32^{\circ} 38'$  dans notre hypothèse, dans laquelle la déclinaison du plan est de  $35^{\circ}$ . & la latitude de  $48^{\circ} 50'$ . Voici ce qu'il faut observer.

244. Dans le triangle rectangle CPS on peut pren-

**Fig. 22.** dre PS pour rayon ou pour sinus total, dont le centre soit le point S, & pour lors la distance CP est la tangente de l'angle opposé CSP, qui est le complément de PCS : ainsi le côté PS qui est la hauteur du stile aussi-bien que DP étant de 1000 parties, il n'y a qu'à chercher dans la table la tangente du complément de  $32^d 38'$ , que l'on trouvera de 156165, & retrancher les deux derniers chiffres, on aura 1561, ou plus exactement 1562, à cause que le chiffre suivant 6 est plus grand que 5 : ainsi la hauteur du stile étant 1000, la distance du centre au pied du stile est 1562.

On a retranché deux chiffres de la tangente telle qu'elle est dans les tables, parce que le rayon 1000 est moindre de deux chiffres que le rayon 100000, qui est celui qu'on a supposé dans la construction des tables.

245. Cela posé, il n'y aura plus de difficulté à chercher les tangentes des angles, car elles se trouvent dans la table des tangentes sans aucun calcul, comme on vient de trouver celle de l'angle CSP : par exemple, la tangente de 58 deg. 30' est 1632, que l'on trouve dans les tables en effaçant les deux derniers chiffres. Or ces tangentes sont les distances du pied du stile aux différens points horaires.

Si la hauteur du stile qu'on a prise avoit été 1500, comme ce nombre contient 1000 plus la moitié de 1000, la distance CP, c'est-à-dire, la tangente de l'angle CSP auroit été 2343, qui est la somme de 1562 & de la moitié de ce nombre. De même la tangente de 58 deg. 30' auroit été 2448, qui contient 1632 plus la moitié de ce nombre.

246. Lorsqu'on a trouvé dans les tables des tangentes, les nombres des parties égales que doit contenir la distance depuis le pied du stile jusqu'à chaque point horaire pris sur l'horizontale, il est facile de tracer le Cadran ; pourvû qu'outre la hauteur du pole sur le plan, on connoisse encore l'angle de la soustilaire avec la méridienne. On trouvera cet angle par le Pro-

blème X, art. 178 : après quoi on opérera de la manière suivante.

1°. On tirera une ligne verticale que l'on prendra pour la méridienne, au haut de laquelle on choisira un point que l'on regardera comme le centre du Cadran, que je suppose tourné vers le midi. Nous avons dit (216) comment la méridienne doit être située par rapport à la largeur du plan.

2°. On décrira du centre une ligne qui fasse avec la méridienne l'angle qu'on aura trouvé par le dixième Problème, ce sera la souffilaire : elle doit être à gauche de la méridienne quand le plan décline vers l'orient, & à droite quand il décline vers l'occident : c'est le contraire dans les Cadrans du nord.

3°. On prendra sur la souffilaire la distance du centre C au pied du stile P (244), & on tirera de ce point une perpendiculaire sur la méridienne ; ce sera l'horizontale cherchée, sur laquelle on marquera les points horaires avec une échelle de parties égales, en prenant sur cette horizontale depuis le pied du stile des distances égales aux tangentes des différens angles.

4°. Enfin on tirera des lignes du centre du Cadran qui passent par ces différens points horaires ; ce seront les lignes horaires. Mais si le centre du Cadran est trop éloigné de l'horizontale, il faut mener une parallèle à l'horizontale, & trouver ensuite sur cette parallèle qui est une seconde horizontale, les points horaires, comme on va l'enseigner dans le Problème suivant.

## PROBLÈME VII.

247. *La déclinaison du plan & la hauteur du pôle sur l'horison étant connues, décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horizontales, quelle que soit la distance du centre du Cadran à la première horizontale.*

Nous supposons qu'on a trouvé par le calcul deux principaux angles, sçavoir 1°, celui qui doit être contenu entre la méridienne & la souffilaire. 2°. La hau-

Fig. 22. teur du pole sur le plan. Cela posé,

1°. Il faut chercher par le calcul, comme dans le Problème précédent les parties de l'horizontale PI, PIII, PX, &c. comprises entre la soustilaire & les points horaires

2°. On cherchera aussi par le calcul la partie CP de la soustilaire comprise entre le centre du Cadran & l'horizontale. Or cette distance se trouvera aisément par le triangle CPS rectangle en P, en prenant pour hauteur du stile, qui est PS, une ligne de 1000 parties égales à celles de l'échelle dont on se sert: car alors si on considère SP pour rayon, dont le centre soit S, CP devient la tangente de l'angle CSP, qui est le complément de PCS, hauteur du pole sur le plan.

3°. Ayant trouvé la distance CP du centre du Cadran au pied du stile, il faut choisir un point *p* de la soustilaire qui soit éloigné du pied du stile d'une partie aliquote de la distance CP, par exemple, de la quatrième ou de la troisième partie ou de la moitié, soit que ce point *p* soit plus près ou plus loin du centre du Cadran que P, & mener par ce point une parallèle à cette première horizontale; cette parallèle sera la seconde horizontale.

4°. Il faut marquer les points horaires sur cette seconde horizontale. Supposons qu'elle soit plus proche du centre du Cadran que la première, en sorte que la ligne Cp soit la moitié de la distance CP, alors on trouvera les points horaires de la seconde horizontale, en faisant les intervalles entre la soustilaire & ces points, moitiés des intervalles correspondans sur la première horizontale: *p*3 par exemple, doit être la moitié de PIII.

Si la seconde horizontale est plus éloignée du centre du Cadran que la première, & que la distance *Pp* soit, par exemple, le quart de la distance CP, alors on ajoutera à l'intervalle PIII le quart de cet intervalle, & la somme sera égale à *p*3 de la seconde horizontale. Ainsi

PIII



PIII étant supposé de 400 parties égales, p3 en contiendra 500.

5°. Il faut mener des lignes droites qui passent par les points correspondans des deux horisontales, par exemple, par les points III & 3, & on aura les lignes horaires qui se couperont au centre du Cadran, si on les prolonge jusqu'à ce point.

Fig. 227

La démonstration de ce Problème est la même que celle que nous avons donnée pour une méthode semblable de trouver les points horaires sur deux lignes équinoctiales.

248. Lorsque le centre du Cadran est hors du plan; ce qui arrive quand la déclinaison est trop grande, comme, par exemple, de 70<sup>d</sup> ou davantage, alors il faut opérer de la manière suivante pour décrire la soustilaire: je suppose la méridienne & l'horisontale tirées: on prend sur l'horisontale la partie LP égale à la tangente de l'angle PDL, qui est la déclinaison du plan; & on tire par le point P une ligne CP qui fasse avec l'horisontale l'angle CPL égal au complément de l'angle au centre, compris entre la méridienne & la soustilaire: cette ligne CP sera la soustilaire qu'on cherche.

249. Si on ne peut marquer tous les points horaires sur la première horisontale, il en faut tirer une troisième; & s'ils ne peuvent être encore tous sur la seconde horisontale, on en mene une quatrième; ainsi de suite, en observant ce que l'on a dit (235) touchant les différentes équinoctiales que l'on est souvent obligé de tirer.

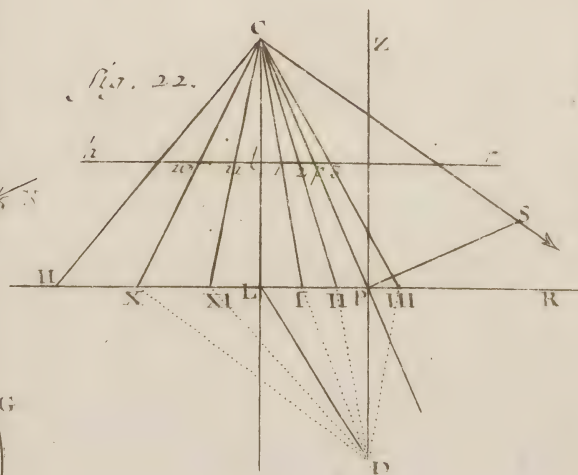
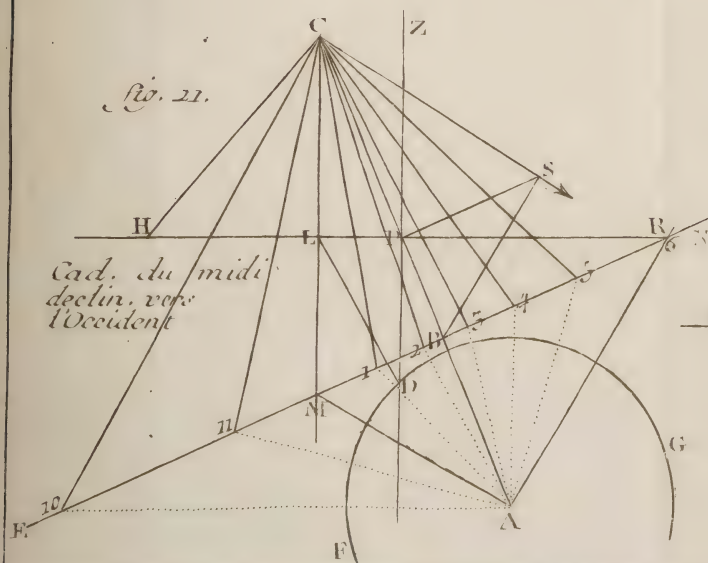
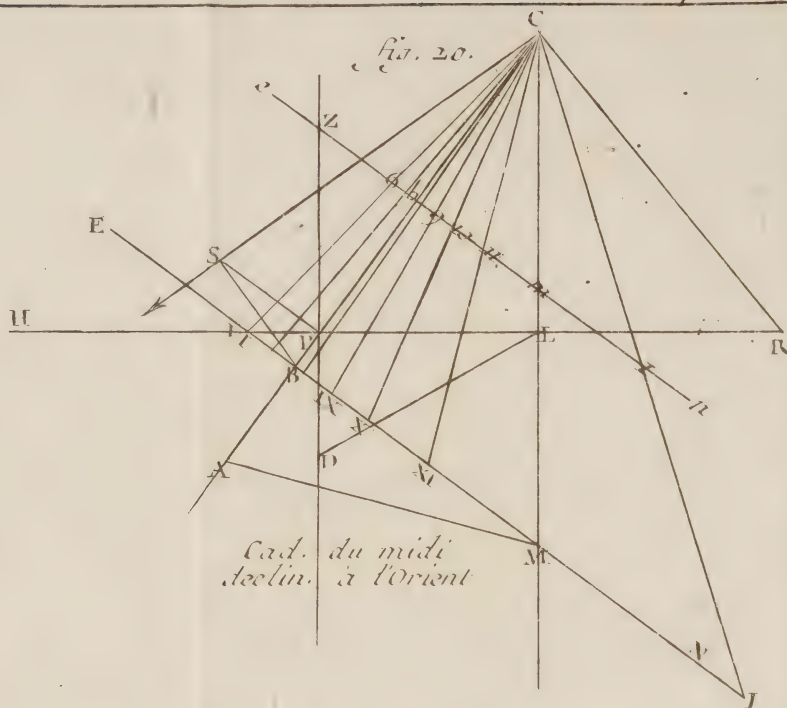
250. Ces deux Problèmes peuvent servir de preuves dans la pratique aux Problèmes correspondans dans lesquels on emploie les équinoctiales au lieu des horisontales, parce que les lignes horaires doivent passer tant par les points horaires des horisontales, que par ceux des équinoctiales, en supposant qu'on prend le même point de la soustilaire pour centre du Cadran. Mais il faut pour lors prendre garde à la dis-

Fig. 21

tance qui doit être sur la soustilaire entre l'équinoctiale & l'horizontale selon les longueurs que l'on donne au rayon équinoctial & à la hauteur du stile. Voici comment on connoitra cette distance: on cherchera par le triangle rectangle CSB (230) la sécante CB de l'angle SBC, complément de SCB ou de la hauteur du pole sur le plan; cette sécante est la distance du centre à l'équinoctiale. On cherchera de même (244) par le triangle rectangle CPS la tangente CP de l'angle CSP, qui est aussi le complément de la hauteur du pole sur le plan. On retranchera ensuite la plus petite de ces distances de la plus grande, le reste sera le segment PB de la soustilaire compris entre l'horizontale & l'équinoctiale. Si on prend le rayon équinoctial SB & la hauteur SP du stile, l'un & l'autre de 1000 parties, & que l'angle SCP soit de  $32^{\text{d}} 36'$ , on trouvera la sécante CB de 1856 parties, & la tangente CP de 1564; & par conséquent PB sera de 292 parties.

251. On voit bien qu'en prenant ainsi la hauteur du stile de même longueur que le rayon équinoctial, ces 2 lignes ne peuvent partir du même sommet, parce que le sommet du stile demeurant le même, le rayon équinoctial qui est oblique au plan doit être plus long que la hauteur du stile, laquelle est perpendiculaire au même plan: c'est pourquoi on ne pourroit trouver dans ce cas le segment PB par l'analogie de l'art. 183.

252. Il est souvent utile dans la pratique d'employer deux horizontales pour certaines lignes horaires sçavoir, celles qui sont fort éloignées de la soustilaire, & deux équinoctiales pour d'autres lignes horaires du même Cadran fort écartées de la méridienne: sans cela on seroit obligé de prendre deux équinoctiales trop près l'une de l'autre pour les lignes horaires du premier cas, ou deux horizontales trop peu distantes entr'elles pour celles du second.







253. Lorsqu'il y a déjà sept lignes horaires tirées de suite, on peut tracer toutes les autres indépendamment des équinoctiales & des horizontales, en se servant de la méthode prescrite à l'article 16 du premier Livre; laquelle consiste à tirer une ligne, comme OR, pa-  
 rallele à celle de 9 heures ( je suppose que les sept  
 lignes tirées sont celles de 9, de 10, de 11, de 12, de  
 1, de 2, & de 3 heures ) en sorte que cette parallele  
 coupe les lignes de 3 heures, de 2 & de 1, les points  
 Q & O de la parallele autant éloignés de la ligne de 3  
 heures que les intersections T & R de la même paral-  
 lele avec les lignes de 2<sup>h</sup> & de 1<sup>h</sup>: ces points, dis-je,  
 seront ceux par lesquels doivent passer les lignes de 4  
 & de 5 heures du soir. Si donc on tire des lignes du  
 centre du Cadran à ces points, ce seront des lignes ho-  
 raires que nous venons de nommer. Mais si le centre  
 du Cadran n'est pas sur le plan du mur, il faudra tirer  
 une seconde parallele à la premiere, qui en soit le plus  
 éloignée que l'on pourra, & qui coupe aussi la ligne  
 de trois heures: on marquera sur cette parallele des  
 points de la même maniere que sur la premiere, les  
 lignes qui passeront par les points correspondans des  
 deux paralleles seront les lignes horaires cherchées.

Planche  
11 du  
premier  
Livre

Afin d'entendre la raison de cette méthode, il faut faire attention que les lignes horaires ne sont que les intersections du plan du Cadran avec les cercles horaires que l'on conçoit autour de l'axe du Cadran. Or deux cercles horaires qui se suivent immédiatement, c'est-à-dire, entre lesquels il n'y a qu'une heure d'intervalle, sont éloignés l'un de l'autre de 15 degrés: par conséquent les cercles horaires entre lesquels il y a un intervalle de six heures, tels que sont ceux qui forment les lignes de 9 heures du matin & de 3<sup>h</sup> du soir, sont entr'eux un angle de 90<sup>d</sup>, & sont perpendiculaires l'un sur l'autre: Si donc on conçoit un plan qui fasse l'intersection OR en coupant le plan du Cadran, &

qui soit parallèle au cercle de  $9^h$ , il sera perpendiculaire au cercle de  $3^h$ , & de plus ce plan par OR sera parallèle à l'axe qui est contenu dans le plan du cercle de 9 heures, de même que dans le plan des autres cercles horaires. Cela étant, les intersections des différens cercles horaires avec le plan par OR seront parallèles au cercle de 3 heures, & celles qui seront formées de côté & d'autre de ce cercle par les cercles horaires qui en sont également distans, seront aussi également éloignées de ce même cercle. D'où il suit que la ligne OR qui est sur le plan parallèle au cercle de 9 heures, est coupée en parties égales, en prenant ces parties deux à deux, l'une d'un côté & l'autre de l'autre côté du cercle de trois heures. Par conséquent, si pour tracer les lignes horaires on prend LQ égale à LT, & LO à LR, les points Q & O sont ceux par lesquels doivent passer les lignes de 4 & de 5 heures. Cette méthode est générale, je veux dire qu'elle peut s'appliquer aux plans, soit horizontaux, soit verticaux, soit inclinés.

*Fin du second Livre.*





## LIVRE TROISIÈME.

*DES CADRANS INCLINÉS.*

**A** PRÈS avoir traité assez au long des Cadrans verticaux, il nous reste peu de choses à dire sur les inclinés pour en faire comprendre la construction.

Les Cadrans inclinés sont ceux dont le plan fait un angle aigu avec l'horison, & l'inclinaison est cet angle aigu que le plan fait avec l'horison. Il y a deux sortes de Cadrans inclinés, les uns sont supérieurs, qui sont tournés vers le ciel; & les autres inférieurs, qui regardent la terre. De plus les Cadrans inclinés sont ou déclinants ou non déclinants. Les non déclinants, c'est-à-dire, qui n'ont point de déclinaison, sont tournés directement ou vers le midi, ou vers le nord, ou vers l'orient, ou vers l'occident. Les déclinants regardent obliquement ou le midi, ou le nord, & les uns & les autres déclinent ou vers l'orient ou vers l'occident. ART. I.

2. On peut remarquer d'abord que les Cadrans inclinés supérieurs du midi n'ont pas toujours le pôle méridional élevé sur leur plan; car supposons, par exemple, un Cadran incliné supérieur du midi qui ne soit pas déclinant: si l'inclinaison de ce plan est moindre que la hauteur du pôle sur l'horison du lieu, alors le pôle méridional ne sera pas au-dessus de ce Cadran, mais au-dessous. Si donc on l'appelle un Cadran du midi, c'est parce qu'il est tourné vers la partie méridionale de l'horison. Il faut entendre la même chose des Cadrans inclinés inférieurs du nord: car ces Cadrans ne regardent pas le pôle septentrional lorsqu'ils

ont une inclinaison moindre que la hauteur du pôle sur l'horison. On suppose ici que les Cadrans sont situés dans la partie septentrionale du monde.

Avant de parler de la description des différentes especes de Cadrans inclinés, nous allons en premier lieu établir quelques propositions qui nous serviront de principes pour la construction de toutes sortes de Cadrans inclinés, soit déclinants, soit non déclinants; ensuite nous ferons quelques remarques.

3. Nous avons dit en parlant des Cadrans verticaux que la soustilaire & l'équinoctiale se coupent à angles droits. Cette proposition est encore vraie dans les Cadrans inclinés, parce que dans ces Cadrans la soustilaire étant formée par l'intersection d'un méridien perpendiculaire au plan, & d'ailleurs tout méridien coupant l'équateur à angles droits, il est nécessaire que les deux lignes du plan formées par ces deux cercles soient perpendiculaires l'une sur l'autre (Liv. II, art. 8).

4. Par la même raison la verticale du plan & l'horizontale doivent aussi se couper à angles droits, parce que la verticale est l'intersection d'un plan par un cercle vertical perpendiculaire à ce plan, lequel cercle est aussi perpendiculaire à l'horison comme tous les autres cercles verticaux.

5. Afin de concevoir la remarque suivante, il faut sçavoir ce qu'on entend par le zenith ou le nadir marqué sur le plan : c'est le point de ce plan auquel aboutiroit une ligne tirée du zenith ou du nadir du ciel, & qui passeroit par le sommet du stile. Ce point du plan nous l'appellerons point vertical, parce que toutes les lignes qui représentent les cercles verticaux passent par ce point. Il paroît 1°. par cette notion qu'il n'y a point de zenith ni de nadir sur les plans verticaux; 2°. que ce point est le même que le pied du stile sur le plan horizontal; 3°. qu'il en est différent dans le plan incliné, en sorte qu'il est au-dessous du pied du stile & de la ligne horizontale dans le plan supérieur, & au-dessus



de l'un & de l'autre dans le plan inférieur. On voit par ce qu'on vient de dire qu'il y a bien de la différence entre le zenith du plan & le zenith du lieu. ( Il en faut dire autant du nadir. ) Le zenith du plan est un point du ciel qui répond au stile droit du plan. C'est le pied du stile qui désigne ce zenith dans toutes sortes de plans. L'autre, je veux dire celui du lieu, est un point du ciel qui répond à un stile perpendiculaire à l'horison : il est toujours marqué sur les plans inclinés par un point différent du pied du stile. C'est ce dernier qu'il faut toujours entendre quand on parle du zenith sans spécifier duquel on parle. Le point du plan qui désigne ce zenith, ou le nadir opposé, est celui que nous appelons le plan vertical. Cela posé, voici plusieurs remarques qu'il faut bien retenir.

6. 1°. La verticale du plan doit passer par le zenith ou le nadir marqué sur le plan, parce que tous les cercles verticaux se coupent à ces deux points du ciel. Cette ligne doit aussi passer par le pied du stile ( Liv. II, art. 6. ) puisqu'elle est l'intersection du plan par un cercle qui est perpendiculaire à ce plan. Par la raison contraire l'horizontale ne doit pas passer par le pied du stile.

7. 2°. La méridienne passe par le zenith ou le nadir marqué sur le plan, puisque le méridien passe par les points du ciel que ceux-ci désignent : d'ailleurs cette ligne doit aussi rencontrer le centre du Cadran ( Notions prélim. art. 13 ), & de plus un point de l'horizontale par lequel passe la ligne de déclinaison DL. ( Liv. II, art. 89 ). Deux de ces trois points suffisent pour tracer la méridienne.

Fig. 6.

8. 3°. La soustilaire passe par le pied du stile, parce que cette ligne est l'intersection du plan par un méridien perpendiculaire à ce plan. Elle doit aussi rencontrer le centre du Cadran, de même que la méridienne, parce que ces deux lignes sont formées par deux méridiens qui sont des cercles horaires. Or tous les méri-

diens passent par les deux poles du monde, dont un est représenté par le centre du Cadran.

9. 4°. L'équinoctiale doit passer par le point de six heures pris sur l'horizontale. Cela vient de ce que les deux points dans lesquels l'équateur est coupé par l'horison, sont chacun éloignés du méridien de 90 degrés. Or 90 degrés de l'équateur répondent à six heures, puisque le soleil parcourt 15 degrés de ce cercle par heure. Cette équinoctiale passe aussi par un point de la méridienne, parce que l'équateur coupe le méridien. Ainsi quand on connoît ces deux points, on peut tracer l'équinoctiale : & même si la soustilaire est tracée, un de ces deux points suffit pour mener l'équinoctiale, parce que cette ligne doit être perpendiculaire à la soustilaire. Par la même raison le point de la soustilaire où doit passer cette équinoctiale suffit seul pour la tracer. Nous allons faire l'application de ces remarques pour la description de quelques lignes & pour la détermination de quelques points qui serviront à la construction des Cadrans inclinés. Il faut d'abord chercher le pied du stile, que l'on détermine de la même maniere sur les plans inclinés que sur les verticaux.

10. Après avoir trouvé le pied du stile il faut tracer la verticale ; nous proposerons deux méthodes pour décrire cette ligne. La premiere consiste à tracer d'abord une horizontale par le moyen d'un niveau d'air : ce qui se fera aisément de la maniere que nous avons exposée touchant les plans verticaux ( Liv. II, art. 84 ). Lorsque cette ligne horizontale sera décrite, il faudra tirer du pied du stile une perpendiculaire sur cette ligne, ce sera la verticale cherchée. Cette méthode se pratique plus aisément sur les plans dont l'inclinaison est grande, c'est-à-dire, ceux qui ne s'écartent pas beaucoup de la situation verticale. Il faut observer qu'il n'est pas nécessaire que l'horizontale qu'on a tirée soit la ligne horizontale du plan, dont la distance du

pied du stile est déterminée par l'inclinaison du plan & par la hauteur du stile.

11. La seconde méthode dépend de la détermination de deux points sur le plan ; sçavoir le pied du stile & le zenith ou le nadir. Il faut avoir un plomb dont l'extrémité inférieure finisse en pointe , laquelle soit dans l'axe de ce plomb , si on le tient suspendu par une ficelle mince , ou plutôt un fil , qui touche le sommet du stile , & qu'on hausse ou baisse ce plomb jusqu'à ce que la pointe touche le plan , le point de contact sera le point vertical. Je suppose que le plan est supérieur. Si le plan incliné étoit inférieur , il faudroit observer à quel point du plan au-dessus du stile aboutiroit la ficelle qui passe par le sommet du stile & qui soutient le plomb ; ce point seroit le vertical cherché. Quand on a trouvé le point vertical , il faut tirer une ligne droite qui passe par ce point & par le pied du stile , ce sera la verticale du plan.

12. Après cela on pourra trouver l'inclinaison du plan en tirant du pied du stile une perpend. à la verticale , sçavoir PY , sur laquelle on prendra depuis ce pied P une partie PX égale à la hauteur du stile , l'extrémité X sera le centre diviseur de la verticale , duquel on tirera une ligne XV. au point vertical , l'angle PXV compris entre ces deux lignes sera égal à l'inclinaison du plan : car cet angle ayant son sommet au centre diviseur de la verticale , a pour mesure l'arc représenté par la partie PV de cette ligne. Or cet arc est la mesure de l'inclinaison du plan : pour le prouver j'observe que la partie PV de la verticale étant terminée par le pied du stile P & par le point vertical V , l'arc que cette partie représente est entre deux points du ciel , qui sont le zenith du plan & le zenith du lieu , que les points du plan P & V désignent. Il faut donc montrer que l'arc compris entre ces deux zeniths est la mesure de l'inclinaison du plan. Pour cet effet soit la figure 1 , dans laquelle la ligne HR représente le plan horison-

Fig. 6.

Fig. 1. tal, la ligne AB perpendiculaire à HR est l'axe de l'horison, & le point A est le zenith du lieu, la ligne FG est le plan incliné; la ligne OP perpendiculaire à FG est l'axe de ce plan, & le point O en est le zenith. Il paroît que l'angle FCH est l'inclinaison du plan, & que l'arc AO est compris entre les deux zeniths A & O. Il faut donc prouver que cet arc AO est la mesure de l'angle FCH; je le démontre ainsi : L'angle ACH est droit, puisque par la construction AB est perpendiculaire sur HR. Pareillement l'angle FCO est droit, à cause de OP perpendiculaire à FG : ainsi ces deux angles ACH & FCO sont égaux; donc en retranchant la partie commune ACF, les restes FCH & ACO sont égaux. Or l'arc AO, est la mesure de l'angle ACO; donc il est aussi celle de l'inclinaison FCH. Nous exposerons dans la suite une autre méthode de trouver l'inclinaison du plan; c'est en la mesurant avec un instrument dont nous expliquerons l'usage.

Fig. 6. 13. Si la verticale du plan est tracée, & qu'on connoisse l'inclinaison du plan, on pourra trouver le point vertical de la maniere suivante : Soit la verticale OPV qui passe par le pied du stile P, dont la hauteur soit égale à PX perpendiculaire à OPV, le centre diviseur de la verticale fera le point X (Liv. II, art. 62). De ce centre je tire vers le bas la ligne XV qui fasse avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaison du plan, le point V de la verticale auquel aboutit la ligne XV fera le zenith du lieu; car je suppose que le plan est supérieur. S'il avoit été inférieur, il auroit fallu tirer la ligne XV au-dessus de XP. La raison de cette pratique est fondée sur ce que nous venons de dire : car si en tirant du centre diviseur X une ligne au point vertical V, l'angle PXV est égal à l'inclinaison du plan, il faut réciproquement, si l'angle PXV est égal à l'inclinaison du plan, il faut, dis-je, que le côté XV aboutisse au même point vertical.

14. Lorsqu'on a trouvé le zenith ou le nadir, il est



facile de tracer l'horizontale, il n'y a qu'à tirer la ligne XO perpendiculaire à XV, c'est-à-dire, faire l'angle droit OXV, le point O de la verticale auquel aboutira la ligne XO, sera celui par lequel doit passer la ligne horizontale qui doit être perpendiculaire à la verticale. La raison de cette pratique pour tracer l'horizontale est encore fondée sur la notion du centre diviseur : car puisque l'arc compris entre le zenith ou le nadir du ciel & l'horison, est de 90 degrés, il faut que la partie de la verticale comprise entre le point vertical & la ligne horizontale, représente un arc de 90 degrés. Or cette partie représente effectivement un arc de 90 degrés, si l'angle OXV est droit, puisqu'il a son sommet au centre diviseur de la verticale. Il est évident que l'angle PXO est le complément de l'inclinaison du plan PXV.

Après avoir établi toutes les notions précédentes, nous parlerons d'abord des Cadrans inclinés qui ne sont point déclinants, en commençant par les supérieurs du midi & les inférieurs du nord.

### *DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS du Midi ou inférieurs du Nord qui ne sont point déclinants.*

15. Ces Cadrans se font de la même manière que les horizontaux des lieux qui ont une latitude égale à la hauteur du pôle sur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pôle se trouve facilement : car l'inclinaison de ces Cadrans est ou plus grande que l'élévation du pôle sur l'horison, ou plus petite, ou égale. Dans les deux premiers cas la hauteur du pôle sur le plan est égale à la différence de l'inclinaison du plan & de l'élévation du pôle sur l'horison : par exemple, si l'élévation du pôle sur l'horison du lieu est de 50 deg. & l'inclinaison du Cadran de 60, la hauteur du pôle sur le plan du Ca-

dran sera de 10 degrés : mais si l'inclinaison du Cadran est de 35 degrés l'élévation du pôle sur l'horison étant toujours de 50 degrés, la hauteur du pôle sur le plan sera de 15<sup>d</sup>. Ainsi dans la première hypothèse il faudra tracer le Cadran incliné de la même manière qu'un Cadran horizontal pour un lieu qui auroit 10 degrés de latitude, ou d'élévation du pôle. Dans la seconde hypothèse le Cadran incliné doit être tracé comme un Cadran horizontal d'un lieu qui a 15 degrés de latitude. La raison en est que ces Cadrans inclinés sont parallèles aux plans horizontaux qui sont sur ces degrés de latitude. Dans le troisième cas dans lequel on suppose l'inclinaison du Cadran égal à l'élévation du pôle sur l'horison, la hauteur du pôle sur le plan est nulle, parce que l'un & l'autre pôle est dans le plan, si on le conçoit prolongé jusqu'au ciel. Ainsi le Cadran est polaire, & doit être tracé de la même manière qu'un Cadran horizontal sur l'équateur. Or nous avons vu (liv. 1. art. 18) que dans ce Cadran les lignes horaires sont parallèles.

16. PREMIERE REMARQUE. Dans ces trois cas les heures du matin doivent être marquées à la gauche de la méridienne dans les Cadrans supérieurs du midi, & à la droite dans les inférieurs du nord, en déterminant la gauche & la droite par rapport à une personne qui est tournée vers le Cadran. Les heures sont situées de la même manière par rapport à la soustilaire & à la verticale du plan, parce que dans ces Cadrans ces deux lignes se confondent avec la méridienne.

17. SECONDE REMARQUE. Le centre est au-dessus de la ligne horizontale & de l'équinoctiale dans les Cadrans supérieurs qui appartiennent au premier cas. Pour les supérieurs du second cas le centre est au-dessous de l'une & de l'autre ; c'est le contraire dans les Cadrans inférieurs. Enfin dans le troisième cas il n'y a pas de centre. Pour entendre la raison de cette situa-

tion du centre par rapport à l'équinoctiale & à l'horizontale, il faut imaginer une ligne parallèle à l'axe du monde, laquelle passe par le sommet du stile, le point auquel cette ligne rencontrera le plan est le centre du Cadran. D'ailleurs l'horizontale est l'intersection faite sur le Cadran par un plan parallèle à l'horizon que l'on conçoit passer par l'extrémité du stile. Enfin l'équinoctiale est l'intersection d'un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, & qui passe aussi par le sommet du stile. Cela posé, la situation du centre marquée ci-dessus pourra aisément s'entendre par la figure 2, dans laquelle la ligne IL désigne un plan incliné dont l'inclinaison est plus grande que celle de l'axe sur l'horizon, ou, ce qui revient au même, plus grande que l'élévation du pôle sur l'horizon. Le stile droit du plan IL est PS; ainsi le sommet du stile est S & le pied P, la ligne XM est l'axe, ou, si on veut, une parallèle à l'axe, laquelle passe par l'extrémité du stile, le point C sera le centre du Cadran. La ligne HR représente un plan horizontal qui passe par le sommet S; ainsi la ligne horizontale du plan est au point H. Enfin EN représente un plan équinoctial ou perpendiculaire à l'axe, lequel plan passe par le sommet S; ainsi le point E marque le lieu de l'équinoctiale. Or il est clair par cette figure que le centre est au-dessus de l'horizontale & de l'équinoctiale; mais il seroit au-dessous, si l'inclinaison étoit moindre que celle de l'axe sur l'horizon, comme il paroît par la figure 3, sans qu'il soit nécessaire de s'y arrêter pour l'expliquer.

Fig. 2.

18. C'est le contraire dans les Cadrans inférieurs du nord; car s'il s'agit de ceux dont l'inclinaison est plus grande que l'élévation du pôle, on conçoit que l'axe qui passe par le sommet du stile ne rencontre le plan qu'au dessous du pied du stile, & si l'inclinaison est moindre que l'élévation du pôle, l'axe rencontre le plan au-dessus du pied du stile.

19. TROISIÈME REMARQUE. Il est clair que dans

tous ces Cadrans, soit supérieurs soit inférieurs, l'horizontale & l'équinoctiale sont parallèles, parce que l'une & l'autre sont perpendiculaires à la méridienne, qui est aussi la souffilaire & la verticale du plan.

*DES CADRANS INCLINÉS SUPÉRIEURS  
du Nord & inférieurs du Midi, qui ne sont pas  
déclinants.*

20. Ces Cadrans se font aussi de la même manière que les Cadrans horizontaux des lieux dont la latitude est égale à la hauteur du pôle sur le plan de ces Cadrans inclinés. Or cette hauteur du pôle sur le plan est aisée à trouver. Car ou l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, ou elle est plus petite, ou enfin ces deux inclinaisons sont égales. Dans le premier cas il faut ajouter le complément de l'inclinaison du plan à celle de l'équateur, ou au complément de l'élévation du pôle sur l'horison, la somme sera la hauteur du pôle sur le plan : par exemple, si l'inclinaison du plan est de 64 degrés, & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 26 à 40, la somme 66 sera la hauteur du pôle sur le plan. Ainsi il faudra faire ce Cadran semblable à l'horizontale d'un lieu dont la latitude est de 66 degrés. Dans le second cas on ajoutera l'inclinaison du plan à l'élévation du pôle sur l'horison, la somme sera la hauteur du pôle sur le plan : par exemple, si l'inclinaison du plan est de 25 degrés & celle de l'équateur de 40, il faut ajouter 25 à 50 qui est l'élévation du pôle sur l'horison, la somme 75 sera la hauteur du pôle sur le plan. Il faudra donc faire le Cadran incliné semblable au Cadran horizontal d'un lieu dont la latitude est de 75 degrés. Dans le troisième cas, le Cadran sera parallèle au plan de l'équateur ; ainsi il sera équinoctial, & par conséquent on le tracera en divisant une circonférence en 24 parties égales, & en tirant des rayons aux points de division qui seront les



lignes horaires, pourvû qu'on ait commencé la division de la circonférence à l'un ou à l'autre point d'interfection de la verticale du plan qui passe par le centre de la circonférence.

21. Pour prouver que dans le premier cas la hauteur du pole sur le plan est égale à la somme du complément de l'inclinaison du plan & du complément de l'élévation du pole sur l'horison, nous nous servirons de la figure 4, dans laquelle HR représente l'horison, AB perpendiculaire à HR le premier vertical, XM l'axe du monde, EN perpendiculaire à XM l'équateur, IL un plan incliné non déclinant, dont l'inclinaison ICR est plus grande que ECR, qui est celle de l'équateur : la hauteur du pole sur le plan incliné ou l'angle aigu que fait l'axe sur ce plan, est XCI. Or je dis que cet angle XCI est égal à la somme du complément de l'inclinaison du plan & du complément de l'élévation du pole sur l'horison : car la ligne AB étant perpendiculaire sur HR, l'angle ACR est droit : & par conséquent l'angle ACI est le complément de l'inclinaison du plan ICR. De même l'angle ACH étant droit, l'angle ACX est le complément de XCH élévation du pole sur l'horison. Or il est évident que la hauteur du pole sur le plan, sçavoir XCI, est égale à la somme des deux complémens ACI & XCA. On prouvera pareillement que dans le second cas la hauteur du pole sur le plan incliné est égale à la somme de l'élévation du pole sur l'horison & de l'inclinaison du plan : car soit la ligne *il* qui représente le plan incliné dont l'inclinaison *i*CR est moindre que ECR, qui est celle de l'équateur, la hauteur du pole sur le plan fera l'angle aigu XCI. Or cet angle XCI est égal à l'élévation du pole XCH, plus à l'inclinaison du plan ICH ou *i*CR.

Fig. 41

Il faut concevoir que la quatrième figure, aussi-bien que les trois premières, sont tracées sur le méridien du lieu, & que les lignes qui représentent les plans dont

il est parlé font les intersections du méridien avec ces plans lesquels étant perpendiculaires à ce cercle, ces intersections font entr'elles les mêmes angles que les plans.

22. I<sup>re</sup>. REMARQUE. Dans les trois cas les Cadrans supérieurs doivent avoir les heures du matin à la droite de la méridienne, qui dans ces Cadrans est la même ligne que la soustilaire & la verticale du plan : & les inférieurs doivent avoir ces heures du matin à la gauche de cette même ligne.

23. II. REMARQUE. Dans le premier cas, c'est-à-dire, quand l'inclinaison du plan est plus grande que celle de l'équateur, le centre du Cadran est au-dessous de l'équinoctiale & de l'horizontale du Cadran supérieur; mais il est au-dessus de ces lignes dans le Cadran inférieur. Dans le second cas, le centre du cadran supérieur est au-dessous de l'horizontale & au-dessus de l'équinoctiale : mais le centre du Cadran inférieur est au-dessus de l'horizontale & au-dessous de l'équinoctiale. On entendra la raison de cette situation du centre parce que nous avons dit ci-dessus touchant les Cadrans du midi (17) : ou bien en faisant soi-même des figures qui répondent à la seconde & à la troisième : pour cela il faut que la ligne qui représente l'horison ait une situation horizontale, que celle qui désigne l'axe soit perpendiculaire à une autre qui représente l'équateur, & que ces trois lignes passent par le sommet du stile. On peut aussi remarquer que l'horizontale & l'équinoct. tracées sur le Cadran, sont parallèles, comme dans les Cadrans supérieurs du midi & inférieurs du nord.

#### *Des Cadrans Inclins Orientaux & Occidentaux.*

24. Ces Cadrans, qui sont aussi appelés *Déclinants de l'horison*, sont ceux dont le plan est tourné directement vers l'orient ou vers l'occident, en sorte que la section de ce plan avec l'horison est une méridienne. Nous allons en expliquer la construction, en prenant pour exemple un supérieur tourné vers l'orient.

25. Il faut décrire à l'ordinaire la verticale du plan, laquelle représente dans ce Cadran le premier cercle vertical. Ensuite on fera au centre diviseur X de cette ligne l'angle PXV égal à l'inclinaison du plan, puis on tirera la ligne XO perpendiculaire à XV, on aura les deux points V & O, dont le premier est le zenith, par lequel doit passer la méridienne, & l'autre est l'intersection de la verticale avec l'horizontale. Or dans cette espece de Cadran la méridienne est perpendiculaire à la verticale du plan, car le méridien & le premier vertical se coupant à angles droits, & d'ailleurs le premier vertical étant perpendiculaire au plan du Cadran, puisqu'il est le vertical de ce plan, il faut que les lignes qui représentent ces deux cercles se coupent aussi à angles droits (liv. 2. art. 8). Si donc on élève une perpendiculaire au point V sur la verticale, & une autre au point O, la premiere sera la méridienne, & la seconde sera l'horizontale, lesquelles sont nécessairement paralleles entr'elles. On prendra ensuite sur la verticale la partie FV égale à XV, le point F sera le centre diviseur de la méridienne, auquel si on fait l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur sur l'horison, le point C de la méridienne sera le centre du Cadran, comme nous le prouverons bientôt : ensuite il faudra tirer une ligne qui passe par ce centre & par le pied du stile, ce sera la soustilaire sur laquelle on élèvera la perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on tirera la ligne CS qui sera l'axe. Si donc du point S on élève une perpendiculaire SB à cet axe, le point B de la soustilaire sera celui par lequel passera la ligne équinoctiale (liv. 2. art. 171), qui doit être perpendiculaire à la soustilaire. Le reste se fera comme dans les Cadrans verticaux.

26. Nous avons dit qu'en faisant l'angle CFV égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hauteur du pole du lieu, le point d'intersection C de la méridienne est le centre du Cadran, c'est-à-dire,

Fig. 5. le point du plan qui représente le pole élevé sur le plan, lequel dans cette espece de Cadran est le même que le pole élevé sur l'horison. Pour s'en convaincre, il faut faire attention que le point S est le centre diviseur de la méridienne, parce que la verticale est perpendiculaire à cette ligne, & que d'ailleurs par la construction FV est égale à XV. Cela étant, supposons pour un moment que le point C est le centre du Cadran, il sera facile de voir que l'angle CFV est égal au complément de la hauteur du pole: car puisque la ligne OPV représente le premier vertical, & le point C le pole élevé sur l'horison, l'angle CFV doit avoir pour mesure l'arc du méridien compris entre le pole élevé & le premier vertical, ou le zenith désigné par V. Or cet arc est le complément de la hauteur du pole, puisqu'en ajoutant à cet arc, celui qui mesure la hauteur du pole, c'est-à-dire, l'arc depuis le pole jusqu'à l'horison, la somme est un quart de cercle. L'angle CFV est donc égal au complément de la hauteur du pole, en supposant que le point représente le pole élevé, ou qu'il est le centre du Cadran. Par conséquent si on fait l'angle CFV de cette grandeur, le point d'intersection C sera le centre du Cadran.

27. Le Cadran incliné occidental supérieur se fait de la même maniere que l'oriental, avec cette différence que l'angle CFV est à la droite de la verticale, parce que le centre du Cadran doit se trouver de ce côté-là. Pour ce qui est des Cadrans inférieurs soit orientaux, soit occidentaux, on les trace aussi de la même maniere que les supérieurs, en observant que la méridienne & le centre doivent être au-dessus de l'horizontale.

28. REMARQUE. Un Cadran incliné oriental ou occidental se décrit de la même maniere qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaison est égale à l'inclinaison du Cadran oriental ou occidental, & qui est situé dans un lieu dont la hauteur du pole sur l'horison



son est égale au complément de la latitude du lieu où est le Cadran incliné. Par exemple, un Cadran oriental incliné de 35 degrés sur l'horifon d'un lieu dont la latitude ou la hauteur du pole est de 49<sup>d</sup>, se fait de la même manière qu'un Cadran vertical déclinant, dont la déclinaison est de 35 degrés, & qui est situé dans un lieu qui a 41 degrés de latitude. Pour se convaincre de la vérité de cette remarque, il suffit de regarder la ligne OPV comme l'horizontale du plan, & PX comme une partie de la verticale de ce plan : pour lors l'angle PXV fera la déclinaison du plan, & l'angle CFV fera la hauteur du pole sur l'horifon.

Fig. 5i

*Des Cadrans inclinés déclinants.*

29. Il est à propos de relire ce que nous avons dit au commencement de ce Liv. art. 6, 7, 8, & 9, afin de sçavoir bien par quels points doivent passer la verticale du plan, l'horizontale, la méridienne, la soustilaire & l'équinoctiale. Nous avons dit dans les art. 10, 11, & 14, comment on trace la verticale du plan & l'horizontale : nous allons donner les méthodes de tirer la méridienne, la soustilaire, l'équinoctiale, &c. en prenant pour exemple un plan supérieur du midi déclinant vers l'orient. Nous supposons ici qu'on connoît la déclinaison du plan : nous remettons à en parler à la fin de ce Livre.

30. Le point vertical étant trouvé & l'horizontale décrite, on pourra tracer la méridienne par la méthode suivante, qui suppose qu'on connoît aussi la déclinaison du plan. Soit la hauteur du stile PX, la verticale OPV, l'horizontale HR, le point vertical V. Il faut d'abord chercher le centre diviseur de l'horizontale, qui est toujours un point de la verticale. Voici comment on le trouvera : on prendra avec un compas la longueur de XO, & on la portera sur la verticale depuis O jusqu'à D ; ce point D sera le centre diviseur de l'horizontale (Liv. 2. art. 65) : ensuite on fera l'angle ODL égal à la déclinaison du plan, le point L de l'horizontale auquel abou-

Fig. 6i

O.

Fig. 6.

tira la ligne DL sera un des points de la méridienne. Si donc on tire une ligne du point vertical V au point L, comme VML; ce sera la méridienne. Cela suit de la remarque de l'art. 7.

31. Pour sçavoir de quel côté de la verticale il faut tirer la ligne de déclinaison DL sur un Cadran du midi soit supérieur soit inférieur, il faut examiner vers quel endroit le plan décline; si c'est vers l'orient, on tirera la ligne de déclinaison à droite de la verticale: si c'est vers l'occident, on la tirera à gauche. Il n'importe que l'inclinaison soit plus grande ou plus petite que l'élévation du pôle sur l'horison du lieu. Dans les Cadrans du nord supérieurs ou inférieurs on tirera la ligne de déclinaison à gauche de la verticale, quand ils déclinent vers l'orient; & on la tracera à droite, lorsqu'ils déclinent vers l'occident. Cela est toujours vrai, quelle que soit l'inclinaison du plan, grande ou petite. C'est la même raison pour ces Cadrans que pour les verticaux.

32. On pourra connoître aussi la situation de la ligne de déclinaison avec la verticale par l'ombre de l'extrémité du stile à midi; car cette ombre doit toujours tomber sur la méridienne dans ce tems-là. Par conséquent on peut juger par cette ombre de quel côté de la verticale sera la méridienne. Or la ligne de déclinaison doit être du même côté de la verticale que la méridienne.

33. Si on connoît le centre du Cadran avec le point vertical, cela suffira pour tracer la méridienne, puisqu'elle doit passer par ces deux points. Or on peut déterminer le centre du Cadran, si on connoît la hauteur du pôle sur le plan, pourvû que d'ailleurs la soustilaire soit décrite: il n'y a qu'à tirer au sommet S du stile une ligne CS qui fasse l'angle CSP égal au complément de la hauteur du pôle sur le plan; le point de rencontre C de la soustilaire sera le centre du Cadran. On peut trouver la hauteur du pôle sur le plan & la position de la soustilaire par l'art. 99. du second Livre.

34. Voici une autre méthode pour décrire la soustilaire, qui suppose qu'on a tracé la méridienne, soit de la manière qu'on a expliqué d'abord (30), soit autrement. Il faut tirer du pied du stile la ligne PG perpendiculaire sur la méridienne, cette perpendiculaire contiendra le centre diviseur de la méridienne (liv. II art. 61.) Ensuite du point L & de l'intervalle LD on décrira un arc qui coupe la perpendiculaire PG à un point comme G; ce point sera le centre de la méridienne, parce que l'horizontale & la méridienne se coupant au point L, leurs centres diviseurs D & G sont également distants de ce point d'intersection (liv. II art. 69.) Après cela on menera la ligne GL, & on tirera la ligne GC qui fasse l'angle LGC égal à la hauteur du pole sur l'horison, le point C où cette ligne rencontrera la méridienne sera le centre du Cadran; car puisque l'angle LGC est égal à la hauteur du pole sur l'horison, ou à la distance qui est entre l'horison & un des poles, & que d'ailleurs le point L est dans l'horizontale, il faut que le point C de la méridienne représente le pole élevé sur le plan, c'est-à-dire, celui vers lequel ce plan est tourné: ainsi ce point est le centre du Cadran. Si donc on trace une ligne qui passe par les points P & C, qui sont le pied du stile & le centre du Cadran, cette ligne sera la soustilaire.

35. On doit mener GC au-dessus ou au-dessous de la ligne GL, selon que le centre du Cadran doit être situé au-dessus ou au-dessous de l'horizontale. Or ce centre qui représente un des poles, sçavoir celui qui est élevé sur le plan, doit être au-dessus de l'horizontale, lorsque le pole caché sous l'horison est élevé sur le plan du Cadran, parce que tous les points du ciel qui sont sous l'horison doivent être marqués au-dessus de l'horizontale (liv. 2. art. 12). Par la la raison contraire le centre est au-dessous de cette ligne quand le pole qui est sur l'horison est élevé sur le plan.

36. Quand la soustilaire sera tracée, on tirera l'équi-

**Fig. 6.** noctiale par la méthode suivante : Il faut mener la ligne DH qui fasse avec DL l'angle droit LDH, le point H où cette ligne DH rencontrera l'horizontale sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : car l'angle LDH étant droit, & ayant son sommet au centre diviseur de l'horizontale, la base LH représente un quart de cercle de l'horison ) liv. II art. 67 & 68 ), lequel étant terminé d'une part à l'intersection de l'horison & du méridien marquée par L, doit avoir son autre extrémité au point où l'équateur rencontre l'horison. Le point H qui est celui de 6<sup>h</sup> étant trouvé, on tirera de ce point une perpendiculaire sur la soustilaire, ce sera l'équinoctiale cherchée, comme il paroît par l'article 9.

37. On peut aussi employer cette autre méthode : On élèvera du pied du stile sur la soustilaire, la perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile, & on tracera l'axe CS qui passe par le centre & par le sommet S du stile : ensuite on élèvera du point S la perpendiculaire SB sur l'axe CS, ce sera le rayon équinoctial; ainsi le point B où ce rayon rencontrera la soustilaire sera celui par où doit passer l'équinoctiale ( liv. II art. 171 ); par conséquent si on élève de ce point une perpendiculaire à la soustilaire, on aura l'équinoctiale.

38. Enfin on peut tirer cette ligne indépendamment de la soustilaire, en déterminant deux points par lesquels doit passer cette équinoctiale, un sur l'horizontale, c'est le point de 6 heures, & l'autre sur la méridienne dont on détermine la position en cette manière : Il faut tirer la ligne GM qui fasse avec GC l'angle droit CGM, le point M auquel cette ligne rencontrera la méridienne, sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale : cela vient de ce que l'arc du méridien compris entre le pôle du monde & l'équateur, est un quart de cercle, ou la mesure d'un angle droit. Nous ajouterons à la fin de ce livre un problème qui contiendra encore une méthode de tracer l'équinoctiale sans connoître la déclinaison du plan ni la position d'aucune autre ligne.



39. Après qu'on a trouvé toutes ces lignes, on peut aisément décrire les lignes horaires de la même manière que dans les Cadrans verticaux, c'est-à-dire, qu'il faut prendre sur la soustilaire la partie BA égale au rayon équinoctial BS, & du point A comme centre & d'un intervalle pris à discrétion décrire une circonférence, ensuite on tirera un rayon du centre A au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale & de la méridienne: ce rayon prolongé, s'il est nécessaire, coupera la circonférence au point K. Il faut la diviser en 24 parties égales, en commençant au point K, & tirer les rayons par les points de division. Ces rayons étant prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui seront les points horaires. Si donc on tire du centre du Cadran des lignes droites qui passent par ces points, ce seront les lignes horaires. Au lieu de mener d'abord un rayon qui aille aboutir au point M, qui est celui de 12 heures, on auroit pû tirer un autre rayon au point H, qui est celui de 6 heures, lequel rayon auroit rencontré la circonférence au point I, & commencer par ce point la division de la circonférence en 24 parties égales; on auroit trouvé les mêmes points horaires sur l'équinoctiale, que ceux qu'on a trouvés. Si le centre du Cadran est trop éloigné de l'équinoctiale, il en faut tirer une seconde, comme dans les Cadrans verticaux, & mener les lignes horaires de la manière qui a été exposée en traitant de ces Cadrans (liv. II art. 232). Afin de retenir plus facilement la construction des différentes especes de Cadrans inclinés qui déclinent vers l'orient ou vers l'occident, nous allons faire quelques remarques touchant la situation des points & des lignes dont nous avons parlé.

40. 1°. Dans les Cadrans supérieurs, soit du midi, soit du nord, le point vertical est au-dessous du pied du stile, & la ligne horizontale est toujours au-dessus de l'un & de l'autre. Dans les Cadrans inférieurs c'est

Fig. 6. le point vertical qui est au-dessus de ce pied, & la ligne horizontale au-dessous de l'un & de l'autre point.

41. 2<sup>o</sup>. Dans les Cadrans supérieurs du midi, dont l'inclinaison est moindre que la hauteur du pôle sur l'horison, le centre est au-dessous de l'horizontale (Liv. II, art. 12), parce que ces Cadrans sont tournés vers le pôle élevé sur l'horison, c'est-à-dire, le pôle septentrional; car je suppose ici le plan dans la partie septentrionale du monde: le contraire arrive dans les Cadrans inférieurs opposés. Mais si l'inclinaison des Cadrans supérieurs du midi est plus grande que la hauteur du pôle, quelquefois le centre sera au-dessus de l'horizontale, quelquefois au-dessous. Il sera au-dessus si le pôle méridional est élevé sur le plan, & au-dessous si c'est le pôle septentrional, comme il arrive quand la déclinaison du plan est fort grande.

42. Pour éclaircir cette remarque nous ferons usage des deux termes extrêmes de la déclinaison, qui sont le Cadran incliné méridional, dont la déclinaison est nulle ou infiniment petite, & le Cadran incliné oriental ou occidental, dont la déclinaison est la plus grande qu'il soit possible, c'est-à-dire, de 90 degrés, puisque le plan de ce Cadran fait un angle droit avec le premier vertical. Or dans ces deux termes extrêmes le centre du Cadran est au-dessous de l'horizontale, quand le plan du Cadran que je suppose supérieur, a une inclinaison moindre que la hauteur du pôle du lieu (Liv. II, art. 12), parce que dans ces deux cas le pôle élevé sur le plan est au-dessus de l'horison; donc ce centre est aussi au-dessous de l'horizontale dans les Cadrans supérieurs dont la déclinaison est moyenne entre celle de ces deux termes. Mais si l'inclinaison du plan est plus grande que la hauteur du pôle du lieu, le centre du Cadran est au-dessus de l'horizontale dans le Cadran méridional, parce que le pôle élevé sur ce Cadran est au-dessous de l'horison. Par la raison contraire le centre est au-dessous de l'horizontale dans le Cadran

supérieur oriental ou occidental ; par conséquent le centre du Cadran supérieur, qui a aussi une inclinaison plus grande que la hauteur du pôle du lieu, & dont la déclinaison est moyenne entre les deux extrêmes, ce centre, dis-je, est au-dessus ou au-dessous de l'horizontale, selon que ce Cadran approche du premier ou du dernier terme.

Fig. 6.

43. 3°. Le centre est au-dessous de l'horizontale, dans les Cadrans supérieurs du nord, quelle que soit l'inclinaison du plan, ou plus grande, ou plus petite que l'élévation de l'équateur sur l'horison ; car dans ces Cadrans le centre représente toujours le pôle élevé sur l'horison, c'est-à-dire, le pôle septentrional, parce que ces Cadrans sont toujours tournés vers ce pôle ; c'est le contraire dans les Cadrans inférieurs opposés. Nous supposons ici que le Cadran est dans la partie septentrionale de la terre.

44. 4°. La méridienne est à droite de la verticale dans les Cadrans supérieurs & inférieurs du midi qui déclinent vers l'orient : elle est à gauche dans ceux qui déclinent vers l'occident. Quant aux Cadrans supérieurs & inférieurs du nord, la méridienne est à la gauche de la verticale dans ceux qui déclinent vers l'orient. Elle est à droite dans ceux qui déclinent vers l'occident. C'est la même raison que pour les Cadrans verticaux. On voit bien que le centre du Cadran & la ligne de déclinaison doivent avoir la même situation par rapport à la verticale que la méridienne. Ainsi il est inutile de faire d'autres remarques pour en avertir.

Après ces observations nous allons reprendre en peu de mots ce que nous avons déduit assez au long touchant la description du Cadran incliné déclinant que nous supposons supérieur & tourné vers le midi en déclinant vers l'orient.

Fig. 6.

*DESCRIPTION DES CADRANS INCLINÉS.*

45. 1°. Après avoir trouvé le pied du stile P on tracera la verticale OPV, soit par le moyen d'une horizontale qu'on tirera d'abord, soit par celui du zenith qu'on aura marqué sur le plan. Puis on tirera du pied du stile P la ligne PX perpendiculaire à la verticale & égale à la hauteur du stile; son extrémité X sera le centre diviseur de la verticale.

2°. On peut marquer le zenith V par l'art. 11, alors on menera la ligne XV à ce point, ce qui fera connoître l'inclinaison du plan qui est égale à l'angle PXV: mais si le point V n'est pas marqué, & qu'on connoisse d'ailleurs l'inclinaison du plan, on menera vers le bas la ligne XV qui fasse avec XP l'angle PXV égal à l'inclinaison du plan que nous supposons connue, le point d'intersection V de cette ligne XV avec la verticale sera le zenith cherché. ensuite on menera la ligne XO perpendiculaire à XV, le point O auquel cette ligne rencontrera la verticale sera celui par où doit passer l'horizontale. Par conséquent si du point O on élève une perpendiculaire sur la verticale, ce sera l'horizontale.

3°. On prendra sur la verticale OPV prolongée vers O la partie OD égale à la ligne XO, le point D sera le centre diviseur de l'horizontale, duquel on tirera à droite de la verticale la ligne DL qui fasse l'angle ODL égal à la déclinaison du plan, l'intersection de cette ligne avec l'horizontale sera un point par lequel doit passer la méridienne, aussi-bien que par le zenith V. Si donc on tire une ligne droite VML du point V par le point L, ce sera la méridienne.

4°. On abaissera du pied du stile P une perpendiculaire PG sur la méridienne, & on décrira du point L, comme centre, & de l'intervalle LD, un arc qui coupe cette perpendiculaire à un point comme G, ce point sera le centre diviseur de la méridienne (Liv. II, art. 69). On menera la ligne GL & la ligne GC qui



fasse avec GL l'angle LGC égal à l'élévation du pole sur l'horifon du lieu, le point d'interfection C de la ligne GC avec la méridienne sera le centre du Cadran, qui doit être tantôt au-dessus de l'horizontale, tantôt au-dessous selon que le pole élevé sur le plan, c'est-à-dire, vers lequel le plan est tourné, est inférieur ou supérieur à l'horifon: on tracera ensuite une ligne CPB qui passe par le pied du stile & par le centre du Cadran, ce sera la soustilaire.

5°. On élèvera la ligne DH perpendiculaire sur DL, le point H où elle coupera l'horizontale sera le point de 6 heures, par lequel doit passer l'équinoctiale. Si donc on tire de ce point une perpendiculaire HBM sur la soustilaire, on aura l'équinoctiale qui doit aussi passer par un point M de la méridienne, lequel on déterminera en tirant du point G une ligne GM qui soit perpendiculaire avec GC. Ces deux points H & M suffisent pour mener l'équinoctiale indépendamment de la soustilaire. On peut encore la tracer par une troisième méthode que nous expliquerons ensuite.

6°. On élèvera du pied du stile P la perpendiculaire PS sur la soustilaire, laquelle soit égale à la hauteur du stile; ensuite on tirera du point S au point B le rayon équinoctial BS, & on prendra BA égale à BS, le point A sera le centre diviseur de l'équinoctiale. On décrira de ce point, comme centre, & d'un intervalle arbitraire une circonférence, laquelle on divisera en 24 parties égales, en commençant par le point d'interfection K d'un rayon mené au point M, ou par le point I, qui est l'interfection d'un autre rayon mené au point H. Enfin on menera des rayons qui passent par les points de divisions de la circonférence. Ces rayons prolongés, s'il le faut, couperont l'équinoctiale en des points qui seront les points horaires. Si donc on mene du centre du Cadran des lignes à ces points, ce seront les lignes horaires, que l'on pourroit aussi tracer par le moyen de deux équinoctiales, comme nous l'avons dit.

Fig. 6.

*Comment on se sert du calcul pour trouver plusieurs points des Cadrans Inclinsés & pour tracer plusieurs lignes.*

46. On pourroit se servir du calcul des triangles rectangles pour trouver quelques-uns des points, & pour décrire plusieurs lignes des Cadrans inclinés. Par exemple, la verticale du plan étant tirée, & la hauteur du stile étant connue avec le pied du stile, si on connoît aussi l'inclinaison du plan, on trouvera facilement la position du zenith V par le moyen du triangle rectangle XPV, dont on connoît le côté XP, qui est la hauteur du stile, & l'angle PXV qui est l'inclinaison du plan. Il ne s'agit que de chercher la longueur de PV, qui est la tangente de l'inclinaison en supposant qu'on prend la hauteur XP pour rayon, & le point X pour centre. De même on trouvera le point O par où doit passer l'horizontale, en se servant du triangle rectangle XPO, dont l'angle PXO est le complément de l'inclinaison, puisque l'angle OXV est droit (14) : il suffira de chercher PO, qui est la tangente de PXO, en regardant la hauteur XP comme sinus total ou rayon. Pareillement connoissant la déclinaison du plan, qui est l'angle ODL, & ayant mesuré DO, qui est égal à XO, on pourra déterminer le point L par où doit passer la méridienne, en se servant du triangle rectangle DOL, il ne faut que chercher la longueur de OL, qui est la tangente de la déclinaison ODL en regardant le côté DO comme rayon. On trouvera aussi par le triangle rectangle DOH le point H par lequel doit passer l'équinoctiale : car dans ce triangle on connoît l'angle ODH, qui est le complément de la déclinaison du plan, puisque l'angle LDH est droit à cause de la base LH qui représente un quart de cercle, sçavoir l'arc de l'horison compris entre le méridien & l'équateur. Par conséquent on trouvera le côté OH,

qui est la tangente de l'angle ODH en prenant le côté DO pour rayon. Fig. 6.

47. Le zenith V ayant été déterminé, comme aussi le point L, on tracera la méridienne en la faisant passer par ces deux points. Mais il peut arriver que le point vertical V soit hors de l'étendue du plan, à cause de la grande inclinaison de ce plan, auquel cas on seroit peut-être embarrassé pour tracer la méridienne, si d'ailleurs le centre n'étoit pas connu, ou s'il étoit aussi hors de l'étendue du plan, à cause de son grand éloignement. Dans ce cas pour décrire cette ligne on pourroit employer la méthode suivante, qui suppose seulement qu'on a trouvé l'inclinaison & la déclinaison du plan. On fera cette proportion pour trouver l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne, qui est l'angle V du triangle rectangle VOL, *La sécante de l'inclinaison du plan est à la tangente de sa déclinaison, comme le sinus total est à la tangente de l'angle cherché.* Pour appercevoir la raison de cette proportion, il faut considérer les deux triangles rectangles OXV & DOL, qui ont les côtés OX & DO égaux par la construction. Or si dans le premier triangle je regarde le côté OX comme rayon, qui ait pour centre le point O, le côté OV sera la sécante de l'angle XOV, que l'on peut prendre pour l'inclinaison du plan, puisqu'il est égal à l'angle PXV, à cause que chacun des deux est le complément du troisième OXP. De même si dans l'autre triangle DOL on regarde DO comme rayon qui ait pour centre D, le côté OL sera la tangente de la déclinaison ODL; ainsi dans le triangle rectangle VOL, le côté OV peut être regardé comme la sécante de l'inclinaison du plan, & en même-tems comme sinus total, dont le centre est V, & le côté OL, comme tangente de la déclinaison du plan, & comme tangente de l'angle V compris entre la verticale du plan & la méridienne. On aura donc la proportion, *La sécante de l'inclinaison du*

**Fig. 6.** *plan est à la tangente de la déclinaison , comme le sinus total est à la tangente de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne.* Après qu'on aura trouvé cet angle on connoîtra son complément OLV ou CLR que la méridienne fait avec l'horizontale ; ainsi pour tracer la méridienne , il n'y aura qu'à tirer une ligne par le point L , qui fasse avec l'horizontale un angle égal au complément de l'angle trouvé OVL , ce sera la méridienne.

Si on suppose que l'inclinaison du plan est de  $47^{\text{d}} 20'$  , & sa déclinaison de  $36^{\text{d}} 25'$  , la proportion marquée ci-dessus aura pour logarith. 1016894 , 986789 , 1000000 , 969895 , dont le dernier est la tangente artificielle de  $26^{\text{d}} 34'$  , c'est la valeur de l'angle compris entre la verticale du plan & la méridienne. Ainsi son complément 63 deg. 26 min. est l'angle que doit faire la méridienne avec l'horizontale.

*Méthode de trouver par le calcul les points horaires sur l'équinoctiale ou sur l'horizontale , & de tracer les lignes horaires.*

48. On peut aussi trouver les points horaires sur l'équinoctiale , & tracer les lignes horaires par le moyen du calcul. Pour cet effet il faut mesurer  $1^{\circ}$ . l'angle PSB égal à SCP qui est la hauteur du pôle sur le plan , ( on peut aussi trouver cet angle par l'art. 99 du second Liv. )  $2^{\circ}$ . l'angle BAM qui est la différence des longitudes. La valeur de l'angle SCP étant connue , on imaginera le rayon SB augmenté ou diminué jusqu'à ce qu'il contienne 1000 parties égales de l'échelle que je suppose que l'on a , & on regardera ce côté du nouveau triangle rectangle CSB comme le sinus total , dont le centre est B ; auquel cas le côté BC sera la sécante de l'angle CBS , qui est le complément de la hauteur du pôle sur le plan ; par conséquent on trouvera dans la table des sécantes combien la ligne BC doit contenir



de parties égales à celles dont la ligne SB en contient 1000; & par-là on connoîtra la distance du centre du Cadran à l'équinoctiale. Fig. 6.

49. Après que les deux angles PSB & BAM auront été mesurés, on pourra ôter le faux stile & effacer toutes les lignes qui avoient été tirées pour déterminer ces deux angles, excepté peut-être la souffilaire, si on la trouve bien placée par rapport à l'éten due du plan : si on ne la trouve pas bien située, il faut avant de l'effacer lui tirer une parallèle en quel endroit du plan on voudra, laquelle on prendra pour la souffilaire. Après cela on choisira sur cette ligne un point que l'on regardera comme le centre du Cadran : on le prendra au haut du plan, si le centre doit être au-dessus de l'équinoctiale. On marquera ensuite un autre point sur la souffilaire, qui soit distant du centre autant que l'équinoctiale en doit être éloignée ( cette distance est la sécante de l'angle CBS : ) & on élèvera sur ce point une perpendiculaire à la souffilaire ; ce sera l'équinoc tiale. Après cela on cherchera combien la tangente de l'angle BAM, qui est la différence des longitudes, doit contenir de parties égales à celles dont le rayon équinoctial AB en contient 1000, & on prendra BM sur l'équinoctiale avec l'échelle des parties égales, laquelle ligne BM contienne le nombre des parties que doit avoir cette tangente ; le point M sera le point de midi sur l'équinoctiale. Si donc on tire du centre C une ligne qui passe par le point M, ce sera la méri dienne. On trouvera tous les points horaires sur l'équi noctiale par le calcul de la même manière qu'on les a trouvés pour les Cadrans verticaux dans le troisième Problème ( Liv. II, art. 224 & 225 ), & on menera du centre du Cadran des lignes aux points horaires : ce seront des lignes horaires. Si le centre est trop éloigné de l'équinoctiale on tirera une seconde équinoctiale, puis une troisième, & ensuite une quatrième & une cinquième, s'il est nécessaire, comme nous l'avons dit

Fig. 6. dans le quatrième Problème ( Liv. II , art. 232 ), sur la description des Cadrans verticaux.

50. Quand on connoît l'inclinaison & la déclinaison du plan , on pourroit par le seul calcul trouver la hauteur du pôle sur le plan & la différence des longitudes ou des méridiens , sans mesurer ces angles , comme nous l'avons prescrit : mais il faudroit pour expliquer cette méthode proposée & démontrer plusieurs Problèmes , que nous omettons afin d'abrégé. On peut les voir à la fin des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1707.

51. REMARQUE. Le rayon équinoctial BS étant supposé de 1000 parties , la hauteur du stile n'est plus la même qu'elle étoit lorsque ce rayon avoit une longueur différente. Mais si on vouloit sçavoir quelle est pour lors la hauteur du stile , on la trouveroit aisément en regardant le côté BS du triangle rectangle SPB , comme le rayon dont le point B est le centre ; car pour lors la hauteur SP est le sinus de l'angle aigu SBP dont on connoît la valeur , puisqu'il est le complément de l'autre angle aigu en S que l'on a mesuré. On trouvera pareillement quelle doit être la longueur du côté PB en supposant le rayon équinoctial BS de 1000 parties. Il faut pour cela regarder le point S comme centre du sinus total BS , & le côté BP sera le sinus de l'angle S. On voit bien que la hauteur & le pied du stile étant changés , toutes les autres lignes changent de place , & ne se coupent plus au même point , excepté la soustilaire , & même l'équinoctiale pourvû qu'on conserve le même point B.

52. On peut encore marquer les points horaires sur la ligne horizontale , en suivant la méthode expliquée dans le sixième Problème touchant la construction des Cadrans verticaux ( Liv. II , art. 242 ) , pourvû qu'on regarde la ligne DO égale à XO , comme le rayon ou le sinus total dans tous les triangles rectangles , tels que DO12 , DO11 , DO10 , DO9 , DO1 ,

DO<sub>2</sub>, DO<sub>3</sub>, &c. formés par cette ligne DO, par les différentes tangentes OL ou O<sub>12</sub>, O<sub>11</sub>, O<sub>10</sub>, O<sub>9</sub>, &c. ou bien O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, &c. enfin par les lignes qu'on conçoit tirées du point D à tous les points horaires; en sorte que le point O qui est l'intersection de la verticale du plan avec l'horizontale tiendra la place du point P dans les Cadrans verticaux.

Fig. 61

53. Pour trouver aisément dans cette méthode la longueur des tangentes O<sub>12</sub>, O<sub>11</sub>, O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, &c. il faut supposer le sinus total DO égal à 1000 parties, ou à un autre nombre qui contienne des parties aliquotes de 1000, & chercher par le triangle rectangle XPO, dont le côté XO est égal à DO, quelle doit être la hauteur du stile XP ou SP dans cette supposition, afin de trouver ensuite par le triangle rectangle SPC la distance CP, qui est la tangente de CSP complément de l'angle mesuré PSB, en prenant SP pour rayon, & le point S pour centre: on cherchera aussi par le triangle XPO le côté OP, qui est la distance de l'horizontale au pied du stile. Il s'agit présentement d'expliquer comment on trouve l'inclinaison & la déclinaison des Cadrans inclinés.

*Comment on mesure l'inclinaison d'un plan.*

54. Afin de mesurer l'inclinaison d'un plan, il faut avoir un instrument tel que CABD de métal, par exemple de cuivre, qui soit un quarré ou un rectangle dans lequel il y ait un quart de cercle EF de 7 à 8 pouces de rayon, dont le centre soit le point C, auquel on doit faire un petit trou pour passer un fil de soie qui soutienne un plomb. Le quart de cercle doit être divisé en degrés, & même en minutes de 5 en 5 ou de 10 en 10, par le moyen des circonférences concentriques & des lignes droites transversales qu'il faut marquer sur le limbe ou la largeur du quart de cercle. Les quatre côtés de cet instrument sont des règles de cuivre, dont celle qui est marquée par CA doit

Fig. 74

Fig. 7. avoir une échancrure entre E & A, afin que le plomb puisse y tenir, lorsque le fil qui le soutient passe par zero, ou le commencement de la division, que je suppose être au point E. Il faut aussi faire une échancrure semblable dans la règle CD entre F & D, afin que le plomb puisse s'y loger lorsque le fil passe à la fin du 90<sup>me</sup> degré. L'instrument étant construit de cette manière, si on applique la règle AB sur la verticale d'un plan supérieur désigné par IL, ou sur une parallèle à cette verticale, l'angle ECG compris entre le côté CA & le fil CGP, lequel angle est mesuré par l'arc EG, sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le prouver soit tirée la ligne horizontale HOR, l'angle AOH ou ROL sera l'inclinaison du plan. Or je dis que l'angle ECG est égal à l'angle AOH: car le triangle CAO étant rectangle, l'angle ECG est le complément de AOC. Or AOH est aussi complément de AOC, à cause de l'angle droit COH: donc les angles ECG & AOH sont égaux; ainsi pour connoître l'inclinaison du plan, il n'y aura qu'à voir combien l'arc EG contient de degrés & de minutes. Il est évident que si le plan IL étoit horizontal, comme HR, alors l'angle ECG seroit nul, parce que le fil passeroit par le point E, qui est le commencement des degrés marqués sur l'arc de cercle.

Fig. 8. 55. Si le plan est inférieur, il faut appliquer la règle CD opposée à AB sur une parallèle à la verticale du plan, & alors l'angle ECG sera égal à l'inclinaison du plan. Pour le faire voir il faut tirer l'horizontale HCR, l'angle ICH ou RCL sera l'inclinaison du plan. Or ICH est égal à ECG; car ICH est le complément de l'angle HCE, parce que l'angle ICA est droit, aussi-bien que ACD. Pareillement ECG est le complément du même angle HCE, à cause de l'angle droit HCG; par conséquent les angles ICH & ECG sont égaux entr'eux. On voit bien que si le plan



plan IL étoit vertical, alors l'angle ECG seroit droit, parce que le fil passeroit par le point F.

56. Quoique nous ayons dit qu'il faut appliquer un des côtés de l'instrument sur une parallèle à la verticale du plan, afin d'en mesurer l'inclinaison, il n'est pourtant pas nécessaire que la verticale soit tracée afin de faire cette opération, parce que l'on connoîtra que la règle répond à une de ces parallèles, quand l'instrument donne une plus grande inclinaison que s'il étoit appliqué de toute autre manière sur le plan (je suppose qu'il est toujours perpendiculaire au plan). D'ailleurs il suffit que la règle soit à peu-près posée le long d'une de ces parallèles.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode de trouver l'inclinaison du plan, que nous avons expliquée au commencement de ce Livre ( 12 ).

### *Plusieurs méthodes de trouver la déclinaison d'un plan incliné.*

On trouve la déclinaison du plan incliné à peu-près de la même manière que celle d'un plan vertical, c'est pourquoi nous en parlerons en peu de mots, en rappelant quelques méthodes que nous avons proposées touchant les plans verticaux, & en avertissant de ce qu'il faut y changer quand on en fait l'application aux plans inclinés.

57. Ainsi par rapport à la cinquième méthode expliquée dans le cinquième Problème ( Liv. II, art. 121 ), il faut prendre plusieurs points d'ombre, comme *f*, *F*, *G*; ensuite tirer des lignes du point vertical *V* qui passent par les points d'ombre, & qui coupent l'horizontale aux points *i*, *I*, *K*; ces lignes *Vi*, *VI*, *VK* représenteront les verticaux auxquels répond le Soleil dans les instans où l'on a pris les points d'ombre. Après cela on mesurera avec le compas à verge les lignes *Oi*, *OI*, *OK* qui représentent les arcs de l'horizon

Fig. 25

Fig. 9.

fon compris entre le vertical du plan & les verticaux du soleil : on mesurera aussi la ligne  $DO = XO$ . Quand on aura pris la grandeur de ces lignes, qui sont des côtés des triangles rectangles  $DOi$ ,  $DOI$ ,  $DOK$ , on cherchera par le calcul quels sont les angles en  $D$  de ces triangles. Or on trouvera ces angles, par exemple  $ODI$ , par l'analogie suivante, dans laquelle on considère  $DO$  comme sinus total, &  $D$  comme centre, auquel cas  $OI$  devient tangente de l'angle  $ODI$  : *DO est à  $OI$ , comme le sinus total est à la tangente de l'angle  $ODI$* . Cet angle, qui est celui que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan, à cause qu'il a son sommet au centre diviseur de l'horizontale, & que d'ailleurs  $OI$  représente l'arc de l'horison compris entre ces deux cercles, cet angle, dis-je, étant connu, on cherchera quelle étoit la hauteur du Soleil à l'instant qu'on a marqué le point d'ombre; ( nous en expliquerons ensuite la méthode ). Enfin on cherche l'angle du vertical du Soleil avec le méridien ( Liv. II, art. 122. ); ce qui suppose qu'on connoît la latitude du lieu, la déclinaison du Soleil & sa hauteur sur l'horison. Quand on a trouvé les deux angles que fait le vertical du Soleil avec le vertical du plan & avec le méridien, on les compare, soit en les ajoutant, soit en retranchant l'un de l'autre, & la somme ou la différence est la déclinaison du plan ( Liv. II, art. 121 ).

§ 8. Voici comment on peut trouver la hauteur du Soleil par l'ombre du stile attaché à un plan incliné. Soit le point d'ombre  $F$ , il faut tirer la verticale  $VFI$  & la ligne  $DI$ , après quoi on abaissera du point  $P$  la perpendiculaire  $Pd$  sur cette verticale, & du point  $I$ , comme centre, & d'un intervalle égal à  $DI$ , on décrira un arc qui coupe cette perpendiculaire au point  $d$ ; ce point sera le centre diviseur de la verticale  $VI$ , parce que l'horizontale & cette verticale se coupant au point  $I$ , les centres diviseurs  $D$  &  $d$  de ces deux lignes doivent être à égale distance du point d'intersection

(Liv. II, art. 69). Le centre diviseur  $d$  étant trouvé, on tirera de ce point une ligne au point  $F$ , lequel désigne le lieu du Soleil, & une autre au point  $I$  de l'horizontale, l'angle  $FdI$  fera la hauteur du Soleil sur l'horison, puisque cet angle a pour mesure l'arc du vertical représenté par  $FI$ , lequel arc est entre le Soleil & l'horison. Il s'agit donc de trouver cet angle; ce qui se fera en mesurant les trois lignes  $dp$ ,  $pI$  &  $pF$ , afin de connoître deux côtés de chacun des triangles rectangles  $dpI$  &  $dpF$ , dans lesquels il faut regarder  $dp$  comme le sinus total, dont le centre est  $d$ , & alors les côtés  $pI$  &  $pF$  seront les tangentes des angles opposés  $p d I$  &  $p d F$ , dont le second étant ôté du premier, le reste sera l'angle  $FdI$ , qui est la hauteur cherchée.

59. La sixième méthode expliquée dans l'art. 144 du second Livre, a aussi lieu pour les plans inclinés. Il faut prendre des points d'ombre correspondans, c'est-à-dire, à des instans également éloignés de midi, tels que les points  $F$  &  $G$ , ensuite mener du point vertical  $V$  des lignes qui passent par ces points  $F$ ,  $G$ , & qui soient prolongées jusqu'à ce qu'elles rencontrent l'horizontale aux points  $I$  &  $K$ . Si on tire du centre diviseur  $D$  de l'horizontale des lignes  $DI$ ,  $DK$ , l'angle  $IDK$  qui a son sommet au centre diviseur de l'horizontale, a pour mesure l'arc de l'horison compris entre les verticaux désignés par  $VI$ ,  $VK$ : ainsi cet angle est égal à celui que font ces deux verticaux. Mais l'angle que font les mêmes verticaux est coupé en deux parties égales par le méridien: donc si on partage également l'angle  $IDK$  par la ligne  $DL$ , elle aboutira à un point de l'horizontale par lequel doit passer la méridienne; donc l'angle  $ODL$  formé par la verticale du plan & par la ligne  $DL$ , est la déclinaison du plan (Liv. II, art. 43).

Outre ces méthodes on peut encore déduire la déclinaison du plan de la description des lignes méridienne, soustilaire & équinoctiale. Nous allons parler

Fig. 9.

de chacune en peu de mots , en supposant toujours que la verticale & l'horizontale sont tracées, & qu'on a marqué le point vertical & le centre diviseur de cette dernière ligne.

60. 1°. On peut décrire la méridienne en prenant un point d'ombre à midi : car une ligne tirée du point vertical & qui passe par ce point d'ombre est la méridienne. Or la méridienne étant tirée , on trouve facilement la déclinaison du plan , puisque si on tire une ligne du centre diviseur D au point L , où je suppose que la méridienne coupe l'horizontale , l'angle ODL sera la déclinaison du plan ( Liv. II , art. 43 ) , parce qu'il est égal à celui qui est compris entre le vertical du plan & le méridien.

Fig. 6.

61. 2°. On trace la soustilaire par la méthode générale expliquée dans le 3<sup>me</sup> Problème de la seconde section du Liv. II , art. 93. Cette ligne étant décrite , on cherchera encore la hauteur du pôle sur le plan par la méthode exposée au Liv. II , articles 96 & 98. Or ces deux choses étant connues , on tirera du pied du stile sur la soustilaire une perpendiculaire PS égale à la hauteur du stile , & on menera la ligne SB qui fasse l'angle PSB égal à la hauteur du pôle sur le plan , & le point d'intersection de la ligne SB avec la soustilaire , sera celui par lequel doit passer l'équinoctiale , qui doit être perpendiculaire à la soustilaire. Or l'équinoctiale étant tirée , on trouve la déclinaison du plan , comme on le dira à la fin de ce Livre. On peut déterminer la longueur de PB par le calcul , sans avoir besoin de tirer les lignes SP & SB , il suffit de les concevoir , puisque si on considère SP comme sinus total , & le point S comme centre , PB est la tangente de l'angle connu PSB ; ainsi il n'y aura qu'à faire cette proportion : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pôle sur le plan , comme la hauteur du stile SP est à PB.*

3°. Nous allons ajouter un Problème pour mener la ligne équinoctiale par une méthode qui ne suppose



ni la connoissance de la hauteur du pole, ni celle de la déclinaison du plan, & qui peut être employée tant pour les plans verticaux que pour les inclinés.

## P R O B L È M E.

62. Deux points d'ombre étant donnés sur un plan avec la déclinaison du Soleil au tems où l'on a pris les deux points d'ombre, trouver la ligne équinoctiale.

Soit S le sommet du stile ST; les deux points d'ombre V & X, qu'il faut prendre fort éloignés l'un de l'autre.

Fig. 10.

1°. On tirera la ligne  $sv$  égale à la distance du sommet du stile au point d'ombre V, & on fera l'angle  $vsh$  égal à la déclinaison du soleil dans le tems qu'on a pris le point d'ombre V. Il est bon de se servir d'une planche dont la surface soit unie & plane, afin de tirer la ligne  $sv$ , & de faire l'angle  $vsh$ .

2°. On décrira ensuite du point V, comme centre, & d'un intervalle pris à discretion, une circonférence FG, & du point V on tirera plusieurs rayons, comme VF & VG. On décrira aussi une seconde circonférence  $fg$  du point  $v$  comme centre, & du même intervalle dont on a décrit la première.

3°. On prendra avec le compas la distance du sommet du stile au point F; & gardant cette distance, on mettra une pointe du compas sur le point  $f$ , & on décrira un arc qui coupe la circonférence  $fg$  au point  $f$ . On prendra de même la distance du sommet S au point G, & appliquant une pointe du compas en  $f$ , on décrira avec cette distance un arc qui coupe la circonférence  $fg$  au point  $g$ . On fera la même chose pour les autres points marqués sur la première circonférence.

4°. On tirera des rayons du centre de la seconde circonférence  $fg$  au point d'intersection des arcs avec cette circonférence, & on prolongera ces rayons, s'il est nécessaire, jusqu'à ce qu'ils coupent la ligne  $sk$  aux

Fig. 10. points  $h$  &  $k$  : après quoi on prendra avec le compas les distances  $uh$  &  $uk$  que l'on portera sur les rayons  $VF$  &  $VG$  depuis  $V$ , & on tirera une courbe  $HK$  qui passe par les points  $H$  &  $K$  qui termineront ces distances, & par plusieurs autres qu'on déterminera de la même manière.

5°. On fera la même chose pour l'autre point d'ombre  $X$ , & on décrira une seconde courbe  $NR$ , comme on a décrit la première, en faisant un angle  $xfn$  égal à la déclinaison du soleil dans le tems qu'on aura marqué ce second point d'ombre, lequel angle ait le côté  $fx$  égal à la distance depuis le sommet du stile au point  $X$ .

Je dis que si on tire une ligne droite qui soit tangente de l'une & de l'autre courbe, cette tangente sera l'équinoctiale par rapport au sommet du stile. Lorsque l'on verra à peu près l'endroit de l'une & de l'autre courbe par où doit passer la tangente, il faudra tirer vers ce côté-là plusieurs rayons des centres  $V$  &  $X$ , & déterminer un plus grand nombre de points des courbes, afin de les tracer plus exactement dans cet endroit.

### D É M O N S T R A T I O N .

Si le soleil étoit à l'équateur dans le tems que l'on prend les deux points d'ombre, la ligne équinoctiale passeroit par ces deux points; parce que la ligne que décrit l'ombre du soleil dans un jour sur un plan, représente le cercle que décrit le soleil pendant ce jour. Mais si le soleil est à quelque distance de l'équateur, il est évident que la ligne qui passeroit alors par les deux points d'ombre ne seroit pas l'équinoctiale. Or pour déterminer la position de cette équinoctiale, il faut imaginer un angle égal à la déclinaison qu'avoit le soleil dans l'instant auquel on a marqué le premier point d'ombre  $V$ , dont le sommet soit à l'extrémité du stile, & dont un des côtés soit la ligne  $SV$  tirée de cette

extrémité à ce point d'ombre. Si on conçoit que l'autre côté de l'angle tourne autour du premier côté qui aboutit à ce point d'ombre, ce second côté, qu'il faut toujours concevoir prolongé jusqu'à la surface du mur, décrira en tournant une ligne courbe sur le plan, laquelle marquera par quelqu'un de ces points la distance de la ligne équinoctiale au premier point d'ombre; ainsi cette ligne touchera la courbe au point qui marquera cette distance. Il faut pareillement imaginer un autre angle égal à la déclinaison qu'avoit le soleil dans le tems qu'on a pris le second point d'ombre, lequel ait aussi son sommet à l'extrémité du stile & un de ses côtés aboutissant à ce point d'ombre: en concevant que ce second angle tourne comme le premier autour du côté qui se termine au point d'ombre, l'autre côté décrira aussi une courbe autour de ce point: & cette courbe marquera par quelqu'un de ses points la distance de l'équinoctiale au second point d'ombre; par conséquent cette ligne touchera aussi la seconde courbe au point qui marquera cette distance: ainsi l'équinoctiale doit être tangente de l'une & de l'autre courbe. Si donc on tire une ligne qui touche les deux courbes, elle sera l'équinoctiale cherchée. Or en faisant réflexion à la méthode prescrite dans ce Problème, on verra que ces deux courbes décrites par la révolution des deux angles sont les mêmes que celles qui ont été décrites par cette méthode. Par conséquent en suivant cette méthode on trouve l'équinoctiale.

63. On peut tirer une tangente ou à la partie supérieure des courbes ou à la partie inférieure. Mais il est facile de déterminer à laquelle des deux il faut mener la tangente. Car lorsque la déclinaison du soleil est septentrionale, alors l'équinoctiale touche la partie supérieure des courbes; parce que le soleil étant alors plus près de notre zenith que quand il est à l'équateur, on conçoit que les points d'ombre sont plus bas que lorsqu'il répond à l'équateur, ou, ce qui est la même

chose, les points d'ombre du soleil, lorsqu'il décrit l'équateur, sont au-dessus de ceux qui tombent sur le même plan lorsqu'il est plus près de notre zenith que l'équateur. Or, comme nous avons dit, l'équinoctiale doit passer par les points d'ombre du soleil lorsqu'il est à l'équateur. Par la raison contraire il faut tirer la tangente à la partie inférieure des courbes, lorsque la déclinaison du soleil est méridionale. On parle ici des plans qui sont dans la partie septentrionale de la terre hors des deux tropiques. Cela supposé, la Regle est généralement vraie pour tous les plans verticaux : mais s'il s'agit des plans inclinés, il faut excepter les supérieurs du nord & les inférieurs du midi, lorsque les uns & les autres ont une inclinaison moindre que l'élévation de l'équateur ; & que d'ailleurs leur déclinaison n'est pas bien grande, parce que sur ces deux especes de plans l'équinoctiale doit être au-dessous des points d'ombre du soleil, quand il répond aux signes septentrionaux.

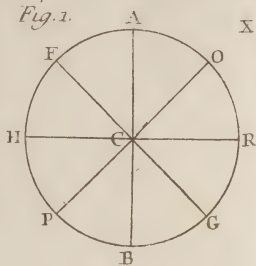
64. Si on marquoit la trace de l'ombre du soleil sur un plan, cette trace ne seroit une ligne droite que quand le soleil décriroit l'équateur ( Liv. II, art. 5 ), parce que de tous les cercles que le soleil décrit chaque jour pendant l'année, il n'y a que l'équateur qui ait pour centre l'extrémité du stile, laquelle peut être considérée comme le centre de la terre.

Fig. 6.

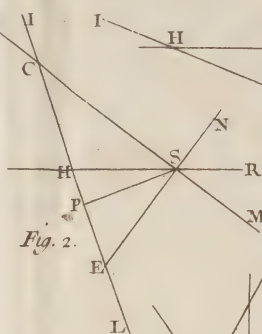
65. L'équinoctiale HBM étant décrite, on trouvera ainsi la déclinaison du plan : il faut tirer du point H où cette ligne coupe l'horizontale, une ligne DH au centre diviseur de l'horizontale, & du point D on élèvera une perpendiculaire DL sur DH ; on aura l'angle ODL qui sera la déclinaison du plan : car l'angle HDL étant droit, & le point H étant l'intersection de l'horizontale avec l'équinoctiale, le point L doit être l'intersection de la même ligne avec la méridienne, puisque l'arc de l'horison compris entre l'équateur & le méridien est un quart de cercle. Or cela étant ainsi l'angle ODL



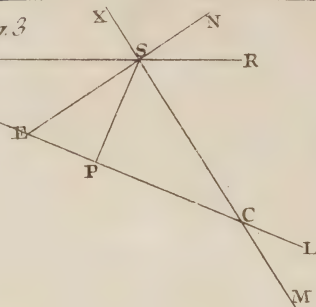
*Fig. 1.*



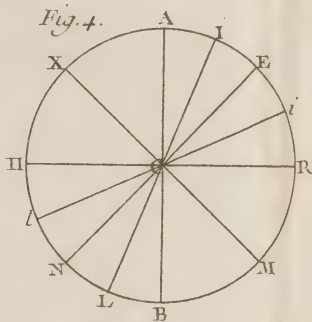
*Fig. 2.*



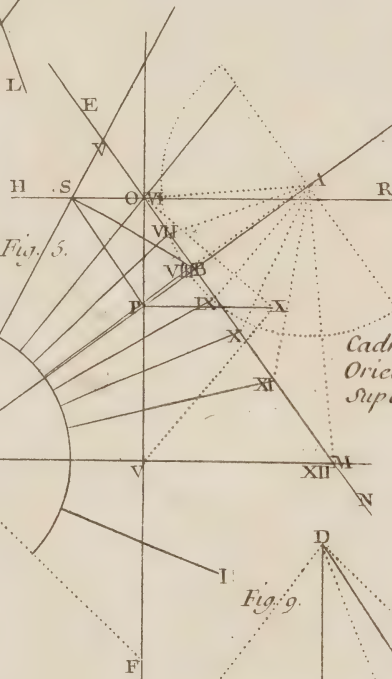
*Fig. 3.*



*Fig. 4.*

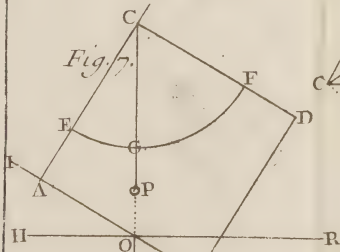


*Fig. 5.*

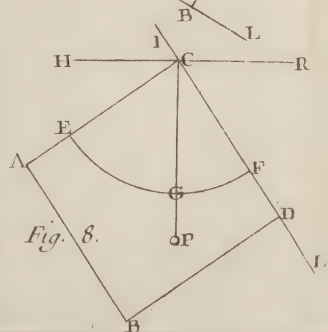


*Cadran incliné  
Oriental  
Superieur*

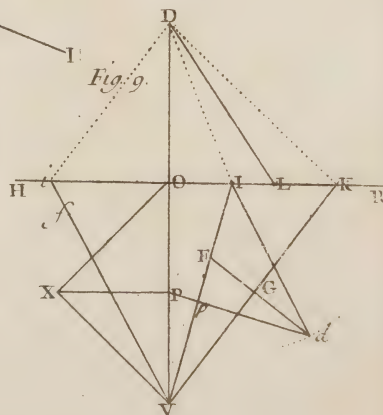
*Fig. 7.*



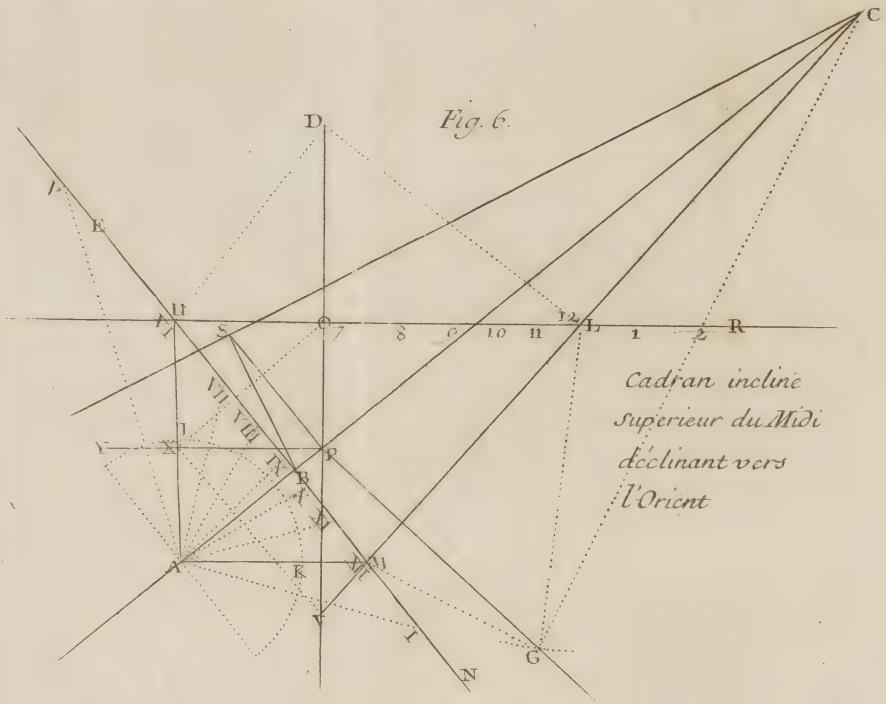
*Fig. 8.*



*Fig. 9.*











doit être la déclinaison du plan ( Liv. II, art. 43 ), Fig. 6.  
parce qu'il est égal à celui qui est compris entre le vertical du plan & le méridien.

66. Quand l'équinoctiale est tracée, on peut tirer facilement la soustilaire, il suffit de mener du pied du stile une perpendiculaire sur l'équinoctiale. Ainsi on pourra mesurer PB qui est la partie de la soustilaire comprise entre le pied du stile & l'équinoctiale. Or connoissant PB & la hauteur du stile SP qui sont deux côtés du triangle rectangle SPB, on trouvera l'angle PSB égal à SCP qui est la hauteur du pole sur le plan, on trouvera, dis-je, cet angle en faisant l'analogie suivante : *La hauteur du stile SP est à PB comme le sinus total est à la tangente de l'angle PSB.* Si le plan est vertical, on trouvera par cet angle la déclinaison du plan, en se servant de l'analogie de l'art. 104. du second Livre.

*Fin du troisième Livre.*





## LIVRE QUATRIÈME.

DAns ce quatrième Livre nous parlerons de plusieurs choses que nous n'aurions pû insérer commodément dans les livres précédens en donnant aux matieres une étendue convenable ; sçavoir 1°. des premieres & des dernieres heures ; 2°. de la maniere de placer l'axe ; 3°. de la description de la méridienne soit du tems vrai , soit du tems moyen ; 4°. des arcs des Signes & des arcs diurnes ; 5°. de l'Anneau astronomique.

### *DES PREMIERES ET DES DERNIERES heures qu'il faut marquer sur les Cadrans.*

#### ART. I.

L Orsqu'il s'agit des Cadrans horisontaux on marque toutes les heures depuis le lever du Soleil jusqu'au coucher au plus long jour de l'année , c'est-à-dire , au solstice d'Été ; parce que le Soleil éclaire le plan horisontal pendant tout le tems qu'il est sur l'horison. Or voici l'analogie par laquelle on trouvera ce qu'il faut ajouter à 6 heures pour avoir la moitié de la durée du plus long jour de l'année : *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du Soleil qui est alors de  $23^{\text{d}} 28'$  , comme le sinus total est au sinus d'un nombre de degrés qu'il faudra réduire en heures , & les ajouter ensuite à six heures , la somme sera la moitié du plus long jour de l'année ( liv. IV de la Sphere , art. 23 ) ; & par conséquent ce sera la dernière heure du soir qu'il faudra marquer sur le Cadran horisontal. Cette heure fera trouver la première du matin , parce qu'elles sont l'une & l'autre également éloignées de midi.*

2. Il n'en est pas de même des Cadrans verticaux; car afin qu'ils reçoivent directement la lumière du Soleil, il est nécessaire non-seulement que le Soleil soit au-dessus de l'horison, mais aussi devant le plan vertical, puisque s'il étoit derrière ce plan, il ne pourroit l'éclairer que par réflexion, & non pas directement: en un mot, afin que les rayons du Soleil tombent directement sur le plan vertical, il faut qu'il soit levé tant par rapport à ce plan que par rapport à l'horison.

Avant d'expliquer la manière de trouver les premières & les dernières heures des Cadrans verticaux, qui sont les seuls dont nous nous proposons de parler sur cette matière, nous ferons quelques remarques qui contribueront à l'intelligence de ce que nous avons à dire.

3. 1°. Tout plan qui ne passe pas par les poles de la Terre ou du Monde, a une de ses faces tournée vers le midi ou le sud, & l'autre vers le septentrion ou le nord: ainsi il peut être considéré comme un plan du midi d'un côté, & comme un plan du nord de l'autre côté. Si ce plan ne décline pas, il sera méridional par une de ses faces, & septentrional par l'autre: mais s'il décline, ce sera vers l'orient d'un côté & vers l'occident de l'autre. On entendra cela par la fig. 1 dans laquelle le cercle ESOM représente l'horison; SM le méridien, ou plutôt l'intersection du méridien avec l'horison; EO, celle du premier vertical ou de l'équateur, ou d'un plan soit méridional, soit septentrional; enfin AB, celle d'un plan déclinant avec le même horison; les points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qu'on appelle *Est* & *Ouest*, sont E & O: ceux du septentrion & du midi sont S & M; il est évident que si on considère AB en tant qu'il est tourné vers M, c'est un plan du midi déclinant vers l'orient E; & si on regarde AB en tant qu'il est tourné vers S, c'est un plan du nord déclinant vers l'occident O.

Fig. 1.

4. 2°. Le Soleil ne peut en même-tems éclairer les deux faces d'un plan : quand il est devant l'une il est nécessairement caché par rapport à l'autre : & s'il se leve sur l'une, il se couche à l'égard de l'autre.

5. 3°. Lorsque l'amplitude du soleil est égale à la déclinaison du plan, alors le soleil se leve ou se couche à l'intersection de ce plan avec l'horison ( il faut concevoir le plan prolongé jusqu'à la circonférence de l'horison ). Or quand le soleil se leve au point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors ce plan commence plutôt à être éclairé que tous les autres jours de l'année : & quand le soleil se couche à l'autre point d'intersection de l'horison avec le plan vertical, alors le plan cesse plus tard d'être éclairé que les autres jours.

Fig. 1. Pour entendre la raison de ce que nous avançons, supposons le plan du midi  $ab$  dont la déclinaison soit moindre que l'amplitude qu'a le soleil aux solstices, & que cette amplitude soit  $ET$  &  $OR$ , ou  $Et$  &  $Or$  : il est évident qu'à mesure que le soleil levant ira du point  $t$  au point  $a$ , il éclairera plutôt le plan, parce que le soleil se leve plus matin à mesure qu'il s'approche du tropique du Cancer  $TR$ ; & d'ailleurs il éclaire le plan aussi-tôt qu'il est levé, jusqu'à ce qu'il soit arrivé en  $a$  : mais quand il est parvenu au-delà de ce point, il n'éclaire plus en se levant la face de ce plan tournée au midi, parce qu'il est au nord, eu égard au plan : c'est pourquoi le Soleil éclaire ce plan du midi le plutôt qu'il est possible le jour qu'il se leve au point d'intersection du plan avec l'horison. De même le Soleil allant du point  $r$  au point  $b$ , se couche tous les jours plus tard, & par conséquent il éclaire le plan plus long-tems au soir, parce que le plan est alors éclairé jusqu'à ce que le soleil se couche : mais quand le soleil a passé le point  $b$ , il n'éclaire plus le plan du midi  $ab$  jusqu'au tems du coucher, puisqu'en se couchant il est pour lors du côté du nord par rapport au plan : ainsi le soleil éclaire ce plan du midi le plus tard qu'il soit



possible, quand il se couche au point d'intersection du plan avec l'horison.

6. Afin de trouver le jour auquel le soleil se leve le plutôt ou se couche le plus tard qu'il est possible par rapport au plan, il faut chercher quelle doit être la déclinaison du soleil quand son amplitude est égale à la déclinaison du plan : on se servira pour cet effet de l'analogie de l'art. 31 du 4<sup>m</sup>e Livre de la Sphere, que l'on trouvera ci-après : or quand on connoîtra la déclinaison du soleil on verra par le moyen des tables de la déclinaison du soleil que nous ajouterons à la fin de ce Livre, quel est le jour auquel cette déclinaison est telle qu'on l'aura trouvée.

7. Mais il peut se faire que le soleil ne se leve jamais ni ne se couche au point d'intersection de l'horison & du plan : sçavoir, quand la déclinaison de ce plan est plus grande que l'amplitude orientale ou occidentale du soleil aux solstices, plus grande, dis-je, que n'est cette amplitude par rapport au lieu où est situé le plan : par exemple, si la déclinaison du plan vertical, qui est à la latitude de Paris, est plus grande qu'environ 37 degrés, le soleil ne pourra se lever ni se coucher au point d'intersection de l'horison & du plan. Afin d'entendre la raison de ce que nous avançons, il faut remarquer que quand le plan est méridional ou septentrional, alors il coupe l'horison aux mêmes points que l'équateur : ces points sont l'orient & l'occident des équinoxes, que l'on appelle le *vrai orient & le vrai occident* ; par conséquent lorsque le plan décline, il rencontre l'horison ou plutôt la circonférence de ce cercle à deux points dont l'un est dans la partie septentrionale, & l'autre dans la partie méridionale ; tous les deux à des distances des points de l'orient & de l'occident des équinoxes, qui sont chacune égales à la déclinaison du plan. Si donc cette déclinaison excède l'amplitude du soleil aux solstices qui est la plus grande de toute l'année, il ne pourra se le-

ver ni se coucher aux points de rencontre du plan & de l'horifon.

Fig. 1.

8. Ce que nous venons de dire s'entendra mieux par la fig. 1, dans laquelle les points de rencontre du plan déclinant avec la circonférence de l'horifon sont A & B, la déclinaison du plan est l'angle ACE ou BCO, dont la mesure est l'arc AE ou BO de l'horifon, lesquels arcs sont aussi les distances des points d'interfection A & B aux autres points E & O. Cela posé, on voit clairement que si les distances AE & BO sont plus grandes que les amplitudes du soleil au tems des solstices, lesquelles amplitudes se mesurent aussi par des arcs de l'horifon pris depuis les points de l'orient & de l'occident des équinoxes jusqu'aux points où le soleil se leve ou se couche alors; on voit, dis-je, que si les distances AE & BO sont plus grandes que ces amplitudes, le soleil ne pourra ni se lever ni se coucher aux points A & B, qui sont ceux où le plan déclinant rencontre la circonférence de l'horifon.

9. Il paroît par ce que nous avons dit (5) que si la déclinaison du plan est moindre que la plus grande amplitude du soleil, cet astre se montre le plutôt ou disparoît le plus tard qu'il soit possible par rapport au plan, les deux jours auxquels son amplitude est égale à la déclinaison du plan, parce que c'est alors que le soleil se leve ou se couche au point d'interfection du plan & de la circonférence de l'horifon. Si donc un plan du midi décline vers l'orient, ce sera au Printems & en Eté que le soleil paroîtra le plutôt par rapport au plan, c'est-à-dire, quand il parcourra les signes septentrionaux; & il se cachera le plus tard pour ce plan dans les deux autres saisons: Soit, par exemple, le plan *ab* qui est tourné vers le midi M, & qui décline vers l'orient E: il est évident que le soleil se levera le plutôt qu'il soit possible pour le plan quand il paroîtra le matin au point *a*, lequel point répond aux signes septentrionaux, puisqu'il est

du côté du septentrion S. Il est clair aussi que le soleil se couchera le plus tard pour le plan quand il passera le soir par le point *b* qui est vers le midi. Si le plan du midi décline vers l'occident, comme *fg*, le soleil se montrera le plutôt à ce plan quand il sera au point *g* dans les signes méridionaux, & se cachera le plus tard qu'il soit possible par rapport au même plan, lorsqu'il sera au point *f* dans les signes septentrionaux.

10. Pour ce qui est des plans du nord, il en faut juger tout autrement. S'ils n'avoient point de déclinaison, ils ne jouiroient pas de la présence du soleil pendant l'Automne & l'Hyver, parce qu'il éclaire alors la face opposée des plans, c'est-à-dire, la face méridionale (liv. 2 art. 24), pendant tout le jour. Ils commenceroient seulement à en jouir à l'équinoxe du Printems, & continueroient jusqu'à l'autre équinoxe : mais s'ils déclinent vers l'orient, comme *fg* en tant qu'il est tourné vers S & vers E, ils sont éclairés du soleil le matin avant l'équinoxe du Printems, & après celui d'Automne, sçavoir quand l'amplitude méridionale du soleil est plus petite que leur déclinaison *Eg*, & ne le voient le soir que quelque tems après l'équinoxe du Printems, & avant celui d'Automne, sçavoir lorsque l'amplitude septentrionale est plus grande que leur déclinaison *Of*.

11. Lorsque la déclinaison d'un plan du midi est égale ou même plus grande que la plus grande amplitude du soleil, alors si le plan décline vers l'orient, le soleil paroîtra tous les jours devant le plan au même moment qu'il se levera sur l'horison du lieu; car soit le plan *AB* dont on prenne la face qui est du côté du point *M*, ce sera un plan du midi déclinant vers l'orient *E* : je dis que si la déclinaison *AE* excède la plus grande amplitude du soleil, ou lui est égale, il sera éclairé le matin tout aussi-tôt que cet astre paroîtra sur l'horison, puisque l'amplitude n'étant pas plus

**Fig. 1.** grande que la déclinaison du plan, le soleil sera devant le plan aussi-tôt qu'il se levera : & si le plan est situé hors de la zone torride, il sera éclairé jusqu'après midi ; car le soleil est toujours du côté du pôle méridional par rapport à ce plan jusqu'à ce qu'il ait passé le méridien, & qu'il soit même à quelque distance au-delà. Il est facile de prouver de la même manière que si le plan décline vers l'occident, comme FG, en tant qu'il est tourné en partie vers M, & en partie vers O, il ne cessera d'être éclairé que quand le soleil se couchera.

12. Lorsque la déclinaison d'un plan du nord est plus grande que l'amplitude du soleil aux solstices, si le plan décline vers l'orient, comme FG, qui est un plan du nord en tant qu'il est tourné vers S, le soleil se montrera le matin au plan pendant toute l'année, & ne paroîtra jamais le soir, parce que depuis midi, & même avant jusqu'au soir, le soleil est du côté de la face de ce plan, qui est tourné vers le midi. Si le plan décline vers l'occident, comme la face de AB tournée vers S, le soleil paroîtra après midi devant ce plan pendant toute l'année, & jamais avant midi. On suppose ici que le plan est situé hors de la zone torride.

13. Voici une méthode de trouver quelles sont les premières & les dernières heures qu'il faut marquer sur un Cadran du midi dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du soleil. Il faut concevoir un Cadran horizontal qui coupe le Cadran vertical, comme nous l'avons supposé (Liv. II, art. 242.), de manière que l'axe de celui-ci rencontre le centre du premier, & que la méridienne du premier aille aboutir à celle du second ; les autres lignes horaires du premier qui rencontrent le plan vertical iront aussi aboutir aux autres lignes horaires correspondantes du second, puisque les deux Cadrans ayant le même axe, ce sont les mêmes cercles horaires qui en coupant les deux plans font les lignes horaires sur l'un & sur l'autre plan. Or de toutes les lignes horaires du Cadran horizontal,



horizontal, c'est celle qui est parallèle au plan vertical qui désigne la première & la dernière heure qu'il faut marquer sur un Cadran vertical. Voici comment on trouve cette ligne horaire du Cadran horizontal.

14. Que la ligne CMA représente la méridienne du Cadran horizontal, la ligne EMO perpendiculaire à CMA sera l'intersection du premier vertical avec le plan horizontal, & désignera par ses extrémités E & O l'orient & l'occident : il faut tirer la ligne IL ou IML qui fasse avec la perpendiculaire EO l'angle IMO égal à la déclinaison du plan vertical ( je suppose que le plan décline vers l'orient ) : cette ligne IL sera celle du plan, c'est-à-dire, qu'elle représentera l'intersection du plan vertical avec le plan horizontal, dont la méridienne est CMA : ainsi de toutes les lignes horaires du Cadran horizontal, celle qui est parallèle à cette ligne du plan désigne la première & la dernière heure du Cadran vertical, lorsqu'elle est prolongée de part & d'autre au-delà du centre C. Or cette ligne horaire RCT, parallèle à IML, fait avec la méridienne CM un angle aigu TCM égal à CMI qui est le complément de IMO déclinaison du plan. Il ne s'agit donc que de trouver une ligne horaire entre celle du soir qui fasse avec la méridienne un angle égal au complément de la déclinaison du plan : ( nous disons une ligne horaire entre celle du soir, parce que nous avons supposé le Cadran vertical déclinant vers l'orient ). On apprendra la méthode de trouver cette ligne par l'exemple suivant.

15. Supposons qu'un plan du midi situé au quarante-neuvième degré de latitude décline vers l'orient de 30 deg. l'angle TCM sera de 60<sup>d</sup>, puisqu'il est égal à l'angle CMI, qui est le complément de la déclinaison du plan ; il faut donc chercher quelle est la ligne horaire du soir, qui fait avec CM un angle de 60<sup>d</sup>. Or cela se trouve par la proportion dont on se sert

pour connoître les angles horaires du Cadran horifontal ( liv. I, art. 50 ). La voici : *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole , comme la tangente de la distance du soleil au méridien , est à la tangente de l'angle horaire , qui est ici de 60 degrés , ou bien invertendo , afin que le terme inconnu soit le quatrième , Le sinus de la hauteur du pole est au sinus total , comme la tangente de l'angle horaire qui est égal au complément de la déclinaison du plan , est à la tangente de la distance du soleil au méridien.* Les trois premiers termes de cette proportion sont connus : on trouvera donc le quatrième , qui dans notre exemple est la tangente de  $66^{\text{d}} 27'$  lesquels étant réduits donnent  $4^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}}$  ; ainsi la dernière ligne horaire qu'on puisse tracer , est celle de  $4^{\text{h}} 25^{\text{m}} 48^{\text{s}}$  , ou plutôt environ  $4^{\text{h}} 26^{\text{m}}$  ; par conséquent la première sera aussi à peu près celle de  $4^{\text{h}} 26^{\text{m}}$  du matin , comme nous le prouverons bien-tôt.

16. Afin d'entendre pourquoi la ligne horaire parallèle à la ligne du plan est le terme de toutes les heures du matin & du soir , qu'il faut marquer sur le Cadran vertical , il faut concevoir un Cadran horifontal qui soit fait pour la latitude du lieu où est le plan vertical , & qui soit enfoncé dans le plan vertical , comme nous l'avons dit ( 13 ) , de manière que la méridienne de l'horifontal aille rencontrer celle du vertical , & que l'axe de celui-ci aboutisse au centre de l'horifontal : alors cet axe sera l'éguille commune des deux Cadrans. Or l'ombre de cette éguille ne pourra tomber le matin sur le Cadran vertical avant que sa direction prise sur le Cadran horifontal soit parallèle au plan du premier Cadran. De même l'ombre de l'axe ne pourra plus tomber le soir sur le Cadran vertical après le tems auquel elle est parallèle au plan de ce Cadran.

17. Il suit de-là qu'un Cadran vertical du midi peut marquer douze heures , & pas d'avantage : car une ligne horaire prolongée de part & d'autre du centre désigne par les deux extrémités des heures , diamétralement

opposées, c'est-à-dire, également éloignées l'une de minuit & l'autre de midi : si par exemple, une extrémité désigne 5 heures du matin, l'autre marquera 5 heures du soir, puisque chaque cercle horaire, dont une ligne horaire est l'intersection, désigne deux heures opposées, une le matin, l'autre le soir. Mais si un plan vertical a une déclinaison qui excède la plus grande amplitude du soleil, il ne pourra marquer 12 heures, soit parce que le soleil ne sera pas encore levé sur l'horison du lieu, quoiqu'il soit déjà devant le plan, soit parce que le soleil sera couché lorsqu'il est encore devant ce plan.

18. On peut remarquer que si un Cadran vertical du midi n'a point de déclinaison, il montrera les heures seulement depuis 6<sup>h</sup> du matin jusqu'à 6<sup>h</sup> du soir. Car le Cadran horizontal étant appliqué contre ce Cadran vertical, comme nous l'avons dit (13), la méridienne de l'horizontal sera perpendiculaire au plan vertical ; & par conséquent ce sera la ligne de 6<sup>h</sup> qui sera parallèle à ce plan. C'est à un même jour, sçavoir au tems des équinoxes, que ce Cadran vertical est éclairé depuis 6 heures du matin jusqu'à 6 heures du soir. Pour ce qui est des Cadrans déclinants dont la déclinaison ne surpasse pas la plus grande amplitude du soleil, ils ne sont jamais éclairés 12<sup>h</sup> de suite, parce que le jour auquel le soleil éclaire plutôt le plan n'est pas celui auquel il l'éclaire le plus tard.

19. De ce que nous avons dit ci-dessus, on peut déduire une autre méthode de marquer les premières & les dernières heures des Cadrans du midi, lorsque leur déclinaison ne surpasse pas la plus grande amplitude du soleil : car la première heure qu'il faut marquer sur un Cadran du midi, comme *ab*, qui décline vers l'orient *E*, est celle à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude septentrionale est égale à la déclinaison du Cadran, c'est-à-dire, quand il se leve au point *a* : & si le Cadran du midi décline vers l'occident, comme

Fig. 1.

Fig. 1. *fg*, cette premiere heure est celle à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude méridionale est égale à la déclinaison du plan : c'est ce qui arrive lorsqu'il se leve au point *g*. La raison en est que c'est alors que le soleil éclaire plutôt le plan ( 5 ).

20. Or pour trouver l'heure à laquelle le soleil se leve les deux jours que son amplitude est égale à la déclinaison du plan , il faut chercher d'abord quelle est la déclinaison du soleil pour le tems de cette amplitude , & quand on aura trouvé cette déclinaison , on cherchera à quelle heure il se leve alors. Voici l'analogie dont il faudra se servir pour trouver la déclinaison du soleil : *Le sinus total est au sinus de l'amplitude, comme le sinus du complément de la hauteur du pole est au sinus de la déclinaison cherchée.*

21. Cette déclinaison étant connue , on trouvera l'heure à laquelle le soleil se levera par cette autre analogie, *La tangente du complément de la latitude est à la tangente de la déclinaison du soleil, comme le sinus total est au sinus d'un arc* , dont les degrés étant réduits en heures , on les ajoutera à 6 heures , ou bien on les en retranchera , & la somme ou la différence sera le tems qu'il y a entre l'instant auquel le soleil se leve & midi , pourvû qu'on n'ait point d'égard à l'effet de la réfraction qui est causée par l'air. On prendra la somme quand le plan décline vers l'orient ; & la différence lorsqu'il décline vers l'occident. La premiere analogie est tirée de l'article 31 du quatrième Livre de la Sphere , & la seconde, de l'art. 23. du même Livre.

Supposons la hauteur du pole de 49 degrés , & la déclinaison du plan vers l'orient de 30 deg. les logarithmes des trois premiers termes de la premiere analogie seront les nombres 1000000 , 969897 , 981694 , dont le premier étant retranché de la somme des deux autres , le reste sera 951591 , qui est le sinus artificiel de 19<sup>d</sup> 9'. C'est la déclinaison du soleil quand son amplitude est de 30 degrés. Les logarithmes des trois



premiers termes de la seconde seront 993916, 954065, 1000000. Or le premier de ces trois nombres étant retranché de la somme des deux autres, le reste sera 960149, qui est le sinus artificiel de  $23^{\text{d}} 33'$ , lesquels étant réduits donnent une heure  $34^{\text{min.}} 12^{\text{sec.}}$  qu'il faut ajouter à 6 heures, la somme sera  $7^{\text{h}} 34^{\text{m}} 12^{\text{s}}$ . C'est le tems qu'il y a entre midi & l'instant auquel le soleil se leve quand il décline de  $19^{\text{d}} 9'$  vers le pole élevé: il faut donc ôter cette somme de  $12^{\text{h}}$ , le reste  $4^{\text{h}} 26^{\text{m}}$  (je néglige les secondes) sera la premiere heure qu'il faudra marquer sur le Cadran.

22. Lorsque l'on a les premieres heures, on peut aisément trouver quelles sont les dernieres, puisque dans les Cadrans dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du soleil, celles-ci doivent être éloignées des premieres par un intervalle de 12 heures, comme nous l'avons déjà fait voir (17).

23. On pourroit aussi déterminer immédiatement la derniere heure en prenant pour les plans qui déclinent vers l'orient la différence entre six heures, & ce que l'on trouve par la seconde analogie: ainsi dans l'exemple proposé je retranche  $1^{\text{h}} 34'$  de 6 heures, le reste  $4^{\text{h}} 26^{\text{m}}$  est la derniere heure qu'il faudra marquer sur le Cadran, parce que c'est à cette heure que le soleil se couche lorsqu'il décline de  $19^{\text{d}} 9'$  vers le pole inférieur. Si le plan décline vers l'occident, on prendra pour la derniere heure la somme de 6 heures, & de ce que l'on aura trouvé par la seconde analogie.

24. Nous remarquerons que quand les plans du midi déclinent moins que la plus grande amplitude du soleil, on peut y tracer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle moindre que 90 degrés. Pour en appercevoir la raison, il faut imaginer le soleil se levant ou se couchant à l'intersection du plan & de l'horison; dans ce cas on conçoit que le bout de l'axe qui est au centre du Cadran fera une ombre qui partira du centre du Cadran, & qui sera parallele à l'horison, parce que

ce centre peut être considéré comme étant dans le plan de l'horifon à cause de la grande distance du soleil : ainsi cette ombre fera avec la méridienne un angle droit. Le Cadrans commencera donc ou finira à montrer l'heure , quand l'ombre de l'axe fera un angle droit avec la méridienne. Par conséquent la premiere & la dernière lignes horaires feront chacune avec la méridienne un angle droit.

25. Si le plan qui est tourné obliquement vers le midi a une déclinaison qui excède la plus grande amplitude du soleil , il commencera toujours d'être éclairé aussitôt que le soleil se levera sur l'horifon du lieu , s'il décline à l'orient : mais s'il décline à l'occident , il ne cessera d'être éclairé pendant toute l'année que quand le soleil se couchera ( 11 ). Pour ce qui est du tems ou du jour auquel le plan du midi qui décline vers l'orient cessera le plus tard d'être éclairé , ce sera quand le soleil décrira le tropique du Capricorne : le même jour le plan du midi qui décline vers l'occident commencera d'être éclairé le plutôt qu'il sera possible ; car un plan du midi étant toujours parallèle à un horifon de la partie méridionale de la Terre ( Liv. II , art. 91 ) , le soleil doit commencer ou cesser d'éclairer ce plan au même moment qu'il se leve ou se couche sur cet horifon , pourvu qu'il soit alors sur l'horifon du lieu où est le plan. Or le soleil se leve le plutôt & se couche le plus tard qu'il soit possible , par rapport à un horifon méridional , quand le soleil décrit le tropique du Capricorne : c'est donc ce jour-là même que le soleil éclaire le plutôt qu'il est possible un plan du midi qui décline vers l'occident , & qu'il cesse d'éclairer le plus tard un plan qui décline vers l'orient.

26. Cela posé , voici la méthode de trouver les dernières heures dans les Cadran du midi qui déclinent vers l'orient , & les premières dans ceux qui déclinent vers l'occident , en supposant toujours que la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du soleil. On cherchera

d'abord l'heure à laquelle le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan, quand il décrit le tropique du Capricorne; ce qui sera facile en connoissant la hauteur du pole sur le plan, qui est la même que la hauteur du pole sur cet horison: il faudra faire l'analogie suivante, *La tangente du complément de la hauteur du pole sur le plan, est à la tangente de la déclinaison du soleil, qui est alors de  $23^{\text{d}} 28'$ , comme le sinus total est au sinus d'un arc* dont les degrés étant réduits en heures, on les ajoutera à 6 heures, & la somme sera l'heure à laquelle le soleil se couchera par rapport à l'horison parallele au plan: ensuite on trouvera par la différence des méridiens quelle heure il est au lieu où est situé le plan au moment que le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan; cette heure sera la dernière qu'on puisse marquer sur le plan. Voici un exemple qui fera entendre la méthode: Supposons un plan vertical à la latitude de  $48^{\text{d}} 51^{\text{m}}$ , qui est celle de Paris: la déclinaison du plan soit de 54 degrés, la hauteur du pole sur le plan sera (Liv. II, art. 181) de  $22^{\text{d}} 45'$ , & la différence des méridiens (Liv. II, art. 185.) de  $61^{\text{d}} 19'$ : on cherchera l'heure à laquelle le soleil se couche à l'égard de l'horison sur lequel le pole est élevé de  $22^{\text{d}} 45'$  lorsqu'il décrit le tropique voisin, on cherchera, dis-je, cette heure par l'analogie qu'on vient de rapporter. Voici les logarithmes des trois premiers termes, 1037744, 963761, 1000000: or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 926017, qui est le sinus artificiel de  $10^{\text{d}} 29'$ , lesquels étant réduits en parties d'heures font presque 42 minutes: j'ajoute donc 42 minutes à 6 heures, & la somme  $6^{\text{h}} 42^{\text{m}}$  est l'heure à laquelle le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan lorsque le soleil décrit le tropique du Capricorne. Après cela je cherche par la différence des longitudes ou des méridiens quelle heure il est à Paris quand il est 6 heures 42 min. sur cet horison. La différence des méridiens en

degrés étant de  $61^{\text{d}} 19'$ , elle sera en temps de 4 heures 5 minutes 16 sec. il faut donc ôter  $4^{\text{h}} 5^{\text{m}} 16^{\text{s}}$  de 6 heures 42 min. le reste  $2^{\text{h}}$  & environ  $37^{\text{m}}$  sera la dernière heure qu'il faut marquer sur le Cadran, parce qu'il est  $2^{\text{h}} 37^{\text{m}}$  à Paris, quand le soleil se couche par rapport à l'horison parallele au plan.

Si le plan avoit décliné vers l'occident, il auroit fallu ôter le reste  $2^{\text{h}} 37^{\text{m}}$  de  $12^{\text{h}}$ , & le nouveau reste  $9^{\text{h}} 23^{\text{m}}$  auroit été la première heure qu'on auroit pû marquer sur le Cadran.

Nous avons déjà averti ailleurs ( Liv. II, art. 236 ), qu'il ne faut jamais tracer dans les Cadrans du midi des lignes horaires qui soient au-dessus d'une horisontale menée par le centre du Cadran.

27. On peut observer ici que cette méthode pour les plans du midi dont la déclinaison excède la plus grande amplitude du soleil, ne peut avoir d'application aux autres plans du midi, parce que le soleil n'est pas sur l'horison du lieu lorsqu'il se leve ou se couche sur ces plans au solstice d'Hyver. Il est facile de s'en convaincre par l'exemple qu'on a rapporté ci-dessus ( 21 ).

28. Pareillement la première méthode que nous avons expliquée ( 15 ) pour les plans qui déclinent moins que la plus grande amplitude du soleil, ne peut servir pour ceux qui déclinent au-delà de cette amplitude : car le soleil n'étant jamais à l'horison dans le tems qu'il se leve ou se couche sur ces derniers plans, l'ombre de l'axe tombant sur un Cadran horisontal disposé comme nous avons dit ( 13 ) ne peut être parallele au plan.

29. Afin d'entendre plus facilement la méthode de trouver les premières & les dernières heures des Cadrans verticaux du nord, nous rappellerons en peu de mots certaines remarques que nous avons déjà faites, & nous en ajouterons quelques autres. Nous supposons que les plans sont situés hors des deux tropiques.



30. 1°. Quand les plans du nord ont une moindre déclinaison que la plus grande amplitude du soleil, c'est-à-dire, celle qu'il a aux solstices, il y a deux premières & deux dernières heures à marquer; sçavoir la première du matin & la dernière du soir, & ensuite la dernière avant midi, & la première après midi: car puisque le soleil cesse d'éclairer ces plans pendant une partie du jour, & qu'il recommence ensuite à les éclairer le même jour, il faut qu'il y ait une dernière heure avant midi, & une première après.

31. 2°. Tout plan du nord est parallèle à l'horison d'un lieu qui est dans la partie septentrionale de la Terre (Liv. II, art. 91). Or le plus long jour pour chaque horison situé dans cette partie est celui du solstice d'Été, ou celui auquel le soleil décrit le tropique du Cancer. Ce jour est donc aussi celui où le soleil se leve le plutôt & se couche le plus tard sur le plan.

32. 3°. Le soleil se leve sur un plan du nord quand il commence à l'éclairer après midi, & il se couche sur le même plan lorsqu'il cesse de l'éclairer avant midi; ainsi le soleil est derrière ce plan depuis la dernière heure avant midi jusqu'à la première après midi: c'est pourquoi il ne faut marquer aucune des heures qui sont entre celle qui est la dernière du matin & celle qui est la première du soir le jour du solstice d'Été.

33. 4°. La première heure du matin & la dernière du soir qu'il faut marquer sur les Cadrans du nord sont celles auxquelles le soleil se leve & se couche au solstice d'Été par rapport à l'horison du lieu. C'est, par exemple, environ 4 heures du matin & 8 heures du soir pour la latitude de Paris.

34. 5°. Quand la déclinaison du plan est plus grande que l'amplitude du soleil aux solstices, il ne faut marquer des heures que d'un côté de la ligne de minuit, qui est une verticale qui passeroit par le centre du Cadran: si le plan décline vers l'orient, on marquera les heures du matin; s'il décline vers l'occident, on marquera celles du soir. La

raison en est que le soleil n'éclaire ces plans qu'avant ou après midi ( 12 ).

35. 6°. Ce qu'on appelle l'heure de la soustilaire est l'instant du midi pour l'horison parallele au plan. Or cette heure se connoît par la différence des méridiens, si, par exemple, la différence des méridiens est de 30 degrés ou de 2 heures, l'heure de la soustilaire sera 2 heures après minuit ou 10 heures du soir, suivant que le plan décline vers l'orient ou vers l'occident; c'est-à-dire, qu'il sera midi sur l'horison parallele au plan dans le tems qu'il sera 2<sup>h</sup> après minuit, ou 10<sup>h</sup> du soir au lieu où est situé le plan.

Il n'y a point de difficulté par rapport à la premiere heure du matin & la derniere du soir: il ne s'agit donc que de donner la méthode de trouver la premiere heure de l'après-midi, & la derniere heure d'avant midi. En voici une qui suppose, de même que la méthode pour les plans du midi, dont la déclinaison excède l'amplitude du soleil aux solstices, qui suppose, dis-je, qu'on connoît la hauteur du pole sur le plan & la différence des méridiens.

36. On cherchera d'abord l'arc semi-diurne ou la durée de la moitié du jour au solstice d'Été sur l'horison parallele au plan. Pour cela, 1°. on fera la proportion suivante, qui est la même que celle dont nous nous sommes servis ( 21 ): *La tangente du complément de la hauteur du pole sur le plan, est à la tangente de la déclinaison du soleil, qui est alors de 23<sup>d</sup> 28', comme le sinus total est au sinus d'un arc dont les degrés étant réduits en heures on les ajoutera à 6 heures, & la somme sera la moitié du jour au solstice d'Été pour l'horison parallele au plan.* 2°. On cherchera aussi l'heure de la soustilaire par la différence des méridiens réduite en heures; cette heure de la soustilaire tombe entre minuit & 6 heures du matin, si le plan décline à l'orient; & entre six heures du soir & minuit, s'il décline vers l'occident. 3°. On retranchera la moitié du jour qu'on aura trouvée de l'heure de la

souftilaire, qui est l'instant de midi pour l'horifon parallele au plan, la différence sera la premiere heure après midi, c'est-à-dire, l'heure à laquelle le soleil se levera sur le plan ou sur l'horifon parallele. On ajoutera aussi la même moitié à l'heure de la souftilaire; la somme sera la derniere heure avant midi. Voici un exemple dans lequel on suppose la déclinaison du plan de  $15^{\circ}$  deg. vers l'orient, & que ce plan est situé à la latitude de Paris, laquelle est de  $48^{\circ} 51'$ , la hauteur du pole sur ce plan est de  $39^{\circ} 28'$ , & la différence des méridiens est de  $19^{\circ} 35'$ , ou d'une heure 18 minutes. Par la pratique de la méthode on trouvera 1°. que la proportion marquée donne l'arc de  $20^{\circ} 57'$ , ou de  $1^{\text{h}}$  & presque  $24^{\text{m}}$ , lequel tems ajouté à 6 heures donne  $7^{\text{h}} 24^{\text{m}}$  pour la moitié du plus grand jour du plan. 2°. que l'heure de la souftilaire est  $1^{\text{h}} 18^{\text{m}}$  après minuit ou  $13^{\text{h}} 18^{\text{m}}$  après midi. 3°. Que la moitié du plus grand jour, sçavoir  $7^{\text{h}} 24^{\text{m}}$  étant retranchée de  $13^{\text{h}} 18^{\text{m}}$  après midi, le reste sera  $5^{\text{h}} 54^{\text{m}}$  du soir; & que la même moitié étant ajoutée à  $1^{\text{h}} 18^{\text{m}}$ , la somme sera  $8^{\text{h}} 42^{\text{m}}$  du matin; ainsi la premiere heure après midi pour ce plan est  $5^{\text{h}} 54^{\text{m}}$ , & la derniere avant midi est  $8^{\text{h}} 42^{\text{m}}$ .

Quand il s'agit de déterminer les premieres & les dernieres heures, on ne fait point d'attention à l'effet causé par la réfraction, aussi nous n'y avons point eu d'égard dans tous les calculs que nous avons faits soit pour les plans du midi, soit pour ceux du nord.

Nous ajoutons ici une Table qui servira à trouver les premieres & les dernieres heures pour les Cadrans dont la déclinaison est plus grande que l'amplitude du soleil aux solstices : elle commence au quarante-troisième degré de latitude, & finit au cinquante-troisième : ainsi elle comprend toute l'étendue de la France & s'étend encore au-delà vers le nord.

**TABLE QUI CONTIENT LES HEURES**  
*auxquelles le soleil commence le plutôt ou cesse  
 le plus tard dans l'année , d'éclairer les plans  
 verticaux du midi dont la déclinaison surpasse  
 l'amplitude du soleil aux solstices.*

Heures du matin.	L A T I T U D E.						Heures du soir.
	43	45	47	49	51	53	
D É C L I N A I S O N D U P L A N.							
midi	90 <sup>d</sup>	90 <sup>d</sup>	90 <sup>d</sup>	90 <sup>d</sup>	90 <sup>d</sup>	90 <sup>d</sup>	midi
XI $\frac{1}{2}$	82 31	82 37	82 43	82 48	82 52	82 56	XII $\frac{1}{2}$
XI	75 9	75 21	75 31	75 41	75 49	75 56	I
X $\frac{1}{2}$	68 0	68 16	68 30	68 43	68 53	68 2	I $\frac{1}{2}$
X	61 10	61 27	61 43	61 57	62 9	62 18	II
IX $\frac{1}{2}$	54 40	54 57	55 13	55 25	55 37	55 46	II $\frac{1}{2}$
IX	48 31	48 46	49 0	49 11	49 19	49 26	III
VIII $\frac{1}{2}$	42 44	42 55	43 4	43 10	43 15	43 18	III $\frac{1}{2}$
VIII	37 15	37 20	37 23	37 24			IV

37. La premiere colonne de cette Table contient les heures auxquelles les plans du midi déclinaus vers l'occident commencent à être éclairés au solstice d'Hiver, & la derniere comprend les heures auxquelles les plans du midi qui déclinent vers l'orient cessent d'être éclairés le même jour : par exemple , si un plan du midi situé au 49<sup>me</sup> degré de latitude décline vers l'occident de 55<sup>d</sup> 25', il commence à être éclairé à IX<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> : mais s'il décline de la même quantité vers l'orient , il cesse d'être éclairé à II<sup>h</sup> 30<sup>m</sup>. Si la déclinaison du plan étoit moyenne entre celles qui sont marquées dans cette Table , on pourroit toujours voir quelle seroit la premiere ou la derniere ligne horaire à marquer sur le Cadran , en faisant attention que plus la déclinaison



raison du plan est grande, plus le moment auquel le Cadran commence ou cesse d'être éclairé approche de midi. Si, par exemple, à la latitude de 49 degrés le plan décline vers l'occident de 80 degrés, on verra par cette Table que la première ligne horaire sera celle de  $XI^{\text{h}}\frac{1}{2}$  : si un plan décline autant vers l'orient, la dernière ligne horaire sera midi & demi. Je suppose qu'on ne marque pas les quarts. Nous n'avons mis les degrés de latitude que de deux en deux, parce qu'on verra facilement quelle doit être à peu près la déclinaison des plans pour les degrés intermédiaires.

Les plans situés au 51<sup>me</sup> & au 53<sup>me</sup> degrés de latitude qui commencent à être éclairés à 8<sup>h</sup> du matin, ou qui cessent de l'être à 4<sup>h</sup> du soir, ont une déclinaison plus petite que l'amplitude du Soleil aux solstices ; c'est pourquoi nous n'avons rien mis au bas des deux colonnes qui répondent à ces degrés de latitude.

Il seroit inutile de faire une Table pour les plans dont la déclinaison est moindre que la plus grande amplitude du soleil, parce que l'on y peut marquer toutes les lignes horaires qui font avec la méridienne un angle plus petit que 90 degrés (24).

38. Nous allons exposer la méthode dont nous nous sommes servis pour calculer la Table précédente. Elle est fondée sur la résolution d'un triangle sphérique tel que ZSP fig. 13 du second Liv. pag. 142, dont les trois sommets Z, P, S sont le zenith, le pole & le lieu du soleil que l'on suppose au tropique du Capricorne. Dans ce triangle on connoît trois choses ; le côté PZ, qui est le complément de la latitude ZA ; le côté PS, qui est de  $113^{\circ} 28'$  depuis le pole P jusqu'au tropique du Capricorne ; & enfin l'angle ZPS, qui est déterminé & connu par le tems qu'il y a entre midi & le moment auquel on suppose que le soleil commence ou cesse d'éclairer le plan. Si, par exemple, le plan commence à être éclairé à 10 heures, l'angle ZPS sera de 30 degrés, à raison de 15 degrés par heure. Il s'agit de

Fig. 13.  
Pag. 142.

trouver l'angle obtus SZP, ou plutôt le supplément XZS que fait le plan vertical désigné par ZS avec le méridien AZP. Pour cet effet il faut d'abord concevoir l'arc SX d'un grand cercle perpendiculaire au méridien; puis on fera l'analogie suivante pour trouver le côté PX du triangle rectangle PXS : *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle P ou ZPS, comme la tangente de l'hypoténuse PS est à la tangente du côté PX.*

Le côté PX est le supplément de l'arc qu'on trouvera dans les Tables, parce que l'hypoténuse PS étant plus grande qu'un quart de cercle, le côté PX doit aussi être plus grand qu'un arc de 90. degrés. Or quand on connoîtra PX on en retranchera PZ, le reste fera ZX: ensuite on fera cette seconde analogie pour avoir l'angle cherché XZS,

*Le sinus de ZX est au sinus de PX, comme la tangente de l'angle P est à la tangente de XZS.*

Cet angle XZS, que fait le plan vertical avec le méridien étant aigu, son complément sera la déclinaison du plan, comme on le voit par la fig. 6 du second Livre page 90; car la déclinaison ACP du plan AB est le complément de l'angle ACS que fait le même plan avec le méridien SM; ainsi quand on aura trouvé dans les Tables l'angle XZS, il en faudra prendre le complément, ce sera la déclinaison du plan. Voici un exemple dans lequel on suppose qu'un plan situé au 49<sup>me</sup> degré de latitude commence d'être éclairé à 10 heures du matin. Nous ne ferons que mettre les opérations sans les expliquer.

*Calcul de la premiere analogie.*

993753 cosinus artificiel de  $P = 30^d$   
1036239 tangente artific. de  $PS = 113^d 28'$ .

---

2029992 somme  
1000000 sinus total artificiel.

---

reste 1029992 tangente artif. de  $63^d 23'$ .  
supplément 116 37 = PX.

41 0 = PZ.

---

reste 75 37 = ZX.

*Calcul de la seconde analogie.*

995135 sinus artificiel de PX.  
976144 tangente artif. de P.

---

1971279 somme  
998617 sinus artificiel de ZX.

---

reste 972662 tang. artif. de  $28^d 3'$ .  
complement 61 57 = décl. du plan.

39. On pourroit se servir du même triangle sphérique ZSP pour trouver à quelle heure le soleil commenceroit ou cesseroit d'éclairer un plan vertical tous les jours de l'année, pourvû qu'on connût la déclinaison du plan, la latitude du lieu & la déclinaison du soleil: car la déclinaison du plan feroit connoître l'angle PZS, parce que c'est le complément de cet angle: la latitude est le complément du côté PZ, & enfin la déclinaison du soleil soit septentrionale, soit méridionale, est aussi le complément du côté PS. (Le complément d'un angle obtus ou d'un arc de plus de 90 degrés est l'excès de cet angle ou de cet arc au-dessus de 90 degrés). Nous ne nous arrêterons pas à rapporter les deux analogies nécessaires pour trouver l'angle cherché ZPS, cela n'appartient pas à notre sujet. On peut les voir au second cas du Problème II de la résolution des triangles sphériques art. 63, qui précède nos Tables des sinus.

## DE LA CONSTRUCTION DE L'AXE & de la manière de le placer.

40. Quand toutes les lignes horaires sont tracées, il faut placer l'axe du Cadran en sorte qu'il soit parallèle à l'axe du monde. Or pour cet effet il faut qu'il fasse avec la soustilaire, & par conséquent avec le plan (Liv. II. art. 23) un angle égal à la hauteur du pôle sur le plan; ce qui ne paroît pas d'abord aisé dans l'exécution, & ne le seroit pas effectivement, si on n'avoit pas une *double équerre*: c'est un instrument de bois tel que ABC, fait de deux pièces principales AM & BC attachées perpendiculairement l'une à l'autre par un tenon. Il y a encore deux autres parties NG & NH pour maintenir les deux premières fermes dans leur situation. La première pièce AM doit avoir environ trois pieds de longueur sur deux pouces un quart de largeur; la seconde BC sera d'un pied & demi de longueur sur deux pouces un quart de largeur: les deux autres qui servent d'appui ont un peu moins de largeur; mais elles ont toutes la même épaisseur qui est d'environ un pouce. Il faut tracer sur la première pièce la ligne AM qui soit exactement perpendiculaire sur le bord inférieur EF de la seconde pièce. De plus on attachera au bas de la pièce BC deux pointes E, F qui ayent environ trois lignes en dehors, & qui soient également distantes du point M: ces pointes servent à empêcher la double équerre de glisser sur le mur quand on applique le bord EF, comme nous le dirons dans la suite.

Il est à propos que ces pointes soient dans le plan de l'équerre sur lequel la ligne AM est tracée: pour cela il faut que leur racine, pour ainsi dire, soit un peu aplatie, & qu'il y ait un ou deux trous pour les attacher avec des cloux au plan de la pièce BC.

41. Il y a encore une triple équerre *abcn* qui est d'usage, sur-tout quand le Cadran n'a point de centre à cause



cause de la trop grande déclinaison du plan. On la place du côté où devroit être le centre du Cadran pour arrêter une des pointes de l'axe tandis qu'on le fait sceller. Il faut qu'il y ait une ligne *am* qui soit perpendiculaire au bord *ef*: on doit aussi attacher deux ou trois pointes *e*, *f*, *g* pour fixer cet instrument sur le plan. Nous en expliquerons l'usage dans la suite. Il faut présentement exposer comment l'axe doit être construit, & quelle doit être la longueur & la situation de ses supports.

42. La longueur de l'axe doit être telle que son ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne dans le tems même que cette ombre est la plus courte, afin que l'on puisse toujours juger de l'heure qu'il est par la partie de l'ombre qui tombe sur l'extrémité de la ligne horaire. Or nous dirons dans la suite comment on trouve cette longueur de l'axe pour les plans verticaux. Quant à sa grosseur, elle doit être d'environ 5 ou 6 lignes de diamètre, & un peu plus quand le Cadran est fort élevé. Il faut la faire égale dans toute la longueur, ou plutôt un peu moindre vers l'extrémité qui doit être au centre du Cadran. Au reste il est nécessaire que les deux bouts finissent en pointes qui soient dans le milieu de la grosseur, c'est-à-dire, dans l'axe de l'axe même.

43. Pour ce qui est des supports, le plus grand doit être à peu près vers le milieu de l'axe; un peu plus éloigné du bout qui est au centre, que de l'autre. Le plus petit support doit être attaché à un point de l'axe éloigné du centre du Cadran d'environ 4 ou 5 pouces. La partie enfoncée dans le mur doit être de 5 à 6 pouces pour le grand support, & d'environ 4 pouces pour le petit. Il est bon que cette partie enfoncée soit fendue vers l'extrémité, & que les deux branches soient recourbées en arcs. Chaque support doit être à peu près de la même grosseur que l'axe vers l'extrémité qui y est jointe: mais il faut qu'il soit plus gros & plus fort vers le mur, sur-tout s'il s'agit du grand. Reste à déterminer la longueur de la partie extérieure de chaque

Fig. 5.

support, c'est-à-dire, celle qui est située entre l'axe & le plan du mur ou la soustilaire: c'est ce que l'on peut trouver par une figure en faisant sur une table ou sur un autre plan un angle égal à la hauteur du pole sur le plan, dont un des côtés représentera la soustilaire & l'autre l'axe. Nous allons déterminer cette partie extérieure par le calcul, en supposant les supports perpendiculaires à l'axe.

44. Soit l'angle LCX égal à la hauteur du pole sur le plan, CL représente la soustilaire, CX l'axe, le point G est l'endroit de l'axe auquel on veut attacher le grand support: il s'agit de trouver GH. Dans le triangle CGH rectangle en G on connoît l'angle droit G, l'angle C hauteur du pole sur le plan, & on mesure avec le compas à verge le côté CG: ainsi on fera la proportion suivante dans laquelle on prend CG pour rayon, & pour centre C, auquel cas GH devient la tangente de l'angle C: *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole sur le plan, comme le côté CG est à GH.* De même pour trouver EF, on dira, *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole sur le plan, comme CE est à EF.* Tout cela appartient à la construction de l'axe: venons présentement à la maniere de le placer.

45. Il faut concevoir XL tirée de l'extrémité X de l'axe perpendiculairement sur la soustilaire, & chercher la longueur de XL & celle de CL. On les trouvera par le triangle CLX rectangle en L, dont on connoît les angles & le côté CX: car si on considère l'axe CX comme rayon, la perpendiculaire XL sera le sinus de la hauteur du pole sur le plan, & le côté CL le sinus de CXL complément de ce premier angle: ainsi il faudra faire ces deux analogies, *Le sinus total est au sinus de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté XL,* & ensuite, *Le sinus total est au sinus du complément de la hauteur du pole sur le plan, comme l'axe est au côté CL.*

46. Quand on aura trouvé ces deux côtés XL & CL, on prendra sur la double équerre (fig. 3) la ligne DM égale à XL, & on marquera le point D avec un filet ou avec un crayon : on prendra aussi sur la soustilaire tracée sur le plan la partie CL telle qu'on l'aura trouvée par le calcul : ensuite on tirera par le point L une perpendiculaire OP à la soustilaire, & on fera deux trous dans le mur aux endroits de la soustilaire où les extrémités des supports doivent être enfoncés ; ce que l'on connoîtra à peu près en appliquant l'axe sur le plan du Cadran, en sorte que l'extrémité qui doit être au centre y réponde effectivement, & que les parties extérieures des supports soient comprises entre la soustilaire & l'axe couché sur le plan : car les endroits où ces supports couperont la soustilaire, seront ceux où il faudra faire creuser des trous. Quand on verra que ces trous seront assez profonds pour contenir les parties intérieures des supports, on essaiera de mettre l'axe à peu près dans sa situation naturelle pour connoître si ces trous sont creusés selon la direction que doivent avoir les supports. Les trous étant faits comme il faut, on appliquera le bord EF de la double équerre sur la ligne OP en faisant enfoncer les pointes de cet instrument dans le mur, de manière que les points M & L soient réunis en un seul ; puis ayant placé l'axe dans sa situation, il faudra mettre l'extrémité X sur le point D de l'instrument, & appliquer ainsi cet instrument contre l'axe qui est appuyé de l'autre côté sur le clou qu'on a dû mettre au centre du Cadran, à la tête duquel il y a un petit trou pour recevoir la pointe de l'axe : c'est ce trou qui est le vrai centre du Cadran.

47. La double équerre étant ainsi appliquée contre l'axe dont l'autre extrémité est au centre du Cadran, il est évident qu'il est dans sa véritable situation, puisqu'il fait avec le plan du Cadran le même angle que l'axe du monde, c'est-à-dire, l'angle de la hauteur du pôle sur le plan. Il faut donc fixer l'axe dans cette si-

Fig. 5.

tuation: pour cela on fera mettre des cales dans les trous autour des supports, en tenant toujours la double équerre appliquée contre la pointe de l'axe, sans néanmoins trop presser, de peur de faire plier l'axe: les cales étant placées au fond des trous & à côté des supports, sur-tout au côté vers lequel tomberoit l'axe s'il n'étoit pas soutenu, on écarte un peu du bout de l'axe le point D de la double équerre, pour voir si l'axe demeure dans la même situation; ce que l'on reconnoît si en rapprochant la double équerre vers la pointe de l'axe, cette pointe aboutit encore au point D: si cela est ainsi, on fait sceller d'abord le petit support en tenant toujours la double équerre appliquée contre le bout de l'axe: puis quand le plâtre est un peu sec, on fait encore la même épreuve pour voir si l'axe demeure dans la même situation: ensuite on fait sceller le grand support. Mais avant de sceller les supports, il y a encore une autre épreuve à faire, que nous allons expliquer.

48. Quand les cales sont placées, on prend sur la ligne OP des parties égales de côté & d'autre du point L, telles que LO, LP: ensuite on mesure avec le compas à verge ou autrement les distances XO, XP; & si elles sont égales, c'est une marque que l'axe est bien placé, pourvû que d'ailleurs la distance XL soit telle qu'elle doit être; c'est-à-dire, égale au quatrième terme de la proportion énoncée ci-dessus: cette épreuve doit aussi être faite après qu'on a scellé les supports, & même lorsqu'on est prêt à ôter l'échaffaud de peur que les Ouvriers n'ayent dérangé l'axe en le heurtant par mégarde avec quelque corps.

49. Il faut choisir les points O & P dans des endroits où la surface du mur ne soit ni élevée ni enfoncée: car si un de ces points étoit plus ou moins enfoncé ou élevé que l'autre, l'épreuve seroit fautive. Que si on avoit de la peine à trouver deux points également éloignés de L, qui fussent tels qu'ils doivent être,



& qu'il y en eût seulement un, par exemple O, qui fût autant élevé que L, on pourroit toujours faire l'épreuve en mesurant la distance XO avec le compas à verge, pour voir si elle contient autant de parties qu'en doit contenir l'hypothénuse de l'angle droit XLO, dont les deux côtés sont donnés : car dans ce cas l'axe est bien placé. On sçait comment on trouve par le calcul ( Géom. Liv. II, art. 184 ) l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont on connoît les deux côtés.

Fig. 5.

50. Voici comment on détermine la longueur que doit avoir l'axe afin que son ombre couvre à peu près toute la méridienne dans le tems que cette ombre est la plus courte, c'est-à-dire, au solstice d'hyver pour les Cadrans verticaux dont il s'agit ici sur-tout. Supposons que l'axe CX a la longueur nécessaire, afin que le soleil répondant pour lors au tropique du Capricorne, son rayon qui passe par l'extrémité X de l'axe aille aboutir au point I de la méridienne, jusqu'où l'on veut que la plus courte ombre descende; on aura le triangle CIX à résoudre pour trouver le côté CX. Or dans ce triangle on connoît le côté CI, il n'y a qu'à le mesurer. On connoît aussi l'angle CIX, qui est égal au complément de la hauteur méridienne du soleil sur l'horison, c'est-à-dire, de l'angle que fait le rayon XI avec un plan horizontal : enfin on connoît encore l'angle CXI : car si le soleil étoit à l'équateur, le rayon qui en viendrait seroit perpendiculaire à l'axe, parce que le bout de l'axe doit être considéré comme le centre de l'équateur ou du monde : ainsi l'angle en X formé par l'axe & le rayon du soleil, seroit droit; donc puisque le soleil est plus bas que s'il étoit à l'équateur, & que la différence est la déclinaison du soleil, qui est alors de  $23^{\text{d}} 28'$ , l'angle CXI doit être moindre qu'un angle droit de  $23^{\text{d}} 28'$ , & par conséquent il doit contenir  $66^{\text{d}} 32'$ . On fera donc l'analogie suivante pour trouver la longueur que doit avoir l'axe afin que son ombre méridienne parvienne jusqu'au point I dans le

Fig. 6.

Fig. 6. tems qu'elle est la plus courte, *Le sinus de l'angle CXI est à CI, comme le sinus de l'angle CIX est à CX; c'est-à-dire, Le sinus de  $66^d\ 32'$  est à CI, comme le sinus du complément de la hauteur méridienne du soleil au solstice d'hiver est à CX.*

§ 1. Remarquez que l'angle XCI ou SCM est égal au complément de la hauteur du pôle, ou, ce qui revient au même, à l'élévation de l'équateur sur l'horison; en voici la preuve: nous venons de faire voir que si le soleil étoit à l'équateur, le rayon qui passeroit par X ou par S seroit perpendiculaire à l'axe; & par conséquent l'angle CSM seroit droit (je dis l'angle CSM, parce que le rayon du soleil qui passeroit par S aboutiroit au point M, que je suppose être l'intersection de l'équinoctiale avec la méridienne): ainsi dans le triangle rectangle CSM les deux angles CMS & SCM font un angle droit. Or l'angle CMr que fait la verticale CM avec l'horizontale hr est aussi un angle droit il faut concevoir l'horizontale hr dans le plan du méridien) & cet angle CMr est composé des deux CMS & SMr. Ainsi la somme de ces deux angles est égale à celle des autres CMS & SCM qui valent aussi un angle droit. Donc l'angle SCM est égal à l'angle SMr. Or quand le soleil est à l'équateur à midi, l'angle SMr que fait le rayon du soleil avec l'horison est égal à l'élévation de l'équateur, puisque l'élévation du soleil est alors la même que celle de l'équateur. Donc l'angle SCM est aussi égal à l'élévation de l'équateur. Cela avoit déjà été démontré d'une autre manière à l'article 57 du second Livre.

Si le centre du Cadran n'est pas sur la surface du mur, il faudra se servir pour placer l'axe non-seulement de la double, mais aussi de la triple équerre dont nous avons parlé au commencement. Voici les préparations qu'il faudra faire auparavant.

§ 2. 1°. On cherchera à quel point de la soustilaire doit répondre le bout inférieur de l'axe, afin que son

ombre vienne jusqu'au bas de la méridienne au tems du solstice d'hyver. Pour cet effet il faut trouver d'abord par le triangle CBM rectangle en B la longueur de la méridienne depuis le centre C jusqu'au point M, qui est l'intersection de l'équinoctiale avec la méridienne : dans ce triangle on connoît l'angle droit en B, l'angle MCB compris entre la méridienne & la soustilaire ( Liv. II, art. 178 ), & enfin le côté BM qui est la distance prise sur l'équinoctiale entre la soustilaire & la méridienne, que l'on trouve par les articles 225 & 226 du second Livre : ainsi on trouvera CM. On trouvera aussi par le même triangle la partie CB de la soustilaire. Quand on aura CM on mesurera MI ou le reste de la méridienne jusqu'au point I, qui est au bas de cette ligne, & on l'ajoutera à CM. Ensuite on cherchera quelle devoit être la longueur de l'axe entier CX afin que son ombre méridienne parvînt jusqu'au point I dans le solstice d'hyver ; c'est ce que l'on trouvera par le triangle CIX, comme nous l'avons dit ci-dessus ( 50 ) en faisant l'analogie suivante, *Le sinus de l'angle CXI est à CI comme le sinus de CIX est à CX*. Enfin quand on aura déterminé quelle devoit être la longueur de l'axe entier, on cherchera le point L de la soustilaire auquel répond le point X, c'est-à-dire, le point auquel aboutiroit une ligne menée du point X perpendiculairement sur le plan. Voici l'analogie tirée du triangle rectangle CLX pour trouver ce point, *Le sinus total est à l'axe CX, comme le sinus de l'angle CXL, complément de la hauteur du pole sur le plan, est à CL*. On prendra la différence de CL à CB, & on marquera sur la soustilaire un point L dont la distance au point B soit égale à cette différence : ce point L sera celui qu'on cherche. Il faudra encore chercher la ligne XL, comme on l'a prescrit ci-dessus ( 45 ).

53. 2°. Après qu'on aura fait faire l'axe, ou plutôt une partie de l'axe, comme VX, avec un ou deux supports dont on déterminera la longueur, comme nous

Fig. 7. l'avons dit (44), on mesurera exactement cet axe avec le compas à verge, & on retranchera le nombre des parties qui y sont contenues, de celui que renferme l'axe entier CX, ainsi on connoîtra le reste CV, qui servira à trouver le point K auquel aboutiroit la perpendiculaire tirée du point V : il n'y aura qu'à faire cette proportion fondée sur le triangle rectangle CKV, *Le sinus total est à CV, comme le sinus de CVK, complément de la hauteur du pole sur le plan, est à CK.* Ce 4<sup>me</sup> terme étant retranché du nombre des parties de CL, le reste sera KL : Si donc on marque sur la soustilaire un point dont la distance au point L soit égale à ce reste, on aura le point cherché K. On cherchera aussi la perpendiculaire VX par une analogie semblable à celle qui aura servi pour trouver XL.

54. 3°. Il faut marquer les longueurs des deux perpendiculaires VK & XL, sur les lignes *am* & AM (fig. 4 & 3) de la triple & de la double équerre, en sorte que *dm* soit égale à VK & DM à XL : on tirera ensuite par les points K & L des lignes GH, OP perpendiculaires à la soustilaire : on fera aussi creuser deux trous sur la soustilaire dans les endroits convenables pour recevoir les deux supports, s'il y en a deux ; mais on n'en fera creuser qu'un, s'il n'y a qu'un support. Or pour voir quels sont les endroits de la soustilaire auxquels il faut creuser des trous, on prendra les deux parties KH, LP égales aux perpendiculaires VK, XL, & on couchera l'axe sur le plan, en sorte que les deux bouts V & X de l'axe répondent aux deux points H & P ; l'axe étant dans cette situation, les endroits où les supports couperont la soustilaire seront ceux où il faudra creuser, & les parties des supports qui passeront au-delà de la soustilaire montreront de quelle profondeur il faudra faire les trous.

55. Quand ces trous seront faits, on appliquera le bord *ef* de la triple équerre sur GH. De sorte que le point *m* soit sur K, & on fera tenir l'instrument par



quelqu'un dans cette situation. On appliquera de même le bord EF de la double équerre sur la perpendiculaire OP, de manière que le point M soit sur L. Enfin on mettra l'axe dans la situation en introduisant les supports dans leurs trous, & en faisant répondre les deux extrémités de l'axe qui doivent être pointues aux deux points d & D des équerres. On fera ensuite sceller les supports avec les mêmes précautions & les mêmes épreuves que nous avons expliquées en parlant d'un axe qui aboutit au centre du Cadran. Il faut même faire ces épreuves par rapport à l'un & à l'autre bout de l'axe. Fig. 7.

Je dois avertir ici que ce que j'ai dit touchant la double & la triple équerre & leur usage, je le dois en bonne partie à M. Deparcieux Maître de Mathématiques, qui m'a aussi communiqué plusieurs autres choses sur la théorie & sur la pratique des Cadrans.

*DE LA MANIÈRE DE TRACER UNE Méridienne, soit du tems vrai, soit du tems moyen, sur toutes sortes de plans.*

*DE LA MÉRIDienne DU TEMS VRAI.*

Quand nous traiterons de la méridienne du tems moyen, nous commencerons par expliquer la différence du tems vrai au tems moyen. Il suffit d'avertir ici que nous n'avons parlé jusqu'à présent que du tems vrai, qui est celui qui est marqué par les Cadrans.

Quoique nous ayons déjà parlé de la description de la méridienne du tems vrai, soit sur un plan horizontal, dans le Traité de la Sphere, soit sur les plans verticaux ou inclinés dans le second ou le troisième Livre de la Gnomonique, nous avons cru devoir encore ajouter ce qui suit, pour l'éclaircissement d'une matière qui est devenue fort en usage depuis quelque tems.

56. On attache une plaque ronde de fer ou de cuivre percée au milieu, qui ait environ 8 ou 10 pouces

de diametre, ou même plus, & dont le trou ait un diametre qui contienne à peu près autant de fois une ligne & demie qu'il y a de pieds dans la hauteur du stile, c'est-à-dire, dans la distance du trou de la plaque au plan proposé; quelquefois cependant quand la hauteur du stile est fort grande, comme de 30 à 40 pieds ou davantage, on ne fait le diametre du trou que d'environ la milliême partie de cette hauteur.

57. Quand le plan est horifontal, on attache communément la plaque à la face du mur qui fait le côté d'une fenêtre : mais s'il s'agit d'un plan vertical, la plaque est souvent soutenue par une barre de fer appuïée sur une autre placée au-dessous : quelquefois elle est soutenue par trois barres. On peut disposer la plaque parallelement au plan, soit horifontal soit vertical : on peut aussi l'attacher de maniere qu'elle soit à peu près parallele au cercle de 6 heures, qui fait avec l'horifon un angle égal à la hauteur du pole. L'avantage qu'on trouve dans cette derniere situation, c'est que l'obliquité des rayons du soleil par rapport à la plaque ne peut jamais être plus grande à midi que la déclinaison du soleil, puisque quand il est à l'équateur, alors les rayons sont perpendiculaires à la plaque au moment de midi. Au reste il ne faut pas se mettre fort en peine pour disposer la plaque dans un parallelisme exact, soit avec le cercle de six heures, soit avec le plan de la méridienne, il suffit que la situation de la plaque soit à quelques degres près de ce parallelisme. Il est nécessaire pour déterminer plus sûrement l'instant précis de midi que la distance de la plaque à ce plan soit assez considerable, c'est-à-dire, depuis deux ou trois jusqu'à 6 ou 7 pieds, ou même plus, sur-tout pour les plans horifontaux, par lesquels nous allons commencer.

58. Pour sçavoir la hauteur à laquelle il faut attacher la plaque, eu égard à l'étendue de la chambre dans laquelle on veut tracer une méridienne horifontale, il faut supposer une longueur de la méridienne

proportionnée à l'étendue de la chambre en prenant cette longueur depuis le pied du stile qui répond toujours directement au-dessous du trou de la plaque. Or cette longueur est terminée par l'endroit sur lequel doit tomber l'image du soleil lorsqu'il est le moins élevé sur l'horison, c'est-à-dire, quand il répond au tropique du Capricorne, parce que c'est alors que l'image méridienne du soleil est la plus éloignée du pied du stile. Si donc on prend une longueur de la méridienne telle qu'on voudra, voici comment on trouvera la hauteur du stile, en supposant que l'on connoît l'élévation du pôle ou la latitude du lieu.

59. Soit le triangle SPM rectangle en P, que l'on conçoit formé par la hauteur du stile SP dont le pied est P, par la méridienne PM & par le rayon du soleil SM qui entre par le trou de la plaque ( il faut imaginer le centre de ce trou au point S ) : dans ce triangle on connoît trois choses, sçavoir la longueur PM depuis le pied du stile jusqu'au point où tombe la lumière du soleil au solstice d'hyver, l'angle droit en P & l'angle M, qui est la hauteur méridienne du soleil, que l'on suppose au tropique du Capricorne, laquelle est pour lors égale à la différence ou à l'excès de la hauteur de l'équateur sur la déclinaison du soleil ( Liv. III de la Sphere, art. 16. ) Si, par exemple, la hauteur de l'équateur est  $41^{\text{d}} 9'$  telle qu'elle est à Paris, comme la déclinaison du soleil est de  $23^{\text{d}} 28'$  quand il est au tropique, l'angle M sera de  $17^{\text{d}} 41'$  : ainsi on pourra trouver la hauteur SP par cette analogie dans laquelle on considère la méridienne PM comme sinus total, & le point M comme centre, auquel cas la hauteur cherchée SP devient la tangente de l'angle SMP, c'est-à-dire, de la hauteur du soleil : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du soleil, comme la méridienne MP est à la hauteur du stile.*

Fig. 84

60. Si la hauteur du stile est déterminée ou prise à volonté, & qu'on cherche la longueur PM de la mé-

**Fig. 3.** *ridienne*, on la trouvera par la proportion inverſe de la précédente, ou par cette autre, dans laquelle on confidere SP comme ſinus total dont le centre eſt S, & PM comme la tangente de PSM complément de la hauteur du ſoleil.

*Le ſinus total eſt à la tangente du complément de la hauteur du ſoleil, comme la hauteur du ſtile eſt à la longueur de la méridienne.*

Nous verrons dans la ſuite qu'on ſe ſert de cette analogie pour marquer les Signes du Zodiaque ſur la méridienne.

61. On ne peut meſurer la hauteur du ſtile ſans en connoître le pied. Or pour le trouver il faut avoir un plomb qui ſoit pointu par le bas, de façon que la pointe réponde à la direction du fil qui ſoutient le plomb. Voici comment on trouvera le pied du ſtile avec cet inſtrument. On fera paſſer le fil du plomb par le centre du trou de la plaque, & pour cet effet on pourra boucher en partie ce trou avec de la cire ou avec du liége, puis on laifſera couler le fil, afin que le plomb deſcende, le point du parquet ſur lequel s'appuiera l'extrémité du plomb eſt le pied du ſtile. Si le plomb ne peut deſcendre juſqu'au parquet, parce qu'il en eſt empêché par le bas de la fenêtre, le pied du ſtile répondra au-deſſous du point ſur lequel tombera la pointe du plomb.

Il ſeroit inutile d'expliquer comment on peut déterminer la longueur de la méridienne verticale : cela paroîtra par ce que nous dirons dans la ſuite ſur la manière de placer les Signes ſur cette méridienne. On ſçait que la méridienne horiſontale doit paſſer par le pied du ſtile ; c'eſt pourquoi quand on a trouvé ce point, il n'en faut plus qu'un autre pour déterminer la poſition de cette ligne. Or pour avoir cet autre point, on peut ſe ſervir de pluſieurs méthodes ; nous les rapporterons à trois claſſes.

62. 1°. On marque le point ſur lequel tombe la lu-



miere du soleil qui passe par le trou de la plaque à l'instant de midi, que je suppose connu, soit par une pendule à secondes, ou par une bonne montre qui a été comparée peu de tems auparavant avec un Cadran bien fait, ou avec une pendule à secondes bien réglée, ou avec le soleil dont la hauteur trouvée par un point d'ombre ait fait connoître l'heure qu'il étoit quand on a pris le point d'ombre ( Liv. II, art. 135 ), ou enfin avec le lever du soleil ( Liv. II, art. 140 ) dont le moment est connu par le calcul ou par quelques éphémérides, par exemple, le Livre *De la connoissance des Temps* pour la latitude de Paris. Ce point du plan que l'on aura marqué sera celui par lequel doit passer la méridienne. Si on n'a pas le pied du stile dans le plan où l'on a marqué le point de midi, mais seulement un point plus élevé qui réponde à ce pied du stile, il faut attacher un fil qui passe sur ce point correspondant, ou par le centre du trou de la plaque & sur le point de midi : ce fil étant attaché & bien tendu sera dans le plan du méridien : par conséquent si avec un plomb dont l'extrémité inférieure finit en pointe, on marque sur le parquet ou sur le carreau des points qui soient sous le fil, & qu'ensuite on trace une ligne droite qui passe par ces points, ce sera la méridienne cherchée. Pour marquer sur le parquet ou sur le carreau des points qui soient dans la direction de cette méridienne, il faut que le fil qui soutient le plomb soit appliqué contre celui qui est dans le plan du méridien, & qu'on laisse ensuite descendre le plomb jusqu'à ce que la pointe touche le plan sur lequel on veut tracer la méridienne.

63. En se servant ainsi d'un fil tendu pour marquer plusieurs points de la méridienne, il n'est pas nécessaire que la surface sur laquelle on veut tracer cette ligne soit horizontale : il ne l'est pas même qu'elle soit plane.

64. 2°. On décrit la méridienne par des hauteurs correspondantes du soleil que l'on prend avant & après midi. Or pour prendre des hauteurs correspondantes

du soleil, il faut avoir un quart de cercle ou quelque autre instrument. On peut aussi prendre des hauteurs correspondantes avec une plaque percée attachée à un mur, comme nous l'avons dit ( 57 ) : car si du pied du stile ou d'un point plus élevé qui reponde à ce pied on décrit plusieurs circonférences concentriques, les deux momens avant & après midi auxquels le point d'ombre, ou plutôt le point de lumière, tombera sur la même circonférence, seront ceux des hauteurs correspondantes. Il faudra marquer sur le plan horifontal sur lequel on doit tracer la méridienne, le centre de l'image du soleil dans les deux instans des hauteurs correspondantes, & tirer une ligne qui joigne les deux points que l'on aura marqués, le milieu de cette ligne sera le point cherché. Si donc le plan est bien horifontal, il n'y aura qu'à couper cette ligne en deux parties égales par une perpendiculaire, ce sera la méridienne : car les deux points marqués dans les deux instans des hauteurs correspondantes, sont sur une circonférence qui a pour centre le pied du stile. Par conséquent la ligne qui joint ces deux points est une corde de cette circonférence : ainsi une perpendiculaire qui divise cette ligne par le milieu, passe par le pied du stile. ( Géom. Liv. I, art. 43 ), puisqu'il est le centre du cercle. Cette perpendiculaire est donc la méridienne.

65. Si on ne pouvoit aisément se servir, pour marquer les deux points de lumière, de la plaque attachée au côté de la fenêtre, on pourroit employer le faux stile dont on se sert pour trouver la déclinaison d'un plan vertical ou incliné, & l'attacher au plan horifontal, le pied de ce stile étant trouvé on le prendroit pour centre des circonférences concentriques que l'on décriroit, & par ce moyen on traceroit une méridienne qui passeroit par le pied du faux stile ( Liv. III de la Sphere, art. 2 ). Quand cette méridienne seroit décrite on tireroit une ligne parallele qui passeroit par le pied du vrai stile, c'est-à-dire, de la plaque attachée

au côté de la fenêtre, dont le trou doit servir à marquer midi sur cette parallèle qui sera la méridienne cherchée.

Nous supposons ici que la déclinaison du soleil ne change pas sensiblement pendant le tems qui est entre les deux instans des hauteurs correspondantes : mais si elle ne demeure pas à peu près la même, il faut se servir de la correction expliquée dans le troisième Livre de la Sphere, art. 11.

66. Si on a une pendule à secondes réglée sur le mouvement moyen du soleil, on pourra tracer la méridienne avec encore plus d'exactitude, en cherchant par les hauteurs correspondantes du soleil prises avec un quart de cercle quelle heure la Pendule marque lorsqu'il est midi au soleil : car alors on pourra marquer un point d'ombre, ou plutôt de lumière, à midi précis quelqu'un des jours qui suivent celui où l'on a pris les hauteurs correspondantes, & on tracera la méridienne comme dans la première méthode.

67. 3°. On peut tracer la méridienne par les étoiles fixes : il faut en choisir deux dont on connoisse l'ascension droite & la déclinaison, & qui n'aient ni la même ascension droite, parce qu'elles ne pourroient passer en même-tems par un même vertical, excepté le méridien ; ni la même déclinaison, car alors elles ne pourroient passer ensemble par aucun vertical ; mais il faut qu'elles répondent dans le même instant à un même vertical pendant la nuit dans la saison où l'on est ; ce que l'on verra aisément par le moyen d'un Globe céleste. Il est bon de les choisir toutes les deux vers le nord, de sorte que l'une soit supérieure au pôle, tandis que l'autre est inférieure, afin de pouvoir déterminer avec plus de facilité le moment précis auquel elles répondent au même vertical. Il s'agit de trouver l'angle que font le méridien & le vertical auquel les deux étoiles répondent en même-tems.

68. Soit le méridien HZPR, l'horizon HR, l'équa- Fig. 91

Fig. 9.

teur AT, le midi H, le nord R, l'orient O, les deux étoiles B & C qui sont sur le vertical ZBC, leurs déclinaisons BE, CF, la différence des ascensions droites EF. Le vertical dans lequel les deux étoiles se trouvent en même tems étant ZBC, l'angle PZB que fait ce vertical avec le méridien est celui qu'il faut trouver. Pour cela je considère que dans le triangle ZPB on connoît les deux côtés PZ & PB dont le premier est le complément de la latitude ZA, & le second est le complément de la déclinaison BE qui convient à l'étoile B. Si donc on sçavoit la valeur de l'angle ZBP, on pourroit trouver l'angle cherché PZB. Or on connoitra l'angle ZBP par le triangle BCP, duquel on a les deux côtés BP & PC qui sont les complémens des déclinaisons des étoiles, & l'angle compris BPC qui est la différence des ascensions droites mesurée par EF. Ainsi on pourra trouver l'angle PBC.

69. Pour cela il faut concevoir qu'il y a un arc CX tiré du point C perpendiculairement sur le côté opposé PB prolongé s'il est nécessaire, qui fera le triangle CXP rectangle en X, dont on connoît l'hypoténuse CP & l'angle CPX outre l'angle droit en X. Par conséquent on trouvera le côté PX en disant : *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle CPX, comme la tangente de l'hypoténuse CP est à la tangente du segment PX.* Ce segment PX peut être ou moindre ou plus grand que le côté PB : si l'angle BPC est aigu on retranchera la plus petite de ces deux quantités de la plus grande, le reste sera l'autre segment BX : mais si l'angle BPC est obtus, il faut ajouter PX à PB pour avoir le segment BX, parce que l'arc perpendiculaire CX tombe alors du côté de l'angle aigu, qui est le supplém. de l'angle obtus BPC. Le segment BX étant connu, on trouvera l'angle PBC par cette seconde analogie, *Le sinus de BX est au sinus de PX, comme la tangente de l'angle BPC est à la tangente de l'angle PBC ou de son supplément.*

70. L'angle



70. L'angle aigu qu'on trouvera par cette analogie fera la valeur de ZBP ou de son supplément : mais d'ailleurs les deux côtés PZ & PB du triangle ZPB sont donnés : par conséquent puisque l'on conçoit deux côtés & l'angle opposé à un de ces côtés, on pourra trouver l'angle BZP opposé à l'autre côté connu PB, en disant : *Le sinus PZ est au sinus de l'angle ZBP, comme le sinus de PB est au sinus de BZP.*

Voici un exemple dans lequel nous supposons que B est une étoile qui a  $59^{\text{d}} 20'$  de déclinaison, & que C en a  $75^{\text{d}} 13'$ . Ainsi les complémens PB & PC sont de  $30^{\text{d}} 40'$  & de  $14^{\text{d}} 47'$ . Soit aussi l'ascension droite de B =  $10^{\text{d}} 21'$ , & celle de C =  $22^{\text{d}} 59'$ ; ainsi la différence EF sera  $212^{\text{d}} 38'$ : mais comme cet arc est plus grand que  $180$  deg. il faut le retrancher de  $360$  deg. le reste  $147^{\text{d}} 22'$  sera la mesure de l'angle CPB, lequel étant obtus, la perpendiculaire CX tombe du côté du complément CPX, qui est de  $32^{\text{d}} 38'$ . Cela posé, le complément de l'angle CPX sera  $57^{\text{d}} 22'$ : ainsi les logarith. des trois premiers termes de la première analogie seront  $1000000$ ,  $992538$ ,  $942144$ , dont le premier étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste  $934682$ , qui est la tangente artificielle de  $12^{\text{d}} 32'$ : c'est la valeur du segment PX, qu'il faut ajouter à PB =  $30^{\text{d}} 40'$ , la somme sera BX =  $43^{\text{d}} 12'$ . Les trois premiers termes de la seconde analogie seront donc le sinus de  $43^{\text{d}} 12'$ , celui de  $12^{\text{d}} 32'$  & la tangente de  $147^{\text{d}} 22'$ , ou plutôt de son supplément  $32^{\text{d}} 38'$ , dont les logarithmes sont  $983540$ ,  $933647$ ,  $980642$ , qui feront trouver le quatrième nombre  $930749$ , qui est la tangente artificielle de  $11^{\text{d}} 28'$ : c'est la valeur de l'angle PBC, dont le suppl. ZPB est de  $168^{\text{d}} 32'$ , mais il ne seroit pas nécessaire de sçavoir lequel des deux est aigu.

On connoît donc trois choses dans le triangle ZPB, 1<sup>o</sup>. le côté PZ, que je suppose de  $41^{\text{d}} 9'$ , c'est le complément de la latitude, 2<sup>o</sup>. le côté PB de  $30^{\text{d}} 40'$ , & enfin ZPB dont le supplément est  $11^{\text{d}} 28'$ . Ainsi les trois

Fig. 9.

premiers termes de l'analogie pour trouver l'angle BZP de ce triangle seront le sinus de  $41^{\text{d}} 9'$ , celui de  $11^{\text{d}} 28'$  & celui de  $30^{\text{d}} 40'$ , dont les logarithmes sont 981825, 929841, 970761. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, on aura le reste 918777, qui est le sinus artificiel de  $8^{\text{d}} 52'$ . Ainsi l'angle BZP, c'est-à-dire, celui que fait le méridien avec le vertical dans lequel se trouvent en même-tems les deux étoiles, est de  $8^{\text{d}} 52'$ , quelle que soit celle des deux qui soit au-dessus de l'autre.

Les deux étoiles qu'on appelle la *Ceinture de Cassiopée*, & l'*épaule de la petite Ourse* ont présentement, en 1746, la déclinaison & l'ascension droite que nous ayons attribuées aux étoiles B & C, & les auront encore pendant plusieurs années.

Le tems auquel ces deux étoiles passent ensemble par le même vertical pendant la nuit, est aux mois de Septembre & d'Octobre, & aux mois de Mars & d'Avril, & même avant & après: car cela arrive en deux saisons différentes, dans l'une la ceinture de Cassiopée est supérieure à l'épaule de la petite Ourse, & dans l'autre saison c'est cette seconde étoile qui est supérieure à la première: mais l'angle du vertical de ces deux étoiles avec le méridien est toujours le même dans ces deux situations: c'est ce qui donne moyen de vérifier le premier calcul qu'on a fait suivant lequel c'étoit la Ceinture de Cassiopée qui étoit supérieure à l'autre dans le tems du passage par le même vertical. Dans le second que nous nous contenterons de rapporter sans y ajouter d'explication, c'est l'épaule de la petite Ourse que l'on suppose supérieure à l'autre: ainsi dans ce dernier calcul B représentera la petite Ourse, & C la Ceinture de Cassiopée: la déclinaison de B fera donc  $75^{\text{d}} 13'$ , & celle de C  $59^{\text{d}} 20'$ ; ainsi les complémens PB & PC seront de  $14^{\text{d}} 47'$  & de  $30^{\text{d}} 40'$ , & l'angle CPB fera toujours de  $147^{\text{d}} 22'$ .

*Première analogie.*992538 sinus artif. de  $57^{\text{d}} 22' = \text{comp. de CPX}$ 977303 tang. artif. de  $30 40 = \text{PC}$ 

---

1969841 somme

1000000 sinus total artificiel.

reste 969841 tang. artif. de  $26^{\text{d}} 32' = \text{PX}$ 

---

14 47 = PBsomme  $41^{\text{d}} 19' = \text{BX}$ *Seconde analogie.*965003 sinus artif. de  $26^{\text{d}} 32' = \text{PX}$ .980642 tang. artif. de  $32 38 = \text{sup. de BPC}$ .

---

1945645 somme981969 sin. art. de  $41^{\text{d}} 19' = \text{BX}$ .reste 963676 tan. art. de  $23^{\text{d}} 26' = \text{ZPB sup. de PBC}$ .*Troisième analogie.*

959954 sinus artif. de ZBP.

940682 sinus artif. de  $14^{\text{d}} 47' = \text{PB}$ .

---

1900636 somme981825 sinus artif. de  $41^{\text{d}} 9' = \text{PZ}$ .reste 918811 sinus artif. de  $8^{\text{d}} 52' = \text{PZB}$ .

71. Quand l'angle BZP sera connu, on observera le moment auquel les deux étoiles passeront par le même vertical. Pour cela on attachera une ficelle par un bout au-dessus du plan horizontal où l'on veut tracer une méridienne : on disposera cette ficelle à peu près horizontalement, de façon que l'autre bout soit mobile, afin qu'on puisse diriger la ficelle vers différents points. Après cela on y suspendra deux plombs avec de la soie très-fine qui soit blanche, afin qu'on l'aperçoive plus sensiblement. On suivra ensuite les deux étoiles jusqu'à ce qu'elles soient cachées l'une &



l'autre par les deux fils de soie : c'est alors que les deux étoiles répondent à un même vertical. On fera donc marquer sur le plan horifontal deux points dans l'alignement des deux fils , c'est-à-dire , deux points qui soient cachés l'une & l'autre par les deux fils. On tirera une ligne droite qui passe par ces deux points, elle représentera le vertical des deux étoiles : Si donc on tire par quelque point de cette ligne droite une autre ligne qui fasse avec la premiere un angle égal à celui du vertical des étoiles avec le méridien , ce sera une méridienne. Si on a observé les étoiles avant leur passage par le méridien , il faudra tirer la méridienne à l'occident de la ligne qui représente le vertical des étoiles : ce sera le contraire , si on les a observées après ce passage : cette méridienne étant tirée , on menera par le pied du stile une ligne qui lui soit parallèle , ce sera la meridiennée cherchée.

72. Remarquez que l'opération sera d'autant plus exacte que les deux plombs seront plus éloignés l'un de l'autre , aussi-bien que les deux points qu'il faut marquer sur le plan horifontal. D'ailleurs afin d'empêcher les plombs de balancer , il est à propos de mettre au-dessous de ces plombs des vaisseaux remplis d'eau dans laquelle ils plongent. Mais comme il est bon de sçavoir à peu près l'heure à laquelle les deux étoiles passeront ensemble par le même vertical , afin de tout préparer à propos , on pourra le trouver par le moyen d'un Globe céleste.

73. On peut aussi tirer une méridienne par le moyen des étoiles sans employer le calcul. Il faut pour cela suspendre deux plombs à un fil à peu-près horifontal , comme on vient de le dire , & les disposer de façon que les deux soient vis-à-vis de l'étoile polaire dans le tems que la grande ourse est au-dessous de cette étoile , en sorte que les quatre étoiles qui font un quadrilatère soient à droite par rapport aux deux fils , & que les trois de la queue soient à gauche , de manière que la



premiere de ces trois, ou la plus proche du quadrilatere, soit sur le point de se cacher derriere les fils, comme on le voit dans la fig. 10, alors l'étoile polaire sera dans le plan du méridien, & par conséquent les deux fils y seront aussi. La raison pourquoi l'étoile polaire est pour lors dans le plan du méridien, c'est que deux points qui ont la même ascension droite ou une différence de 180 degrés ne peuvent répondre ensemble à un même vertical que quand ils sont tous les deux au méridien. Or l'étoile polaire & le point B qui est à droite de l'étoile A ont une différence de 180 degrés en ascension droite: & d'ailleurs l'étoile polaire & le point B repondent tous les deux au même vertical quand ils sont cachés en même tems par les deux fils.

On pourroit encore se servir de l'étoile appelée la *Ceinture de Cassiopée* pour le même effet, parce qu'elle a presque la même ascension droite que l'étoile polaire: ce qui fait que cette étoile, ou du moins un point qui en est près, ne peut se trouver dans le même vertical que l'étoile polaire, que quand l'une & l'autre répondent au même méridien; ce point passe derriere les deux fils un peu avant l'étoile de la ceinture. On peut voir les ascensions droites & les déclinaisons des principales étoiles dans la *Connoissance des Temps*, pages 82 & 83, ou dans les tables de M. Cassini, p. 145. & suiv.

Les deux fils étant dans le plan du méridien, on marquera deux points éloignés entr'eux sur la surface soit horizontale, soit inclinée, lesquels soient cachés par les deux fils: la ligne droite qui passera par ces deux points sera une méridienne, si la surface est un plan. Si elle n'est pas un plan, la méridienne ne sera pas une ligne droite: mais une courbe, que l'on tracera en se servant d'une regle dont le bord soit appliqué sur les deux points, comme si la surface étoit un plan. Après cela on tirera du pied du stile une ligne parallele à

cette méridienne, ce sera la méridienne par rapport au trou de la plaque. Si on vouloit que la premiere ligne tirée servît de méridienne pour le gnomon ou la plaque, il faudroit disposer cette plaque de façon que le centre du trou répondît aux deux fils.

Nous ne répéterons pas ici une autre méthode que nous avons donnée ( Liv. 4 de la Sphere, art. 43 ) pour décrire une ligne méridienne sur un plan horisontal par un seul point d'ombre en connoissant la hauteur du soleil, sa déclinaison & la latitude du lieu.

74. On tracera la méridienne d'un plan vertical, comme on l'a enseigné dans le septième Problème art. 157 & suivans. Quant à la méridienne d'un plan incliné, on pourra se servir pour la tracer de la méthode précédente ou de celle de l'art. 60 du troisième Livre. Les trois art. précédens 57, 58, 59, qui sont pour trouver la déclinaison d'un plan incliné, peuvent aussi servir à décrire la méridienne en faisant l'application des trois premiers nombres de l'art. 45 du même Livre.

75. On peut facilement marquer les signes du Zodiaque sur une méridienne horisontale par la même méthode que nous avons employée pour déterminer la longueur de cette méridienne: il suffit pour cela de connoître la latitude du lieu & la déclinaison du soleil qui font trouver sa hauteur méridienne: car lorsque le soleil est à l'équateur, sa hauteur méridienne est égale à celle de l'équateur, ou au complément de la latitude: quand le soleil décline vers le pôle élevé, sa hauteur méridienne est égale à la somme de l'élévation de l'équateur & de la déclinaison du soleil: enfin lorsque le soleil décline vers le pôle abaissé, sa hauteur méridienne est égale à la différence ou à l'excès de l'élévation de l'équateur sur la déclinaison. ( Liv. 3 de la Sphere art. 16 ). Cela posé, dans le triangle rectangle SPM on connoît trois choses, la hauteur du stile SP que l'on mesure, l'angle droit P & l'angle SMP, qui est la hauteur du soleil, parce qu'on suppose

ici qu'il s'agit d'une méridienne horizontale: ainsi on trouvera le point M de la méridienne sur lequel doit tomber l'image du soleil quand il a la déclinaison que l'on suppose; on trouvera, dis-je, ce point par l'analogie suivante: *Le sinus total est à la tangente du complément de la hauteur méridienne du soleil, comme la hauteur SP est à la partie PM de la méridienne* depuis le pied du stile jusqu'au point cherché. Il faudra donc prendre sur la méridienne depuis le pied du stile une distance égale au quatrième terme, l'extrémité de cette distance sera le point où il faudra marquer le signe dont le commencement a la même déclinaison que celle du soleil, telle qu'on l'a supposée dans la proportion.

76. On pourroit aussi trouver la place des Signes en la maniere suivante sans connoître ni le pied ni la hauteur du stile: je suppose que lorsque le soleil à trois degrés de déclinaison vers le pôle élevé, son image tombe au point O, & qu'on veuille trouver le point M sur lequel elle tombera quand le soleil sera au tropique du Capricorne: il s'agit de trouver OM. On mesurera SO distance du point S, qui est le centre du trou de la plaque au point O, & on aura trois choses connues dans le triangle SOM; sçavoir le côté SO, l'angle M qui est la hauteur méridienne du soleil quand il est à ce tropique, & enfin l'angle OSM, car il a pour mesure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels le soleil répond quand la lumiere tombe sur O & sur M. Or cet arc est la somme des déclinaisons  $3^d$  &  $23^d 28'$ , parce qu'elles sont de différens noms, l'une septentrionale, l'autre méridionale: mais si ces déclinaisons étoient du même nom, l'arc seroit égal à leur différence. On peut aussi connoître l'angle SOP qui est la hauteur méridienne du soleil quand son image tombe au point O. Or cet angle fera trouver l'autre SOM, qui en est le suppl. Par conséquent on trouvera OM en disant, *Le sinus de l'angle M est à SO, comme le sinus de OSM est à OM.*

Fig. 8.

77. Si le plan est incliné sur l'horifon, on pourra trouver la place des Signes de la maniere suivante : Après avoir déterminé le pied P du stile, il faudra attacher un fil, comme PM qui passe par ce pied, & qui soit parallele à l'horifon ; & quand on aura trouvé sur ce fil horifontal les places des Signes, comme on vient de l'expliquer, il faudra marquer avec du crayon ou autrement les points des Signes sur ce fil. Ensuite on attachera un autre fil au centre S du trou de la plaque ; ce fil étant tendu & le faisant passer par quelque point marqué du fil horifontal, comme O, le point R' du plan auquel il aboutira sera la place du signe que le point O du fil horifontal représente : car le fil SOR pouvant être regardé comme un rayon du soleil qui passe par O & par R, il est évident que ces deux points représentent le même lieu du soleil. Cette méthode est également bonne pour marquer le lieu des Signes sur une surface qui ne seroit pas un plan.

Fig. 11.

78. Voici la maniere dont on trouve la place des Signes sur une méridienne verticale quand on connoît le pied du stile P, & que l'horizontale HPR est tirée : le point d'interfection de cette ligne avec la méridienne soit nommé L, il faudra concevoir une ligne SL tirée du sommet S du stile à ce point L, laquelle quoique oblique au plan est cependant perpendiculaire à la méridienne verticale, puisqu'elle est dans le plan horifontal que l'on conçoit passer par le sommet S. Ayant mesuré cette ligne SL, on connoît trois choses dans le triangle rectangle SLM, dont le côté SM est le rayon du soleil, sçavoir la perpendiculaire SL, l'angle droit L & l'angle LSM qui est la hauteur méridienne du soleil, puisqu'il est égal à l'angle opposé au sommet VSX que fait le rayon avec le plan horifontal. On pourra donc trouver la partie LM de la méridienne par cette analogie, dans laquelle on considere la perpendiculaire SL comme sinus total, & le point S comme centre, auquel cas la partie LM devient la tangen-



te de l'angle LSM: *Le sinus total est à la tangente de la hauteur méridienne du soleil, comme la perpendiculaire SL est à la partie LM* dont l'extrémité M est le lieu du Signe duquel le soleil occupe le commencement lorsque son rayon tombe au point M.

79. On peut aussi trouver la place des Signes sur une méridienne verticale sans connoître le pied du stile, & sans avoir tiré l'horizontale: Soit la méridienne verticale CM, le rayon du soleil SO lorsque sa déclinaison est de trois degrés vers le pôle abaissé; il s'agit de trouver le point M sur lequel tombera l'image du soleil lorsqu'il sera au tropique de l'Ecrevisse. Je considère qu'on peut connoître trois choses dans le triangle OSM, sçavoir le côté SO qui est la distance du sommet du stile au point O, l'angle M qui est la distance du soleil au zenith, ou le complément de l'angle LSM, à cause du triangle rectangle SLM, c'est-à-dire, le complément de la hauteur du soleil sur l'horison; enfin l'angle OSM, qui a pour mesure l'arc du méridien compris entre les deux points auxquels on suppose le soleil quand son image tombe en O & quand elle tombe sur le point M. Cet arc est ici la somme des déclinaisons  $3^d$  &  $23^d 28'$ , parce qu'elles sont de différens noms. Mais si elles étoient de même nom, c'est-à-dire, ou toutes deux septentrionales ou toutes deux méridionales, l'arc compris entre les deux lieux du soleil seroit la différence de ces deux déclinaisons. On pourra donc dire, *Le sinus de l'angle M est au côté SO, comme le sinus de l'angle OSM est au côté OM.*

Après ce que nous venons de dire, on connoitra facilement les angles LSO & LOS du triangle rectangle SLO. Cela posé, il seroit plus aisé de chercher d'abord le côté SL par cette analogie dans laquelle on considère SO comme sinus total, & SL comme le sinus de l'angle LOS, *Le sinus total est à SO, comme le sinus de l'angle LOS est à SL.* On cherchera ensuite LO

Fig. 11.

qui est la tangente de l'angle LSO en prenant SL pour rayon dans le même triangle SLO, & le point S pour centre. Voici l'analogie, *Le sinus total est à SL, comme la tangente de l'angle LSO est à LO.* Ces deux lignes SL & LO étant trouvées, elles serviront pour déterminer la place de tous les Signes, par exemple, le point M que l'on suppose être le lieu de l'Ecreville. Il faudra faire cette analogie semblable à la précédente, & fondée sur le triangle rectangle SLM, *Le sinus total est à SL, comme la tangente de l'angle LSM est à LM.* On retranchera ensuite LO de LM, le reste sera OM.

80. Il faut remarquer qu'il y a dix Signes que l'on place deux à deux sur la méridienne, parce que les commencemens de ces deux Signes ont la même déclinaison. Voici l'ordre dans lequel on place les douze Signes, le Capricorne ♐, le Verseau ♒ & le Sagittaire ♐, les Poissons ♓ & le Scorpion ♏, le Belier ♈ & la Balance ♎, le Taureau ♉ & la Vierge ♍, les Gémeaux ♊ & le Lion ♌, & enfin l'Ecreville ♏.

*Déclinaison du commencement de chacun de ces Signes.*

Déclinaison mérid.

Pour le Capricorne	23 <sup>d</sup> 28' 20"
pour le Verseau & le Sagittaire	20 10 40
pour les Poissons & le Scorpion	11 29 12
pour le Belier & la Balance	0 0 0

Déclinaison septen.

pour le Taureau & la Vierge	11 <sup>d</sup> 29' 12"
pour les Gémeaux & le Lion	20 10 40
pour l'Ecreville	23 28 20

On met les signes ascendants à l'occident de la méridienne, sçavoir le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Belier, le Taureau & les Gémeaux: & on

place les six autres à l'orient de la même ligne. On peut aussi mettre le Capricorne & l'Ecrevisse aux deux extrémités de la méridienne, comme on le voit dans la fig. 11. Mais cela suppose que cette ligne n'est pas prolongée au-delà de l'étendue déterminée par la distance qu'il y a d'un tropique à l'autre. Par cette disposition des Signes autour de la méridienne, on voit que le côté occidental de cette ligne représente la moitié du Zodiaque qui contient les Signes ascendants, & que le côté oriental désigne l'autre moitié. On pourroit aussi mettre les Signes ascendants au côté oriental, & les autres au côté occidental : mais il paroît qu'il vaut mieux les disposer comme nous avons dit d'abord, parce que comme le soleil parcourt les signes ascendants pendant les six premiers mois de l'année, & passe ensuite aux signes descendants, il paroîtra aller du côté occidental de la méridienne au côté oriental : ce qui est conforme au mouvement annuel du soleil qui est d'occident en orient.

81. On peut marquer aussi le premier de chaque mois sur la méridienne en cherchant la déclinaison du soleil par le midi de chacun de ces jours. On la trouvera dans la Table des déclinaisons que nous ajouterons à la fin de ce Livre. On pourra par le même moyen marquer le point de la méridienne sur lequel doit tomber la lumière du soleil tous les autres jours de l'année.

Lorsque la hauteur du stile d'une méridienne horizontale est considérable, comme de 20 à 30 pieds, ou même beaucoup plus grande, on marque les degrés des Signes par de petites perpendiculaires à la méridienne que l'on trace à droite ou à gauche de cette ligne, & on en tire d'autres du côté opposé pour marquer les tangentes de la distance méridienne du zenith au soleil, en supposant le sinus total de 1000 parties : on prend la hauteur du stile pour le sinus total & son sommet pour centre ; ainsi la méridienne prise depuis le pied du

stile jusqu'au point auquel la lumière du soleil tombe chaque jour de l'année est la tangente de la distance du soleil au zenith à ce jour. On peut voir tout cela exécuté par M. de Cassini avec beaucoup de soin & d'exactitude dans une grande Salle de l'Observatoire Royal de Paris.

82. Remarquez que si la méridienne verticale est trop éloignée ou trop près du stile, l'erreur qui en viendra sera plus considérable en Hyver qu'en Eté. Supposons, par exemple, que sur un plan qui décline vers l'orient la méridienne soit trop éloignée du stile de la grandeur d'un pouce, il faut imaginer une autre ligne verticale qui soit tirée à un pouce de la méridienne du côté du stile : cette verticale sera la véritable méridienne : ainsi quand la lumière du soleil tombera sur elle, il sera midi. Or la lumière sera plus long-tems à parcourir l'espace entre ces deux lignes en Hyver qu'en Eté, parce que le rayon de lumière pris depuis le plan jusqu'au trou de la plaque, qui est le centre autour duquel le rayon tourne, est plus court au solstice d'Hyver que dans les autres saisons : c'est pourquoi si, par exemple, il y a une minute entre les deux instans auxquels la lumière tombe sur les deux lignes en Hyver, il y aura moins d'une minute en Eté.

83. Il suit de là que si on veut tracer une méridienne verticale en prenant un point de lumière à un instant que l'on croit être celui de midi, il vaut mieux la décrire en Hyver qu'en Eté : car si, par exemple, on a marqué ce point une minute plus tard que l'instant du midi, comme la lumière fait moins de chemin sur le plan en Hyver qu'en Eté, il est facile de voir que la verticale, qui passera par ce point sera moins éloignée du lieu de la véritable méridienne que si l'opération avoit été faite en Eté.

84. Il semble d'abord que ce devroit être le contraire pour la méridienne horizontale, parce que le rayon de lumière pris du trou de la plaque jusqu'au



plan, est plus long en Hyver qu'en Esté: mais comme la méridienne horisontale doit être tirée du pied du stile, & que le point de lumiere en est plus près en Esté qu'en Hyver, s'il y avoit quelque erreur dans le tems où l'on détermine ce point en Esté, la ligne que l'on tireroit s'écarteroit beaucoup de la véritable méridienne vers la fin, à cause de la divergence de ces deux lignes qui partent l'une & l'autre du pied du stile. C'est pourquoi il vaut mieux tracer une méridienne horisontale en Hyver qu'en Esté, lorsqu'on se sert de la lumiere du soleil pour déterminer un des points de cette ligne.

#### *DE LA MÉRIDIANNE DU TEMS MOYEN.*

85. On distingue deux sortes de tems, le vrai & le moyen. Pour concevoir la différence qu'il y a entre l'un & l'autre, il faut remarquer que les jours naturels ne sont pas égaux entre eux. (On entend par jour naturel la durée de la révolution apparente du soleil d'orient en occident). Or ce qui fait que les jours naturels ne sont pas égaux, c'est que le soleil n'avance pas également tous les jours vers l'orient par rapport à l'équateur: plus il avance plus le jour est long, parce qu'il est plus long-tems à revenir au méridien. Il y a deux causes de l'inégalité de ce mouvement apparent du soleil rapporté à l'équateur; je dis rapporté à l'équateur; car quoique le soleil soit mû sur l'écliptique, il faut toujours le rapporter à un point de l'équinoctiale qui est déterminé par le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, puisque ce point est l'intersection de ce cercle avec l'équinoctiale. La premiere des deux causes est que le mouvement apparent du soleil sur l'écliptique n'est pas toujours le même: il a plus de vitesse vers le perigée, & moins vers l'apogée. La seconde cause est l'obliquité de l'écliptique: car quand bien même le soleil parcourroit tous les jours des parties égales de ce cercle, il n'avanceroit pas néanmoins également par

rapport à l'équateur, parce que tous les degrés de l'écliptique ne répondent pas chacun à un degré de l'équateur.

86. Cela posé; le tems vrai, que l'on nomme aussi *apparent*, est mesuré par le mouvement apparent du soleil d'orient en occident. Le tems moyen est celui que l'on conçoit s'écouler toujours également & d'une manière uniforme. Pour déterminer ce tems on imagine un astre qui répondroit toujours à l'équateur, & parcourroit ce cercle d'un mouvement uniforme vers l'orient dans le même tems que le soleil fait le jour de l'écliptique. La révolution apparente de cet astre d'orient en occident feroit un jour naturel du tems moyen, & son mouvement vers l'orient feroit égal à celui qu'on appelle le mouvement moyen du soleil, sçavoir  $59' 8''$  par jour. Ainsi afin qu'une Pendule soit réglée sur le moyen mouvement du soleil, il faut que l'aiguille des heures fasse deux fois le tour du Cadran dans le même-tems que cet astre supposé feroit sa révolution d'orient en occident. Une Pendule réglée en cette manière est la mesure du tems moyen.

87. Si on compare l'astre supposé avec le soleil rapporté à l'équateur, il sera quelquefois plus avancé vers l'orient que le soleil, & quelquefois moins, à cause de l'inégalité du mouvement du soleil. Or l'arc de l'équinoctiale compris entre l'astre & le lieu du soleil rapporté à ce cercle; cet arc, dis-je, réduit en parties de tems, sçavoir des minutes & des secondes est l'*équation de l'horloge*, que l'on appelle aussi l'*équation solaire*, & l'*équation du tems*.

88. Elle marque l'espace de tems entre les heures du tems moyen & celles du tems vrai; par exemple, entre midi du tems moyen & midi du tems vrai: le tems moyen précède le tems vrai lorsque le soleil est plus avancé vers l'orient que l'astre supposé, ou ce qui revient au même, lorsque cet astre est à l'occident du soleil, parce qu'alors l'astre supposé parvient plutôt au

méridien que le soleil. Ce sera le contraire si l'astre est plus avancé que le soleil vers l'orient.

89. Il y a quatre momens dans l'année auxquels le tems moyen & le tems vrai concourent l'un avec l'autre : c'est quand l'équation est nulle, & que par conséquent l'astre supposé & le soleil rapporté à l'équateur répondent au même point de ce cercle. Cela arrive vers le 15 Avril, le 16 Juin, le 30 Août & le 23 Décembre.

90. Puisque le tems moyen précède quelquefois le tems vrai, & qu'il le suit quelquefois, on voit par-là que la méridienne du tems moyen doit passer de côté & d'autre de celle du tems vrai, & qu'elle doit serpenter autour de cette ligne : aussi a-t-elle à peu près la figure d'un 8 de chiffre coupé en quatre points par la méridienne du tems vrai, qui est toujours une ligne droite quand elle est tracée sur un plan : ces quatre points d'interfection des deux méridiennes sont pour les quatre momens de l'année auxquels les deux tems concourent.

91. Il paroît par cette figure de la méridienne du tems moyen que la lumière du soleil passe deux fois dans un jour sur cette ligne courbe, une fois sur une branche, une autre fois sur la branche opposée. Or il n'y a qu'une de ces deux branches qui marque le midi moyen pour un certain tems de l'année, & l'autre branche le marque pour une autre saison.

92. La méridienne du tems moyen étant faite pour montrer le midi de ce tems, il paroît que si une Pendule est réglée sur le moyen mouvement du soleil, & que dans un jour de l'année elle marque midi lorsque la lumière du soleil tombe sur la branche convenable de cette méridienne, il fera midi à cette Pendule tous les autres jours de l'année, quand la lumière du soleil tombera sur la partie de la même méridienne qui répondra à la saison. Ainsi on pourra régler une Pendule immédiatement sur la méridienne du tems moyen, sans



le secours de l'équation solaire, qui cause souvent quelque embarras à ceux qui ne conçoivent pas bien la différence qu'il y a entre les deux tems : & c'est en cela que consiste l'usage de cette méridienne.

93. La méthode de tracer la méridienne du tems moyen est la même pour toutes sortes de plans : nous allons l'expliquer en peu de mots, parce qu'elle est fort facile à entendre. Il faut d'abord décrire la méridienne du tems vrai. 2°. On cherchera ensuite sur cette ligne droite les points auxquels répondent les degrés des Signes du Zodiaque de 15 en 15, ou de six en six, ou même de trois en trois pour plus grande exactitude. 3°. Après cela on menera par ces points des perpendiculaires à la méridienne : elles représenteront les paralleles que le soleil décrit quand il répond aux degrés de l'écliptique que ces points désignent, ou du moins ces perpendiculaires ne diffèrent pas sensiblement des lignes courbes qui représentent les paralleles, à cause qu'elles doivent être fort courtes, car il ne faut les prolonger qu'environ jusqu'à la distance nécessaire pour qu'elles soient coupées de part & d'autre de la méridienne par les lignes horaires de  $11^{\text{h}} \frac{3}{4}$  & de midi un quart. 4°. On tirera ces deux lignes horaires par la méthode de l'art. 26. du 1<sup>er</sup> Livre pour les plans horizontaux, par celles des art. 232 & 247 du second Livre pour les plans verticaux, & enfin par celles des art. 39 & 49 du troisième Livre pour les plans inclinés. 5°. Il faudra concevoir que les deux segmens de chaque perpendiculaire, dont l'un est contenu entre la ligne de  $11^{\text{h}} \frac{3}{4}$  & la méridienne, & l'autre entre la méridienne & la ligne de midi un quart, sont divisés chacun en autant de parties égales qu'il y a de secondes entre midi &  $11^{\text{h}} \frac{3}{4}$ , ou entre midi & midi un quart ; c'est-à-dire, en 900 parties, parce qu'il y a 900 secondes dans 15 min. ou dans un quart d'heure. 6°. On prendra sur chaque perpendiculaire de côté & d'autre de la méridienne autant de 900 parties qu'il y a de  
secondes



secondes dans l'équation du jour auquel le soleil décrira le parallèle qui répond à la perpendiculaire : mais comme le soleil décrit le parallèle à deux jours différens, il y a aussi deux équations : on marquera donc le nombre de parties qui est égal à celui des secondes d'une équation sur la perpendiculaire d'un côté de la méridienne : on marquera aussi de l'autre côté le nombre des parties, qui est égal à celui des secondes de l'autre équation. Quand le midi moyen doit précéder le midi vrai, on marque entre la méridienne & la ligne de  $11^{\text{h}}\frac{3}{4}$ , le nombre des parties déterminé par l'équation, ou plutôt le point qui est le terme de ces parties : & lorsque le midi vrai précède l'autre, on marque le point entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart.  $7^{\circ}$ . Quand tous ces points sont marqués sur les perpendiculaires, on les joint les uns aux autres par des traits qui tous ensemble font une courbe qui est la méridienne du tems moyen.

94. Tout ce que nous venons de dire s'entendra aisément par la fig. 12. La ligne droite AM est la méridienne du tems vrai, les deux lignes BF & GE sont les lignes horaires de  $11^{\text{h}}\frac{3}{4}$  & de midi un quart : les lignes perpendiculaires à la méridienne du tems vrai, comme BG & FE sont celles sur lesquelles il faut marquer les lignes par lesquelles doit passer la ligne courbe ACDLMO, qui est la méridienne du tems moyen. Fig. 12.

95. Pour exécuter la seconde règle de cette méthode il faut se servir de l'analogie marquée à l'art. 75 ou 78, qui suppose qu'on connoît la déclinaison du soleil. Or voici une Table dans laquelle on a mis  $1^{\circ}$ . les degrés des signes de trois en trois ;  $2^{\circ}$ . la déclinaison du soleil quand il répond à ces degrés ;  $3^{\circ}$ . l'équation du tems convenable aux mêmes degrés.

♈ Le Belier.	Déclinaif. septentr.		Equation additive.	
	D.	M.	M.	S.
3	1	+12	6	45
6	2	23	5	49
9	3	—34	4	51
12	4	45	3	53
15	5	55	2	57
18	7	4	2	3
21	8	—12	1	12
24	9	—19	Oufouft. 22	
27	10	25	0	27
30	11	29	1	8
♉ Le Taureau.			Equation fouftract.	
3	12	+32	1	47
6	13	—32	2	22
9	14	31	2	52
12	15	—27	3	21
15	16	—21	3	40
18	17	13	3	53
21	18	2	4	3
24	18	48	4	8
27	19	31	4	2
30	20	+11	3	56
♊ Les Gemeaux.			Equation fouftract.	
3	20	47	3	46
6	21	20	3	27
9	21	+50	3	4
12	22	—16	2	37
15	22	+38	2	6
18	22	+56	1	32
21	23	10	0	56
24	23	20	Oaddit. 18	
27	23	26	0	22
30	23	—28	1	3
♋ L'Ecreviffe.	Déclinaif. septentr.		Equation additive.	
	D.	M.	M.	S.
3	23	26	1	44
6	23	20	2	23
9	23	10	3	0
12	22	+56	3	34
15	22	+38	4	6
18	22	+16	4	36
21	21	+50	5	1
24	21	20	5	21
27	20	47	5	35
30	20	+11	5	45
♌ Le Lion.			Equation additive.	
3	19	31	5	49
6	18	48	5	49
9	18	2	5	40
12	17	13	5	25
15	16	—21	5	6
18	15	—27	4	40
21	14	31	4	10
24	13	—32	3	33
27	12	+32	2	52
30	11	29	2	9
♍ La Vierge.			Equation additive.	
3	10	25	1	22
6	9	—19	Oufouft. 28	
9	8	—12	0	29
12	7	4	1	26
15	5	55	2	26
18	4	45	3	29
21	3	—34	4	35
24	2	23	5	41
27	1	+12	6	44
30	0	0	7	44

TABLE de la déclinaison & de l'équation du tems convenables aux degrés 293  
de l'Ecliptique pris de trois en trois.

♎ La Balance.	Déclinaif. méridion.		Equation soustraict.		♏ Le Capricorn.	Déclinaif. méridion.		Equation additive.	
	D.	M.	M.	S.		D.	M.	M.	S.
3	1	+ 12	8	44	3	23	26	0	28
6	2	23	9	41	6	23	20	1	57
9	3	— 34	10	38	9	23	10	3	23
12	4	45	11	34	12	22	+ 56	4	47
15	5	55	12	28	15	22	+ 38	6	9
18	7	4	13	16	18	22	+ 16	7	27
21	8	— 12	13	58	21	21	+ 50	8	38
24	9	— 19	14	35	24	21	20	9	46
27	10	25	15	5	27	20	47	10	46
30	11	29	15	33	30	20	+ 11	11	41
♐ Le Scorpion.			Equation soustraict.		♑ Le Verseau.			Equation additive.	
	D.	M.	M.	S.		D.	M.	M.	S.
3	12	+ 32	15	54	3	19	31	12	29
6	13	— 32	16	7	6	18	48	13	11
9	14	31	16	12	9	18	2	13	46
12	15	— 27	16	11	12	17	13	14	15
15	16	— 21	16	2	15	16	— 21	14	34
18	17	13	15	45	18	15	— 27	14	46
21	18	2	15	23	21	14	31	14	52
24	18	48	14	53	24	13	— 32	14	53
27	19	31	14	14	27	12	+ 32	14	45
30	20	+ 11	13	27	30	11	29	14	30
♒ Le Sagittaire.			Equation soustraict.		♓ Les Poissons.			Equation additive.	
	D.	M.	M.	S.		D.	M.	M.	S.
3	20	47	12	31	3	10	25	14	7
6	21	20	11	32	6	9	— 19	13	40
9	21	+ 50	10	30	9	8	— 12	13	11
12	22	— 16	9	21	12	7	4	12	38
15	22	+ 38	8	3	15	5	55	12	0
18	22	+ 56	6	43	18	4	45	11	16
21	23	10	5	23	21	3	— 34	10	23
24	23	20	4	0	24	2	23	9	29
27	23	26	2	33	27	1	+ 12	8	35
30	23	— 28	1	1	30	0	0	7	42

Lorsque les déclinaisons marquées dans cette Table sont plus grandes que les déclinaisons véritables du soleil d'environ  $15''$  ou plus, jusqu'à  $30$ , on a mis le signe  $+$ . Lorsqu'elles sont moindres de la même quantité on a mis  $-$ . Ainsi le signe  $+$  qui est vis-à-vis du  $3^{\text{me}}$  degré du Belier fait connoître que la déclinaison marquée  $1^{\text{d}} 12'$  est plus grande que celle du soleil de plus de  $15$  secondes: & le signe  $-$  qui est à côté du vingtième degré du même Signe, montre que la déclinaison marquée est moindre que celle qu'a réellement le soleil quand il est à ce degré.

Quand les équations sont additives, il faut les ajouter au tems vrai pour avoir le tems moyen: c'est le contraire quand elles sont soustractives. Lors donc que le soleil répond au troisième degré du Belier, il faut ajouter  $6^{\text{m}} 45''$  au tems vrai pour avoir le tems moyen: c'est pourquoi, s'il est midi au soleil, il est déjà midi  $6^{\text{m}} 45^{\text{s}}$  au tems moyen.

96. Par rapport à la sixième règle de la méthode, on la réduira en pratique à l'aide des lignes des parties égales du compas de proportion: voici comme il faudra faire: ces lignes des parties égales ne contenant pas 900 parties, mais seulement 200, on choisira une partie aliquote de 900, qui soit contenue dans 200, par exemple 180, qui est le cinquième de 900: ensuite on prendra avec un compas ordinaire la longueur du segment d'une perpendiculaire compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, ou de onze heures trois quarts, & on ouvrira le compas de proportion, en sorte que la distance des points 180 & 180 marqués sur les deux branches de ce compas, soit égale à cette longueur: on conservera cette ouverture; puis on cherchera le cinquième des parties de l'équation qui convient au degré par lequel passe cette perpendiculaire. Supposons, par exemple, que l'équation soit de  $11^{\text{m}} 41^{\text{s}}$  ou de  $701^{\text{s}}$ , on cherchera le  $5^{\text{me}}$  de ce nombre, c'est 140, & on prendra avec le compas



ordinaire la distance entre les points 140 & 140 sur le compas de proportion ; cette distance sera celle qu'il y a entre la méridienne du tems vrai & le point par où doit passer celle du tems moyen ; ainsi en mettant une des pointes du compas ordinaire, dont on retient l'ouverture égale à la distance entre les points 140 & 140 du compas de proportion, en mettant, dis-je, cette pointe sur l'intersection de la perpendiculaire & de la méridienne du tems vrai, & appliquant l'autre pointe sur cette perpendiculaire, elle marquera le point cherché de la méridienne du tems moyen.

97. Si le segment de la perpendiculaire entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart, étoit trop grand pour être contenu entre les points 180 & 180, quelque ouverture qu'on donnât au compas de proportion, on pourroit tirer une autre ligne horaire qui coupât en deux également tous les segments compris entre la méridienne & la ligne horaire de midi un quart : dans ce cas on feroit par rapport à la moitié du segment ce que nous avons dit pour le segment entier : on ouvreroit donc le compas de proportion jusqu'à ce que la distance des points 180 & 180 fût égale à cette moitié ; & si le cinquième de l'équation étoit 140<sup>e</sup>, on prendroit la distance des points 140 & 140 ; qu'il faudroit en ce cas porter deux fois sur la perpendiculaire, afin de marquer sur cette ligne le point par lequel doit passer la méridienne du tems moyen.

98. I<sup>re</sup> REMARQUE. On observera que pour une plus grande exactitude il seroit à propos de décrire des arcs de Signes, au lieu des perpendiculaires qui représentent les paralleles voisins du tropique du Capricorne, à cause que les arcs des Signes s'écartent un peu sensiblement des perpendiculaires de ces endroits-là, & que d'ailleurs les équations convenables à ces paralleles sont assez considérables, au lieu qu'elles sont fort petites pour les paralleles voisins du tropique du Cancer. Cette précaution devient plus nécessaire, quand

la hauteur du stile est grande, comme de douze à quinze pieds, ou davantage.

99. II<sup>me</sup> REMARQUE. Les deux lignes horaires qu'on tire désignent des momens éloignés du midi vrai seulement d'un quart d'heure, parce que l'équation du soleil n'est que d'environ un quart d'heure, soit en avance soit en retard par rapport au midi vrai dans le tems qu'elle est la plus grande, sçavoir vers le 11 Février & le premier Novembre. Le midi moyen avance sur le vrai de 14<sup>m</sup> 53 sec. vers le 11 Février, & il retarde de 16<sup>m</sup> 12 sec. vers le premier Novembre.

100. III<sup>me</sup> REMARQUE. Quand dans la cinquième & la sixième regle de la méthode nous avons parlé de la division des perpendiculaires en parties égales, cela suppose que la lumière du soleil parcourt sur le plan des espaces sensiblement égaux dans des tems égaux, ce qui est vrai au moins à l'égard des plans horisontaux & des verticaux ou inclinés non déclinans : mais quand les plans sont déclinans, les espaces parcourus en tems égaux deviennent sensiblement inégaux ; c'est pourquoi il faut alors tirer des lignes horaires au moins de cinq minutes en cinq minutes, & diviser l'espace entre deux lignes horaires en 300 parties égales, à cause des trois cents secondes que contiennent les cinq minutes.

M. de Fouchy de l'Académie des Sciences, qui est l'Inventeur de la méridienne du tems moyen, a bien voulu me communiquer un mémoire sur cette matière, dont j'ai profité. On n'a pas beaucoup fait jusqu'à présent de ces méridiennes. Il s'en trouve quelques-unes à Paris, entre lesquelles on peut voir celle de M. le Marquis de Bonnelle, qui est exécutée avec tout le soin possible. Elle est en partie horisontale & en partie verticale, parce que la Salle où elle est tracée n'est pas assez grande pour la décrire horisontalement dans toute son étendue. On y a tiré des lignes horaires de cinq minutes en cinq minutes autour de la méridienne du tems vrai, & toutes ces lignes sont gravées sur du mar-

bre. Je ne crois pas qu'il y ait nulle part rien de plus parfait dans ce genre : c'est M. de Parcieux de la Société Royale de Montpellier, qui en est l'Auteur : il vient de tracer aussi sur un des murs du vieux Louvre du côté de la Seine une méridienne du tems vrai avec plusieurs lignes horaires aux deux côtés. Afin de faire un ouvrage qui répondit à la solidité du mur sur lequel il travailloit, il a fait sceller trois cylindres de cuivre sur lesquels il a fait marquer trois points qui sont à égale distance du centre du trou du gnomon : cette distance est presque de 814 lignes, & celle de chacun de ces points au pied du stile est égale à la hauteur du stile, laquelle est de  $575\frac{1}{2}$  lignes, ou de quatre pieds moins une demie ligne. Ces trois cylindres ou plutôt les trois points qui y sont marqués dont deux sont sur la verticale du plan & le troisième sur l'horizontale, serviront à remettre le gnomon dans sa situation, en cas qu'il vienne à être dérangé.

### DES ARCS DES SIGNES ET DES *Arcs diurnes.*

101. Les arcs des Signes sont des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les parallèles que le soleil décrit les jours qu'il entre dans chaque Signe du Zodiaque. Les arcs diurnes sont aussi des lignes tracées sur un Cadran qui représentent les parallèles que le soleil parcourt lorsqu'il se lève à une certaine heure, comme à 4 heures, à 5 heures, à 6 heures, &c. Nous ne parlerons de ces arcs que par rapport aux plans verticaux : mais il seroit facile de faire l'application de ce que nous en dirons aux plans horizontaux & même aux plans inclinés.

102. Tous les parallèles à l'équateur étant de petits cercles, les lignes qui les représentent sur un plan sont nécessairement courbes (Liv. II, art. 5). Ainsi tous les arcs des Signes, excepté l'équinoctiale, sont des

lignes courbes. Pour concevoir de quel côté elles présentent leur convexité, il faut imaginer une petite boule ou Sphere avec ses différens cercles, attachée à l'axe d'un Cadran, laquelle ait le même axe, & dont le méridien soit dans le plan du méridien céleste. Si le soleil répond au tropique du Capricorne de cette Sphere, lequel est le plus éloigné du centre du Cadran, que je suppose dans la partie septentrionale de la terre, & tourné ou directement ou obliquement vers le midi, les rayons qui traverseront le centre de la Sphere (il faut la concevoir transparente) passeront par l'autre tropique, & formeront deux cones opposés au sommet dont les bases seront les deux tropiques de la Sphere, & le sommet commun en sera le centre. Si on conçoit ces rayons prolongés jusqu'au plan, ils formeront la courbe qui représentera le tropique du Capricorne du ciel, ou plutôt une partie de ce cercle, sçavoir celle qui est supérieure. Or il n'est pas difficile de concevoir que la courbe formée par les rayons qui viennent de la partie supérieure du tropique du Capricorne du petit globe, & qui passe par la partie inférieure du tropique du Cancer, présente sa convexité à la ligne équinoctiale qui est au-dessous. Il faut dire la même chose de toutes les courbes qui représentent des paralleles qui sont placés entre l'équateur & le pole méridional. On verra de la même maniere que la courbe qui représente le tropique du Cancer ou quelque'autre parallele de la partie septentrionale, tourne sa convexité vers la même ligne équinoctiale. Il paroît par-là que les courbes qui sont entre le centre du Cadran & la ligne équinoctiale présentent leur concavité vers le centre, & que les autres qui sont au-dessous de cette ligne, tournent leur convexité vers le même point.

Fig. 13.

103. Quand on veut tracer les arcs des Signes sur un Cadran, il faut faire attacher à l'axe une plaque percée, en sorte que le centre S du trou soit exactement au milieu de la grosseur de l'axe. Or cette plaque



ne doit pas être à l'extrémité de l'axe, il faudroit pour cela qu'il fût trop court : pour sçavoir donc à quel point doit répondre le centre du trou, ou, ce qui revient au même, quelle doit être la longueur de la partie CS de l'axe CX, il faut prendre un point vers le bas de la méridienne par lequel on veut faire passer celui des arcs des Signes qui doit être au-dessous de tous les autres, qui est l'arc du tropique du Cancer. Supposons que ce point est I, il faut imaginer un rayon qui parte du soleil lorsqu'il répond au tropique du Cancer, on aura le triangle CSI à résoudre pour trouver le côté CS. Or dans ce triangle on connoît 1°. le côté CI dont je suppose qu'on a mesuré la longueur, 2°. l'angle SCI qui est le complément de la hauteur du pole ( 51 ), 3°. l'angle CSI qui est de  $113^{\text{d}} 28'$ , comme nous le prouverons ( 104 ), d'où l'on conclura la valeur de l'angle CIS : ainsi il n'y aura qu'à faire la proportion suivante, *Le sinus de  $66^{\text{d}} 32'$  supplément de  $113^{\text{d}} 28'$  est au côté CI, comme le sinus de l'angle CIS est au côté CS.*

Cela posé, afin de tracer les courbes qui représentent les paralleles, il faut marquer sur les lignes horaires les différens points par lesquels elles doivent passer. Or nous avons déjà expliqué ( 78 ) la méthode de trouver ces points sur la méridienne, puisque ce sont les mêmes que ceux qui désignent les degrés de l'écliptique par lesquels passent les paralleles que l'on veut représenter.

104. les points des différentes lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe, sont ceux auxquels se terminent successivement le rayon du soleil qui passe par le centre du trou de la plaque attachée à l'axe, lorsque cet Astre parcourt le parallele représenté par l'arc. Il s'agit donc de trouver les points des lignes horaires auxquels aboutit ce rayon. Or on trouvera ces points par le moyen du triangle formé 1°. par la partie de l'axe comprise entre le centre du Cadran & le centre du trou, 2°. par le rayon du soleil, 3°. par la

**Fig. 111.** ligne horaire prise depuis le centre du Cadran jusqu'au rayon du soleil. S'il s'agit, par exemple, de la ligne de deux heures, ce triangle sera CSF, dont les trois côtés sont CS, SF & CF. Or dans ce triangle on connoît le côté CS, que l'on trouve par l'art. 103. On connoît aussi l'angle CSF qui est droit si le soleil est à l'équateur : car chaque point de l'axe du Cadran pouvant être considéré comme le centre de l'équateur, les rayons du soleil qui tombent sur cet axe, lequel est une partie de celui du monde, lui sont perpendiculaires, parce que ces rayons sont alors dans le plan de ce cercle. Or si l'angle CSF est droit quand le soleil est à l'équateur ; lorsque cet Astre déclinera vers le pôle élevé sur l'horison, l'angle CSF surpassera l'angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : & quand le soleil déclinera vers le pôle abaissé, l'angle CSF sera moindre qu'un angle droit d'une quantité égale à la déclinaison du soleil : ainsi on aura l'angle CSF en ajoutant la déclinaison du soleil à  $90^d$ , ou en la retranchant selon que le soleil déclinera vers le pôle supérieur ou vers le pôle inférieur. Enfin on connoîtra l'angle SCF par l'analogie suivante, tirée de la Trigonométrie sphérique, dont le second terme est le sinus du complément d'un arc qui est tantôt la différence, tantôt la somme de la différence des longitudes & de la distance du soleil au méridien. *Le sinus total est au sinus du complément de la différence ou de la somme marquée ci-dessus, comme la tangente du complément de la hauteur du pôle sur le plan, est à la tangente du complément de l'angle formé par l'axe & la ligne horaire.*

105. On déterminera le second terme de cette analogie par la règle suivante : Quand la ligne horaire dont il s'agit est du même côté que la soustilaire par rapport à la méridienne, on prend la différence des deux quantités marquées ci-dessus qui sont la différence des longitudes & la distance du soleil au méridien à l'heure proposée, mais lorsque la ligne horaire n'est pas du même côté que

la soustilaire, il faut prendre la somme de ces deux quantités. Or quand le Cadran décline vers l'orient, la soustilaire se trouve parmi les lignes horaires du matin; & quand il décline vers l'occident, la soustilaire est entre les lignes horaires du soir.

Voici un exemple dans lequel on suppose un Cadran déclinant vers l'occident de  $40$  degrés situé à la latitude de Paris, laquelle est de  $48^{\text{d}} 51'$ . La différence des longitudes sera  $48^{\text{d}} 6'$ , & la hauteur du pôle sur le plan sera  $30^{\text{d}} 16'$ . S'il s'agit donc de trouver l'angle SCF pour la ligne de deux heures après midi, comme la distance du soleil au méridien à cette heure est  $30$  degrés, & qu'il faut prendre la différence des deux quantités  $48^{\text{d}} 6'$  &  $30^{\text{d}}$ , on aura  $18^{\text{d}} 6'$ , dont le complément est  $71^{\text{d}} 54'$ : c'est le sinus de ce complément qui sera le second terme de la proportion: ainsi les logarithmes des trois premiers termes seront  $1000000$ ,  $997796$ ,  $1023391$ , qui feront trouver le quatrième nombre  $1021187$ , qui est le logarithme de la tangente de  $58^{\text{d}} 27'$ , complément de  $31^{\text{d}} 33'$ ; ainsi l'angle SCF est alors de  $31^{\text{d}} 33'$ .

106. On peut trouver le même angle par la Trigonométrie rectiligne en employant une analogie fondée sur le triangle CS<sub>2</sub> qu'il faut imaginer, lequel est rectangulaire en S, parce que, comme on suppose que le côté S<sub>2</sub> aboutit à la ligne EBN, qui est l'équinoctiale par rapport au point S, ce côté est dans la direction d'un rayon qui viendrait de l'équateur, & par conséquent il est perpendiculaire à l'axe. Dans ce triangle CS<sub>2</sub> on peut aisément connoître le rapport des deux côtés C<sub>2</sub> & CS. Pour cet effet il faut considérer les deux autres triangles rectangles CB<sub>2</sub> & CSB qui ont le côté commun CB lequel peut être pris pour rayon ou sinus total dans l'un & l'autre triangle. Or si on prend le côté CB pour rayon, & le point C pour centre dans le premier triangle CB<sub>2</sub> rectangle en B, l'hypoténuse C<sub>2</sub> sera la sécante de l'angle BC<sub>2</sub> compris entre la soustilaire CB

**Fig. 13.** & la ligne horaire C2. On trouvera cet angle par l'article 237 du second Livre; il est ici de  $9^{\text{d}} 21'$ : & si on prend le même côté CB opposé à l'angle droit S dans le second triangle CSB, le côté CS sera le sinus de l'angle opposé CBS complément de l'angle SCB hauteur du pôle sur le plan, qui dans notre exemple est de  $30^{\text{d}} 16'$ . Ainsi dans le triangle CS2 rectangle en S, on pourra avoir les deux côtés C2 & CS exprimés en parties égales à celles du rayon, puisque le premier est la sécante de  $9^{\text{d}} 21'$ , & le second est le sinus du complément de  $30^{\text{d}} 16'$ . Par conséquent on pourra trouver l'angle C2S du triangle CS2 par l'analogie suiv. *La sécante C2 de l'angle compris entre la soustilaire & la ligne horaire, est au sinus total qui est le sinus de l'angle droit S, comme le sinus CS du complément de la hauteur du pôle, est au sinus de l'angle opposé C2S complément de l'angle cherché SC2 ou SCF.*

Les logarithmes des trois premiers termes sont dans notre exemple, 1000581, 1000000, 993636, dont le premier étant retranché de la somme des deux autres, on aura le reste 993055, qui est le sinus artificiel de  $58^{\text{d}} 27'$ , complément de l'angle  $31^{\text{d}} 33'$ .

Si les Tables dont on se sert ne contiennent pas les logarithmes des sécantes, il faut prendre la sécante naturelle & le rayon comme on les trouve dans ces Tables, & retrancher des chiffres de la fin pour qu'il ne reste que des sommes qui soient dans la Table des logarithmes des nombres naturels: dans notre exemple on ôtera les deux derniers chiffres de la sécante 101346 & du rayon 100000, on aura les restes  $1013\frac{1}{2}$  & 1000 dont on cherchera les logarithmes parmi ceux des nombres naturels, on trouvera 300580 & 300000: ainsi les logarithmes des trois premiers termes de l'analogie précédente seront 300580, 300000 & 993636 qui feront trouver le quatrième logarithme 993056: c'est le sinus artificiel de  $58^{\text{d}} 27'$ .

107. Lorsqu'on connoît l'angle SCF que fait l'axe



avec chacune des lignes horaires, on trouve aisément le côté CF, qui est la distance depuis le centre du Cadran jusqu'au point de la ligne horaire par où doit passer l'arc de Signe qu'on veut tracer : car dans le triangle CSF on connoît les deux angles en C & en S, & de plus le côté CS que l'on détermine par l'analogie marquée ci-dessus ( 103 ) : supposons que le côté CS contienne 1000 parties égales de l'échelle, dont on se sert, & qu'on veuille marquer les points des lignes horaires par où doit passer l'arc qui représente le tropique qui est du côté du pôle abaissé sous l'horison : comme la déclinaison du soleil, qu'on suppose à ce tropique est alors du côté de ce pôle, l'angle CSF qui est toujours le même pour tous les points d'un même arc sera égal ( 104 ) à la différence entre la mesure d'un angle droit & la déclinaison du soleil, qui est pour lors de 23 deg. 28' : ainsi cet angle CSF sera de 66 deg. 32', auquel il faut ajouter SCF, que nous avons trouvé dans notre exemple de 31<sup>d</sup> 33', la somme sera 98<sup>d</sup> 5', qu'il faudra ôter de 180<sup>d</sup>, le reste 81<sup>d</sup> 55', sera l'angle CFS : après quoi on fera la proportion suivante pour trouver le côté CF : *Le sinus de l'angle CFS est au côté CS, comme le sinus de l'angle CSF est au côté CF*, que l'on trouvera de 926 $\frac{1}{2}$  parties égales à celles de CS pour la ligne de deux heures. Voici le calcul par les logarithmes.

300000	logarit. de 1000
996251	sinus artif. de 66 <sup>d</sup> 32'.
1296251	somme
999566	sinus artif. de 81 <sup>d</sup> 55'.
296685	logarith. de 926 $\frac{1}{2}$ .

On trouvera par la même méthode qu'en supposant toujours la même latitude, la même déclinaison du soleil vers le pôle abaissé, & la même déclinaison

Fig. 13. du plan, le côté CF sera de 1906 parties pour la ligne de 9 heures du matin, de 1347 pour celle de 10 heures, de 1046 pour celle de 11 heures, de 963 pour celle de midi, de 936 pour celle d'une heure après midi, de 924 pour celle de 3 heures, de 925 pour celle de 4<sup>h</sup>, de 931 pour celle de 5<sup>h</sup>, de 948 pour celle de 6<sup>h</sup>, & de 1000 pour celle de 7 heures.

Nous n'avons point eu d'égard à l'augmentation que cause dans la déclinaison septentrionale du soleil, la réfraction qui fait paroître les astres plus élevés qu'ils ne sont, ni à la diminution qu'elle produit dans la déclinaison méridionale : l'une & l'autre peuvent être négligées ici sans erreur sensible, sur-tout la première. Toutes les deux sont d'autant moindres que le pôle est moins élevé sur l'horison.

108. Le point de la soustilaire par lequel doit passer un arc de Signe est le plus facile à trouver, parce que l'angle SCF est la hauteur du pôle sur le plan. C'est ce point qui est le sommet de la courbure des arcs des Signes : car la soustilaire étant la méridienne du plan, & le méridien qui la forme en coupant le plan étant le méridien du plan, le soleil s'élève toujours sur le plan jusqu'à ce qu'il soit arrivé à ce méridien, après quoi il s'abaisse dans la même proportion qu'il s'étoit élevé, c'est pourquoi l'ombre de l'axe augmente après le passage par ce méridien de la même manière qu'elle avoit diminué avant. Or si on suppose que l'axe a seulement la longueur marquée par CS, la trace de l'extrémité de cette ombre sera l'arc de Signe qui représente le parallèle que le soleil décrit à ce jour. Il faut juger de la soustilaire des plans verticaux ou inclinés, comme de la méridienne sur les horizontaux.

109. Si le centre du Cadran n'est pas sur le plan à cause de sa trop grande distance de l'horizontale & de l'équinoctiale, on pourra néanmoins trouver les points des lignes horaires par lesquels doit passer un arc de Signe. Pour cet effet on se servira d'une horizontale que l'on

prendra pour le terme duquel on commencera à compter les distances jusqu'aux points qui déterminent un arc de Signe ; & alors il faudra chercher par le calcul les parties des lignes horaires comprises entre le centre du Cadran & le point par lequel doit passer l'arc de Signe : on se servira pour cela de la méthode que nous venons d'expliquer. On cherchera aussi les parties des mêmes lignes horaires comprises entre le centre & l'horizontale : enfin on retranchera le nombre de ces secondes parties de celui des premières, les restes seront les segmens des lignes horaires compris entre l'horizontale & les points par lesquels doit passer l'arc d'un Signe.

110. Pour trouver aisément les parties des lignes horaires contenues entre le centre & l'horizontale, il faut regarder la partie CL de la méridienne, comme sinus total qui ait le point C pour centre ; auquel cas les parties cherchées des lignes horaires sont les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne. Si donc on tire une ligne horizontale de manière que la partie CL de la méridienne ne contienne que 1000 parties égales de l'échelle dont on se sert, les lignes horaires prises jusqu'à l'horizontale contiendront autant de parties que le marqueront les sécantes des angles que font ces lignes avec la méridienne en retranchant les deux derniers chiffres de ces sécantes.

111. Pour faire mieux entendre ce que nous venons de dire, nous allons proposer un exemple. Supposons qu'un plan de midi situé à la latitude de  $48^{\text{d}} 51'$  décline vers l'occident de 70 degrés, & qu'on veuille marquer sur la ligne de 2 heures le point par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne. Je cherche d'abord par quel point de la méridienne doit passer l'horizontale, afin que la ligne CL ne contienne que 1000 parties. Je suppose que le rayon équinoctial BS soit pris de 1500 parties, on trouvera le côté CS du triangle rectangle CSB de 1461 parties, parce qu'en considérant BS comme rayon dont le

Fig. 13. centre soit B, le côté CS devient le sinus de CBS ; complément de la hauteur du pole SCB, laquelle étant ici de 13 deg. l'angle CBS est de 77 deg. dont le sinus est de 97437, duquel ôtant les deux derniers chiffres il reste 974, à quoi il faut ajouter la moitié 487, à cause que le rayon BS contient 1000 plus 500, qui est la moitié de 1000. Connoissant CS, on trouvera CL par le triangle CLS, qui est rectangle en L, parce que le côté SL étant dans le plan horisontal qui passe par le point S, il faut qu'il soit perpendiculaire à la méridienne CM. Dans ce triangle CLS on connoît donc l'angle droit L, le côté CS & de plus l'angle SCL, qui est le complément de la hauteur du pole sur l'horison (51) : ainsi on dira : *Le sinus total est au côté CS, comme le sinus de l'angle CSL qui est égal à la hauteur du pole, est au côté opposé CL*, que l'on trouvera de 1100 : par conséquent si on retranche 100 parties de CL depuis le point L, le reste Cl sera de 1000 parties : ainsi il faut mener par le point l une horisontale *hr*.

112. Ayant le point D de la ligne de deux heures par lequel passe la ligne horisontale *hr*, je cherche en suite la partie CF de cette ligne horaire, que je trouve de 1346 parties égales à celles de CS ou de BS par la méthode de l'art. 107. Après cela je cherche aussi le segment CD, qui est la sécante de l'angle DCI formé par la ligne de 2 heures avec la méridienne que je trouve de 26<sup>d</sup> 51' par l'art. 240 du second Livre : CD est, dis-je, la sécante de l'angle DCI en prenant CI pour rayon, & le point C pour centre. Cette sécante est 112083, dont ôtant les deux derniers chiffres, il reste 1121 pour la ligne CD. Après cela je retranche CD de CF, c'est-à-dire, 1121 de 1346, le reste 225 est DF : je connoîtrai donc le point F de la ligne de 2 heures par lequel doit passer l'arc qui représente le tropique du Capricorne ♎ F ♎.

113. On peut aussi se servir d'une équinoctiale pour  
le



le terme dont on commence à compter les distances jusqu'aux arcs des Signes. Pour cet effet on cherchera d'abord la grandeur de  $CB$ , puis on prendra un segment  $Cb$  qui ne contienne que 1000 parties, ou du moins un autre nombre qui soit composé des aliquotes de 1000, comme 1200 ou 1500: ensuite on tirera par le point  $b$  l'équinoctiale  $ebn$  que l'on prendra pour terme des distances jusqu'aux arcs, & pour lors en considérant  $Cb$  comme rayon, les segmens des lignes horaires depuis le centre  $C$  jusqu'à l'équinoctiale  $ebn$  seront les sécantes des angles que font ces lignes horaires, avec la soustilaire, que l'on cherchera par l'art. 237 du second Livre. Ainsi on trouvera ces segmens des lignes horaires: on les comparera avec les lignes  $CF$  en faisant la soustraction, & les restes seront les distances cherchées.

114. Les arcs diurnes, c'est-à-dire, les lignes que la lumière du soleil parcourt les jours qu'il se leve à certaines heures, comme à 4, à 5, à 6 heures, &c. se tracent par la même méthode que les arcs des Signes: c'est pourquoi il ne nous reste plus qu'à montrer comment on trouve la déclinaison du soleil quand il se leve à une heure marquée, par exemple, à 4 heures sur un lieu dont la latitude est connue. Il s'agit ici du lever apparent qui précède le lever véritable, d'autant plus que le soleil est plus près des tropiques, & que la latitude du lieu est plus grande. L'intervalle entre l'un & l'autre lever est de plus de 4 minutes à la latitude de Paris vers les solstices. Il faut donc avoir égard ici à la réfraction, qui est la cause de la différence entre les deux levers.

115. C'est par la Trigonométrie sphérique qu'on trouve le lever apparent du soleil: nous en allons expliquer la méthode. Soit le méridien  $HZPR$ , qui passe par le zenith  $Z$  & par le pole  $P$ : soit aussi l'horison  $HR$ , l'équateur  $AT$ , le soleil  $S$  dans le tems qu'il paroît se lever, quoiqu'il soit encore réellement au-dessous de

Fig. 14.

l'horifon. Il faut concevoir l'arc ZS du vertical qui paffe par le soleil, & l'arc PS du cercle horaire ou du cercle de déclinaifon auquel le soleil se trouve : on aura le triangle sphérique ZPS dont on connoît trois choses, fçavoir 1°. l'arc PZ qui est le complément de la latitude AZ, 2°. l'arc ZS qui comprend le quart de cercle ZO, plus le petit arc OS qui mesure la quantité dont le soleil est au-deffous de l'horifon : cet arc OS est de  $32' 20''$ . On peut négliger les secondes, & alors l'arc ZS est de  $90^d 32'$ . Enfin l'angle horaire ZPS est connu, parce qu'il contient autant de fois 15 deg. qu'il y a d'heures dans le moment du lever apparent du soleil & midi. Il s'agit de trouver PS qui est le compl. de la déclinaifon SD quand le soleil est du côté du pole élevé : mais lorsqu'il est du côté du pole abbaiffé sous l'horifon, la déclinaifon est l'excès de PS sur 90 degrés. Pour cet effet, il faut de l'angle PZS opposé au côté cherché PS prolongé s'il est nécessaire, il faut, dis-je, tirer l'arc perpendiculaire ZX d'un grand cercle : si l'angle horaire ZPS est aigu, l'arc ZX tombera du côté de cet angle : mais si l'angle ZPS est obtus, l'arc ZX tombera du côté opposé à cet angle, c'est-à-dire, du côté du supplément de ZPS. Dans l'un & dans l'autre cas il faudra faire l'analogie fuivante pour trouver le segment PX qui est un côté du triangle rectangle ZXP, dont PZ est l'hypoténuse, *Le sinus total est au sinus du complément de l'angle ZPX, comme la tangente de l'hypoténuse PZ est à la tangente du segment PX.* Ce segment est de même espece que l'hypoténuse PZ; & par conséquent il contient toujours moins de 90 degrés.

116. Quand on aura trouvé ce segment PX il faudra chercher l'autre segment SX par cette seconde analogie, *Le sinus du complément de ZP est au sinus du complément de ZS, comme le sinus du complément de PX est au sinus du complément de SX.* Ce côté SX est toujours plus grand que  $90^d$  (Liv. 4. de la Sph. art. 17 & 18).

parce que l'hypoténuse ZS est plus grande & le côté ZX plus petit qu'un quart de cercle. Si l'angle ZPS est aigu, on ajoutera PX à SX, la somme sera PS, de laquelle on retranchera 90 degrés, le reste sera la déclinaison du soleil vers le pôle abaissé: mais si l'angle ZPS est obtus, on retranchera PX de SX, le reste sera PS qu'il faudra ôter de 90 deg. & le nouveau reste sera la déclinaison du soleil vers le pôle élevé.

Il pourroit arriver que l'angle ZPS étant obtus, le reste PS fût un peu plus grand que 90<sup>d</sup>, pour lors il faudroit ôter 90<sup>d</sup> de PS, le petit reste seroit la déclinaison du soleil vers le pôle abaissé.

117. Pour sçavoir, par exemple, quelle doit être la déclinaison du soleil quand il se leve à 4 heures à la latitude de 48<sup>d</sup> 51', on remarquera d'abord que l'angle ZPS dans ce cas est de 120 degrés & que par conséquent l'arc perpendiculaire ZX tombe du côté de l'angle aigu, qui est le supplément de 120 degrés. Or le complément de cet angle aigu est 30<sup>d</sup>, & l'hypoténuse PZ est de 41<sup>d</sup> 9', complément de la latitude 48<sup>d</sup> 51'. Ainsi les trois premiers termes de la premiere analogie seront le sinus total, le sinus de 30<sup>d</sup>, & la tangente de 41<sup>d</sup> 9', dont les logarithmes sont 1000000, 969897 & 994146. Or le premier de ces trois nombres étant ôté de la somme des deux autres, il reste 964043, qui est la tangente artificielle de 23<sup>d</sup> 36'; c'est la valeur de PX. Les trois premiers termes de la seconde analogie seront le sinus de 48<sup>d</sup> 51', complément de ZP, le sinus de 32' 20" complément de ZS, & celui de 66<sup>d</sup> 24' complément de PX. Or les logarithmes de ces sinus sont 987679, 797337, 996207, qui feront trouver le quatrième logarithme 805865 qui est le cosinus artificiel de 89<sup>d</sup> 20' 40": mais il faut prendre le supplément 90<sup>d</sup> 39' 20" pour le segment SX, parce que ce segment est plus grand que 90<sup>d</sup>. On retranchera ensuite PX de SX, on aura le reste 67<sup>d</sup> 3' 20", qu'il faudra ôter de 90<sup>d</sup>, le nouveau reste sera 22<sup>d</sup> 56' 40": c'est la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 4 heures.

Fig. 14.

118. On se servira des mêmes analogies afin de trouver la déclinaison qu'il devoit avoir pour se lever à 8 heures; mais il faudra alors ajouter  $PX = 23^d 36'$  à  $SX = 90^d 39' 20''$ , la somme sera  $PS = 114^d 15' 20''$ , & retrancher  $90^d$  de cette somme, le reste  $24^d 15' 20''$  est la déclinaison que le soleil devoit avoir afin qu'il se levât à 8 heures: ce qui fait connoître qu'il ne peut jamais se lever si tard à la latitude de  $48^d 51'$ .

119. Si on veut trouver la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à  $6^h$ , il faut faire attention que le triangle ZPS est alors rectangle en P, & que l'arc vertical ZS en est l'hypoténuse: c'est pourquoi on trouvera PS par la seule analogie suivante, *Le cosinus de PZ est au sinus total, comme le cosinus de l'hypoténuse ZS est au cosinus de PS*. Ce côté PS est toujours plus grand que  $90$  degrés, parce que l'hypoténuse ZS du triangle rectangle ZPS étant plus grande & le côté PZ plus petit qu'un quart de cercle, il faut que l'autre côté PS soit plus grand que  $90^d$  (Liv. 4 de la Sphere, art. 18). En supposant la même latitude de  $48^d 51'$  les trois premiers termes de cette analogie sont le sinus de  $48^d 51'$ , complément de PZ, le sinus total & le sinus de  $32' 20''$ , complément de ZS. Or les logarithmes de ces trois termes sont 987679, 1000000, 797337, qui feront trouver le quatrième nombre 809658 cosinus artificiel de  $89^d 17'$ , dont il faut prendre le supplément  $90^d 43'$  pour la valeur du côté PS, parce que ce côté doit être plus grand que  $90$  deg. Par conséquent la déclinaison du soleil lorsqu'il se leve à 6 heures est  $43'$ , c'est-à-dire, l'excès de  $90^d 43'$  sur un quart de cercle: cette déclinaison est du côté du pôle abaissé. L'analogie marquée ci-dessus est la même que la suivante. *Le sinus de la hauteur du pôle est au sinus total, comme le sinus du complément de l'arc vertical compris entre le zenith & le lieu apparent du soleil est au lieu de la déclinaison du soleil*.

120. S'il n'y avoit point de réfraction, le soleil se leveroit à six heures lorsqu'il décrit l'équateur, c'est-à-



dire , quand il n'a point de déclinaison , parce que ce cercle étant coupé en deux parties égales par l'horison , ce seroit alors que le jour seroit égal à la nuit. Si on veut trouver quelle seroit sa déclinaison lorsqu'il se leveroit à quelque autre heure , par exemple à 4 heures , en supposant qu'il n'y a point de réfraction , on pourra le trouver par le triangle CDS rectangle en D , dont le côté CD est l'arc de l'équateur , qui mesure l'angle horaire CPS entre le cercle PC de 6<sup>h</sup> & le cercle PSD de 4<sup>h</sup> , & l'angle SCD = ACH est l'élévation de l'équateur AT sur l'horison HR. On cherche le côté DS qui est la déclinaison du soleil quand il se leve au point S : on le trouvera par cette analogie , *Le sinus total est au sinus de l'arc CD mesure de l'angle horaire CPD , comme la tangente de l'élévation SCD de l'équateur est à la tangente de l'arc SD , qui est la déclinaison cherchée.* En supposant toujours la latitude de 48<sup>d</sup> 51' , on trouvera qu'afin que le soleil se levât à 4<sup>h</sup> , il faudroit que sa déclinaison fût de 23<sup>d</sup> 36'. Les termes de cette analogie sont les mêmes que les termes de celle qui est à l'art. 115.

Fig. 15.

### DE L'ANNEAU ASTRONOMIQUE.

De tous les Instrumens portatifs dont on se sert pour connoître l'heure au soleil , l'Anneau astronomique est le plus commode , le plus exact , & en même tems très-simple. Nous en allons donner la description , après quoi nous en exposerons l'usage & la démonstration.

121. L'Anneau astronomique est composé de deux cercles concentriques de cuivre , ou d'argent ou de quelque autre métal , dont l'intérieur ABCD est attaché à l'extérieur SAMC par deux pivots A & C autour desquels il tourne afin qu'il puisse être disposé dans une situation perpendiculaire au cercle extérieur : ces deux pivots passent par des points diamétralement opposés de l'un & de l'autre cercle. Ces deux cer-

Fig. 16.

Fig. 16. Les deux cercles étant dans la situation convenable, l'extérieur représente le méridien, & l'autre l'équateur. Leur grandeur n'est point déterminée, l'extérieur peut avoir depuis deux pouces de diamètre jusqu'à six, & même davantage.

122. On divise en 24 parties égales la surface qui est sur l'épaisseur du cercle intérieur, & qui est en dedans de ce cercle, & on marque sur une des moitiés aux points de divisions toutes les heures depuis une jusqu'à douze : on fait de même sur l'autre moitié. De plus on partage également la largeur de cette surface par une circonférence que l'on y grave, & que nous appellerons dans la suite la *circonférence équinoctiale*.

123. Pour ce qui est du cercle extérieur, 1°. on y marque les degrés de latitude, en commençant par les deux pivots A & C qui sont au point d'intersection des deux cercles : la latitude septentrionale est marquée sur un quart de ce cercle, & la méridionale sur le quart de cercle opposé. 2°. On attache au méridien un pendant qui est mobile, afin qu'on le puisse faire glisser sur le degré de latitude du lieu dans lequel on se trouve, quand on veut connoître l'heure avec cet Instrument : par exemple, si on veut connoître l'heure à Paris, il faut mettre le milieu du pendant à peu-près au 49<sup>me</sup> degré de latitude : & le pendant étant dans cette situation répond au zenith du lieu.

124. Il y a au-dedans du méridien une règle SM attachée par les deux extrémités, de manière qu'elle puisse tourner sur ces extrémités comme sur deux pivots qui sont éloignés d'un quart de cercle des deux pivots A & C du cercle intérieur. On a fait une fente au milieu & selon la longueur de cette règle dans laquelle on a mis une petite pièce percée par le milieu : cette pièce est mobile afin qu'elle puisse glisser le long de la fente. On l'appelle pour cette raison *Curseur*. La règle étant ainsi disposée la fente ou plutôt la ligne que l'on conçoit traverser la règle par le milieu, selon la longueur, re-

présente l'axe de l'équateur & du monde, dont les deux Fig. 16.  
poles sont S & M.

125. On a marqué d'un côté de cette regle les degrés des Signes de dix en dix, ou même de cinq en cinq. Or voici comment on les a marqués. Les commencemens d'*Aries* & de *Libra* répondent à une ligne gravée sur le milieu de la regle considérée selon la longueur : cette ligne est par conséquent dans le plan du cercle intérieur qui est l'équateur. Cela posé, il faut concevoir que d'un point comme A de la circonférence équinoctiale on tire une perpendiculaire AP à cette ligne, & que du même point il y a d'autres lignes tirées dans le plan du méridien qui fassent avec la perpendiculaire des angles égaux à la déclinaison des différens points de l'écliptique que l'on veut marquer sur la regle : par exemple, si on veut représenter les degrés de dix en dix, on concevra une ligne tirée du point A, qui fasse avec la perpendiculaire AP un angle égal à la déclinaison du point d'*Aries*, qui est à la fin du dixième degré, & de celui qui termine le vingtième degré de *Virgo*; ensuite une autre ligne qui fasse avec la perpendiculaire un angle égal à la déclinaison du point qui termine le vingtième degré d'*Aries* & de celui qui termine le dixième degré de *Virgo*; ainsi de suite jusqu'à la fin du trentième degré de *Gemini*, ou le commencement du *Cancer*. Il en faut tirer de même de l'autre côté de la perpendiculaire pour les six autres Signes du zodiaque.

126. Il n'est pas difficile de trouver les points de la regle auxquels doivent aboutir toutes ces lignes : car comme on sçait la déclinaison de tous les degrés de l'écliptique, on connoîtra par conséquent l'angle que fait chaque ligne avec la perpendiculaire : ainsi on sçaura aussi combien de parties contient la tangente de cet angle. Or si on prend la perpendiculaire pour rayon, cette tangente est la distance de l'extrémité P de la perpendiculaire jusqu'au point où aboutit la ligne qui est

Fig. 16. l'autre côté de l'angle : laquelle distance se prend , comme on voit , sur la regle. Ainsi en connoissant le nombre des parties de la perpendiculaire , on trouvera quelle doit être cette distance.

127. Supposons que le rayon ou la perpendiculaire qui aboutit au point P est de 450 parties égales à celles d'une échelle : s'il s'agit de trouver sur la regle la distance de ce point P à celui où l'on doit marquer la fin d'*Aries* & le commencement de *Virgo* d'un côté , ou la fin de *Libra* & le commencement de *Pisces* de l'autre côté de la perpendiculaire ; la déclinaison de ces points de l'écliptique étant de  $11^{\text{d}} 29'$  , comme il paroît par la Table page 284 , la tangente sera de 203 en prenant le rayon de 1000 parties : on fera donc la proportion , 1000. 203 : 450. X , dont le quatrième terme est environ 91. Ainsi il faut que le point dont on cherche la distance au point P en soit éloigné de 91 parties égales à celles de l'échelle. Après avoir marqué sur un côté de la regle les divisions qui désignent les degrés de l'écliptique , on marque de l'autre les jours des mois auxquels le soleil répond à ces degrés.

Ce que nous venons de dire de la construction de l'Anneau astronomique suffit pour entendre l'usage qu'on en fait.

128. Voici comment on trouve l'heure qu'il est avec cet Instrument. 1°. On fait glisser le pendant attaché au cercle extérieur jusqu'à ce que le milieu réponde à la latitude ou à la hauteur du pole du lieu où l'on est. 2°. On met le curseur à peu près sur le degré du Signe auquel répond pour lors le soleil , soit qu'on regarde le côté de la regle où les Signes sont marqués , soit qu'on regarde celui où sont écrits les noms des mois , ou au moins les lettres initiales de ces mois. 3°. On dispose le cercle intérieur de façon qu'il soit perpendiculaire à l'autre qui doit représenter le méridien. 4°. On met un doigt dans l'anneau attaché au pendant pour soutenir l'Instrument en l'air , & on dirige vers le so-



leil une des faces de la regle qui contient le curseur. 5°. Enfin on tourne le méridien suspendu librement par l'anneau que l'on tient, on tourne, dis-je, ce cercle de façon que le rayon de lumière tombe précisément sur la circonférence équinoctiale : le point où tombera le rayon désignera l'heure.

129. Pour entendre la raison de l'usage de cet Instrument, il faut supposer d'abord que le soleil est à l'équateur céleste, & que le petit trou du curseur est au milieu de la regle dans le plan & au centre du cercle intérieur. Si l'épaisseur de ce cercle n'interceptoit pas la lumière du soleil, le rayon qui passeroit par le trou du curseur tombant sur la circonférence équinoctiale montreroit l'heure, puisque le rayon du soleil étant pour lors dans le plan du cercle intérieur, ce cercle seroit parallèle à l'équateur céleste ; & par conséquent le cercle intérieur joint avec le curseur, dont le trou est au centre, seroit une espece de Cadran équinoctial. Si on conçoit à présent que le soleil décline vers un des poles, & que le curseur & tout l'instrument demeure dans la même situation, alors le rayon ne tombera plus sur la circonférence équinoctiale : il s'en écartera en faisant avec le plan du cercle intérieur un angle égal à la déclinaison du soleil : mais si on éloigne du centre le curseur d'une quantité égale à la déclinaison du soleil, il est évident que le rayon du soleil tombera encore sur la circonférence équinoctiale, & y marquera l'heure.

130. On voit par ce que nous venons de dire, qu'à chacun des équinoxes, il y a deux ou trois jours pendant lesquels on ne peut trouver l'heure avec cet Instrument, parce que l'épaisseur du cercle intérieur empêche le rayon du soleil de parvenir jusqu'au trou du curseur. Par la même raison le cercle extérieur qui sert de méridien empêche tous les jours que l'on ne puisse voir l'heure vers midi.

*Explication des Tables suivantes.*

Nous avons jugé à propos d'ajouter des Tables , non-seulement pour épargner la peine du calcul dans les cas qui y sont contenus , mais aussi pour rassurer les Commençans dans les calculs qu'ils auront faits pour d'autres cas : car il leur arrive souvent d'être dans le doute lors même que leurs opérations sont bien faites. Or ils pourront se servir de ces Tables pour connoître s'ils ont bien calculé , en comparant le resultat de leurs calculs avec les Tables , pourvû qu'elles contiennent les cas qui approchent de ceux que leurs opérations supposent. Nous donnerons six sortes de Tables ; les premières montreront les déclinaisons du soleil pour tous les jours de l'année ; il y en aura quatre de cette sorte. La suivante contiendra les angles horaires du Cadran horizontal. La 6<sup>me</sup> fera pour les angles que fait le vertical du soleil avec le méridien. Les trois autres contiendront l'angle de la soustilaire avec la méridienne , la hauteur du pôle sur le plan , & la différence des longitudes ou des méridiens. Mais il faut auparavant en donner l'explication.

*De la Table de la déclinaison du Soleil.*

131. Nous avons supposé dans plusieurs Problèmes qu'on connoît la déclinaison du soleil pour toutes les heures du jour. On donne dans l'Astronomie la méthode de trouver cette déclinaison : mais comme elle suppose qu'on sçait le lieu du soleil sur l'écliptique , & qu'on ne peut trouver ce lieu que par des calculs qui dependent d'une connoissance assez profonde de l'Astronomie , nous allons donner quatre Tables qui pourront servir pendant 20 ou 30 ans à connoître aisément sans erreur sensible la déclinaison du soleil à toutes les heures. Elles sont prises des *Ephemerides* , de M. de la Caille de l'Académie des Sciences de Paris. Ces quatre Tables sont pour quatre années , sçavoir , la

Fig. 1.

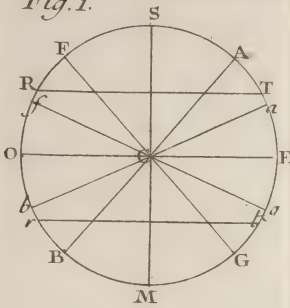


Fig. 2.

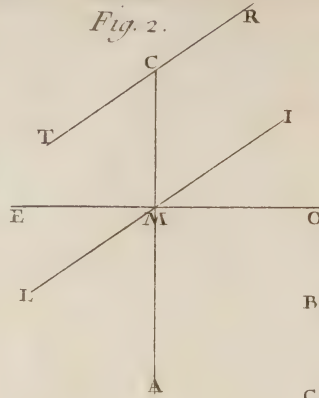


Fig. 3.

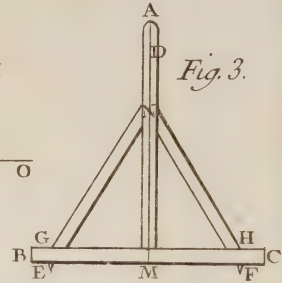


Fig. 4.

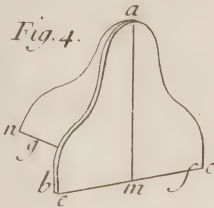


Fig. 5.

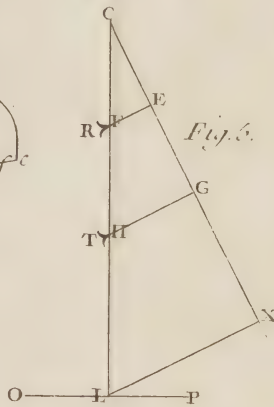


Fig. 6.

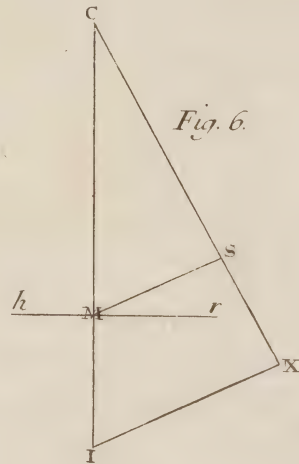


Fig. 7.

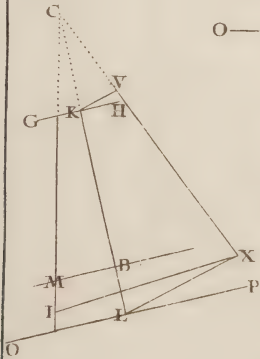


Fig. 8.

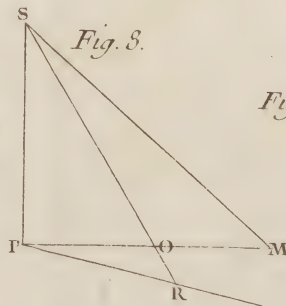
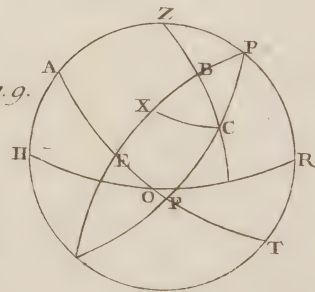


Fig. 9.







★ Etoile Polaire  
○ Pole

★ ★  
★ ★

Fig. 10.



Fig. 11.

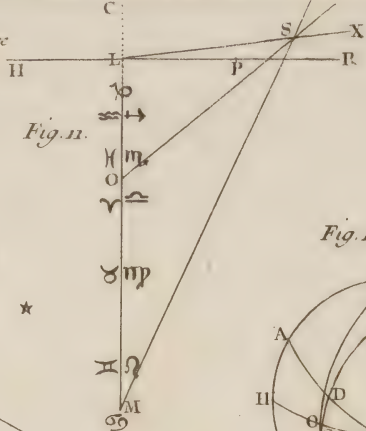


Fig. 14.

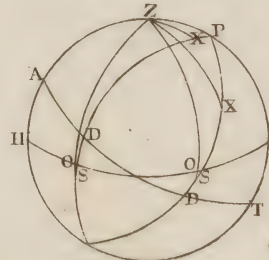


Fig. 13.

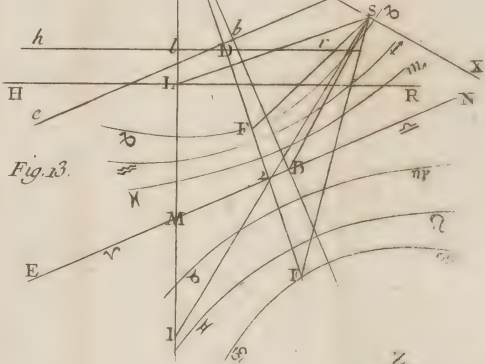


Fig. 15.

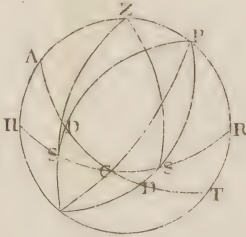


Fig. 16.

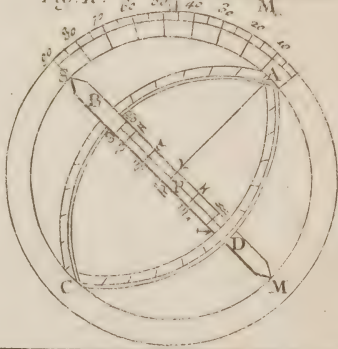
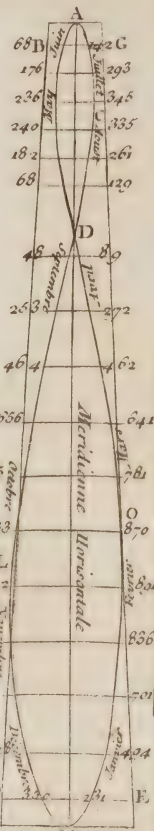
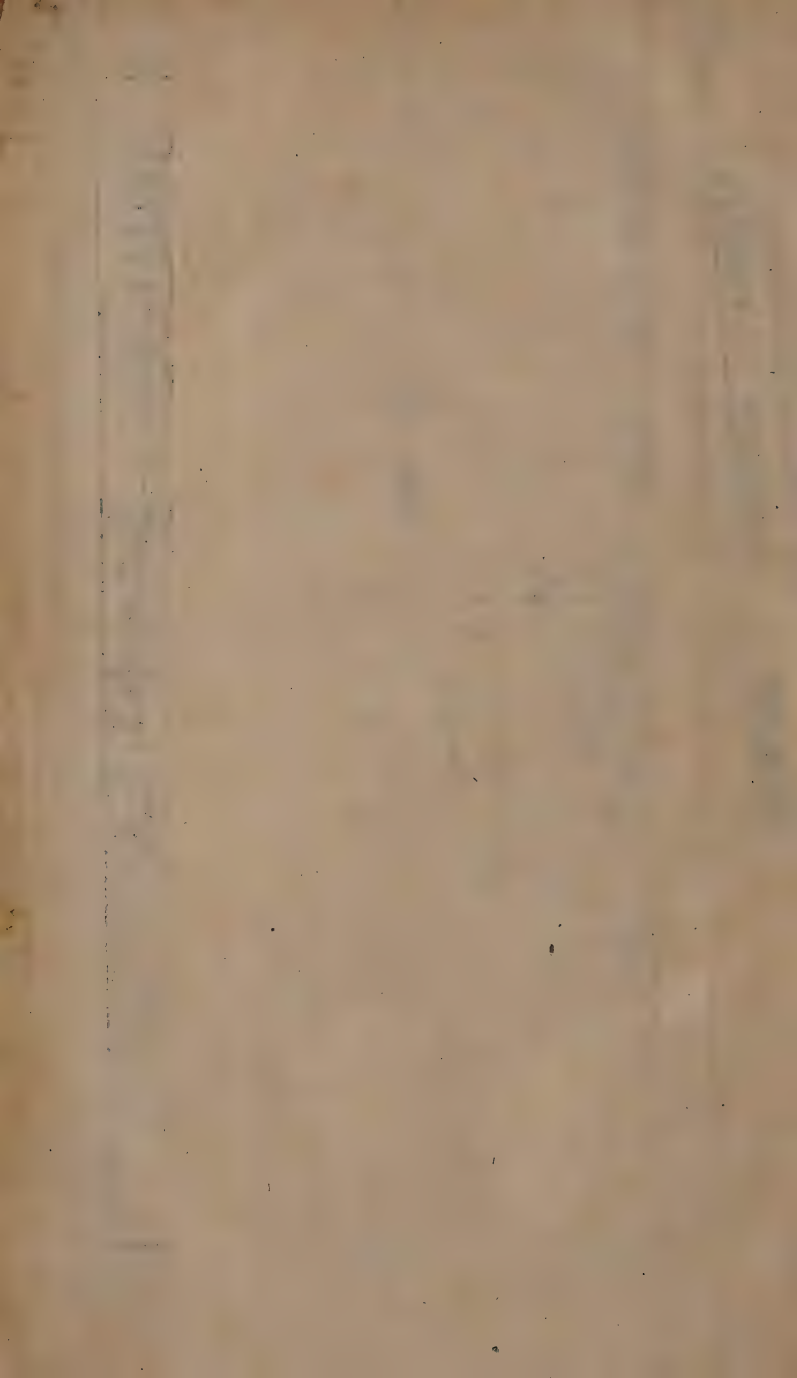


Fig. 12.





premiere Table pour la premiere année après une bissextile ; la seconde Table pour la seconde année après la bissextile ; la troisième pour la troisième année : enfin la 4<sup>me</sup> pour l'année bissextile. Ces quatre Tables ont été calculées en supposant l'inclinaison de l'écliptique avec l'équateur de  $23^{\text{d}} 28' 20''$ , telle à peu près qu'on l'a trouvée par des observations nouvelles & certaines. La premiere de ces Tables est prise des *Ephemerides*, année 1753, la seconde est prise de 1754, la troisième de 1751, enfin la quatrième de 1752. Elles marquent toutes les déclinaisons du soleil quand il est midi à Paris.

132. Pour connoître par le moyen de ces Tables la déclinaison du soleil pour un jour de l'année, il faut considérer si cette année est bissextile, & si elle ne l'est pas, il faut voir la quantième elle est, c'est-à-dire, ou la premiere, ou la seconde, ou la troisième après la derniere bissextile. Tout cela est facile à trouver, parce que l'année bissextile arrive de 4 ans en 4 ans, par exemple, en 1748, 52, 56, 60, 64, &c. ainsi si je veux sçavoir la déclinaison du soleil pour le premier Avril 1749, lorsqu'il sera midi à Paris, je fais attention que cette année est la premiere après la bissextile : c'est pourquoi je cherche cette déclinaison dans la premiere Table au premier d'Avril, & je trouve que c'est  $4^{\text{d}} 43'$ . De même si je veux sçavoir la déclinaison du soleil le 15 Juillet 1752, quand il sera midi à Paris, je remarque que cette année est bissextile, & qu'il faut par conséquent chercher cette déclinaison à la quatrième Table au 15 de Juillet : je trouve que c'est  $21^{\text{d}} 28'$ .

133. Si on veut connoître la déclinaison pour une autre heure que midi, il faut prendre une partie proportionnelle de la différence qui se trouve entre les déclinaisons du midi qui précède, & du midi qui suit immédiatement cette heure, proportionnelle, dis-je, au tems qui s'est écoulé depuis le midi précédent, &

ajouter cette partie à la déclinaison telle qu'elle étoit pour lors, quand la déclinaison va en augmentant; ou retrancher cette partie quand la déclinaison diminue, la somme ou la différence sera la déclinaison du soleil à l'heure proposée. Si je veux connoître la déclinaison du soleil à huit heures du matin au méridien de Paris le 15 Juillet 1752, je cherche la différence des deux déclinaisons du 14 & du 15 marquées dans la quatrième Table entre lesquelles se trouve la déclinaison de l'heure proposée; je trouve que c'est environ 10'. Or la partie proportionnelle de 10', qui répond à 20<sup>h</sup> qui se trouvent depuis le midi précédent jusqu'à 8<sup>h</sup> du matin est à peu près 8' : je retranche donc 8' de 21<sup>d</sup> 38' marqués pour le 14, parce que la déclinaison va en diminuant, le reste 21<sup>d</sup> 30' est la déclinaison du 15 à 8 heures du matin au méridien de Paris.

134. pour trouver la partie proportionnelle de la différence des déclinaisons, on peut faire l'analogie suivante : *24 heures sont au nombre des heures écoulées depuis le midi précédent, comme la différence des déclinaisons des deux midis est à la partie cherchée de cette différence.* Dans notre exemple cette proportion se réduit à ces termes, 24<sup>h</sup>. 20<sup>h</sup>. : 10' x.

135. Quoique ces Tables ne soient faites que pour le méridien de Paris, néanmoins on peut les regarder comme faites pour le méridien de toutes les villes de France à cause que la différence des méridiens n'est pas assez considérable pour causer une erreur sensible dans la déclinaison du soleil. On pourroit aussi se servir des mêmes Tables pour les autres lieux de la terre, quoique fort éloignés de Paris en longitude, pourvu qu'on eût égard à la différence des méridiens.

### DE LA TABLE DES ANGLES HORAIRES du Cadran horizontal.

136. Cette Table n'est autre chose qu'une espee de Catalogue des angles horaires du Cadran horizon-



ral, c'est-à-dire, des angles que font les différentes lignes horaires de ce Cadran avec la méridienne; elle comprend dix degrés de latitude dont chacun est partagé en six parties égales, comme on l'a marqué au haut de chaque page de la Table: par exemple, on a marqué au haut de la première page les six parties égales du quarante-quatrième degré de latitude, en mettant  $43^{\text{d}} 10'$ ,  $43^{\text{d}} 20'$ ,  $43^{\text{d}} 30'$ ,  $43^{\text{d}} 40'$ ,  $43^{\text{d}} 50'$ ,  $44^{\text{d}} 0'$ .

137. On a placé sous chacune de ces latitudes une colonne verticale qui contient les angles horaires de quart d'heure en quart d'heure depuis midi. On a aussi posé deux autres colonnes verticales à chaque page, une à gauche, l'autre à droite: la première à gauche contient les heures, les demies & les quarts depuis midi jusqu'à  $6^{\text{h}}$  du matin, en allant de haut en bas. La seconde, qui est à la droite de la page, contient aussi les heures, les demies & les quarts depuis midi jusqu'à  $6^{\text{h}}$  du soir. Les heures sont marquées en chiffres Romains, les quarts sont désignés par 15, c'est-à-dire, 15 minutes, les demies par 30, & les trois quarts par 45. Cela posé, on trouvera facilement les angles horaires de chaque latitude marquée dans la Table: par exemple, si je veux connoître quel est l'angle horaire que fait la ligne de dix heures & demie avec la mérid. à  $43^{\text{d}} 20'$  de latitude, je cherche dans la colonne des heures à gauche les 30 min. qui sont au-dessus de dix heures, & je regarde quel est l'angle qui est dans le même rang horizontal sous  $43^{\text{d}} 20'$ , je trouve  $15^{\text{d}} 52'$ , c'est la valeur de l'angle horaire formé par la mérid. avec la ligne horaire de 10 heures 30<sup>m</sup> à la latitude de  $43^{\text{d}} 20'$ . Si on veut sçavoir quel est l'angle que fait la ligne de  $1^{\text{h}} \frac{1}{2}$  après midi avec la méridienne à la même latitude de  $43^{\text{d}} 20'$  on cherchera 30 min. dans la colonne à droite au-dessous d'une heure, & on regardera dans le rang horizontal de ces 30 min. l'angle qui est sous  $43^{\text{d}} 20'$ , on trouvera  $15^{\text{d}} 52'$ , c'est l'angle que l'on demande.

138. On remarquera que cet angle est le même que

celui de  $10^h 30^m$ , ce qui doit être ainsi : car dans les Cadrans horisontaux les angles horaires du matin sont égaux à ceux du soir, lorsque les heures qui répondent à ces angles sont également éloignées de midi, les unes avant & les autres après. On peut voir à présent pourquoi les heures vont en diminuant de haut en bas dans la colonne qui est à gauche, au lieu qu'elles vont en augmentant dans la colonne à droite : car comme il étoit nécessaire que les heures qui sont dans le même rang horisontal à gauche & à droite fussent également éloignées de midi, que l'on suppose au haut de l'une & de l'autre colonne, les heures ont dû aller en diminuant dans la première & en augmentant dans la seconde.

139. On n'a étendu cette Table que jusqu'à six heures soit du matin soit du soir : mais si on veut avoir un angle horaire de quelque heure qui précède la sixième du matin, ou qui soit après la sixième du soir, il est facile de le trouver par cette Table.

Je suppose, par exemple, qu'on veuille trouver l'angle horaire de 5 heures du matin, il faut chercher l'angle horaire de 5 heures du soir, le supplément de cet angle sera l'angle qu'on veut connoître. Pareillement si on veut avoir la ligne horaire de 7 heures du soir, on cherchera l'angle de 7 heures du matin, le supplément de cet angle sera l'angle dont il s'agit. La raison de cela est que c'est la même ligne prolongée qui est la ligne horaire de 5 heures du soir, & celle de 5 heures du matin. Or cela étant, il faut qu'un des angles soit le supplément de l'autre, en supposant qu'on prend toujours les angles du côté de l'équinoctiale.

*De la Table de l'angle du vertical du Soleil avec le méridien.*

140. Pour trouver la déclinaison d'un plan par la méthode du V<sup>me</sup> Problème art. 121, qui est la plus avantageuse entre celles qui sont générales, il faut cher-

cher deux angles, celui du vertical du soleil avec le plan, & celui du même vertical avec le méridien. Ces deux angles étant connus, on retranche l'un de l'autre, ou bien on les ajoute ensemble; la différence ou la somme est la déclinaison du plan. Or de ces deux angles, c'est celui du vertical du soleil avec le méridien qui est le plus difficile à trouver. La Table que nous donnons pourra servir à cet effet depuis le 48<sup>me</sup> degré de latitude jusqu'au 50<sup>me</sup>, & depuis 15<sup>d</sup> 20' de la déclinaison du soleil vers le pôle élevé jusqu'au tropique voisin, pourvû qu'on ait trouvé la hauteur du soleil pour le moment auquel on a marqué le point d'ombre. Chaque page de cette Table contient sept colonnes, dont la première est composée des hauteurs du soleil de 20' en 20' depuis 38<sup>d</sup> 20' jusqu'au 49<sup>me</sup> degré, & les six autres contiennent les angles correspondans du vertical du soleil avec le méridien, selon les différentes déclinaisons du soleil qui sont marquées au-dessus des six colonnes de 20' en 20'. Ces angles sont ceux qui regardent l'équateur, & non pas leur supplément qui sont tournés vers le pôle élevé. Si on veut donc connoître l'angle du vertical du soleil avec le méridien lorsque le soleil est au 43<sup>me</sup> degré de hauteur sur l'horison d'un lieu qui a 48<sup>d</sup> de latitude, & qu'il décline de 16<sup>d</sup> 20' vers le pôle élevé, on cherchera sous le 48<sup>me</sup> deg. cet angle vis-à-vis du 43<sup>me</sup> degré de hauteur dans la colonne au haut de laquelle il y a 16<sup>d</sup> 20', & on trouvera 62<sup>d</sup> 33', c'est l'angle cherché qui regarde l'équateur.

141. Dans la dernière page de cette Table on a marqué les degrés de déclinaison du soleil de 14' en 14' pour la plus grande précision, parce que le soleil est alors plus long-tems à changer d'une minute de déclinaison: car il a sensiblement la même déclinaison plusieurs jours de suite aux solstices, & dans les tems qui en approchent il ne change que d'environ une ou deux minutes par jour, au lieu que vers les équinoxes il

change environ de  $24'$  de déclinaison par jour.

142. On peut se servir de la même Table pour trouver l'angle du vertical du soleil avec le méridien pour les degrés intermédiaires, soit de la latitude, soit de la hauteur du soleil, soit de sa déclinaison : par exemple, la latitude d'un lieu étant de  $49^d$  & la hauteur du soleil étant de  $45^d$ , si on veut trouver l'angle du vertical du soleil avec le méridien quand sa déclinaison est de  $20^d 10'$ , on prendra la différence entre les deux angles qui répondent à  $45^d$  de hauteur, dont l'un est sous  $20^d$ , & l'autre sous  $20^d 20'$  de déclinaison, ce sont  $65^d 36'$  &  $66^d 20'$  qui diffèrent de  $44'$ , dont il faut prendre la moitié  $22'$ , parce que  $10'$  sont la moitié de la différence entre  $20^d$  &  $20^d 20'$ . Par conséquent en ajoutant cette moitié à  $65^d 36'$ , la somme  $65^d 58'$  est l'angle cherché. On pourroit se servir pour trouver cet angle d'une proportion semblable à celle dont nous avons parlé dans l'explication des Tables de la déclinaison du soleil.

Cette Table a été calculée par la méthode de l'art. 124 du second Livre. M. de Targe Maître de Mathématiques, qui les enseigne avec succès, a bien voulu s'en donner la peine. Il a aussi fait la Table de la différence des longitudes qui est à la fin.

143. afin qu'on sçache à peu près le tems auquel il faut marquer les points d'ombre pour qu'on puisse faire usage de cette Table, nous allons indiquer les heures pour les cas extrêmes qu'elle contient, & on pourra juger par-là à peu près des heures qui conviennent aux autres cas.

*Latitude  $48^d$ , Déclinaison du Soleil  $15^d 20'$ .*

Haut.  $38^d 20'$  : à  $8^h 44^m$  avant midi, & à  $3^h 16^m$  apr. midi.  
 du Sol.  $49^d$ , à  $10^h$  avant midi, & à  $2^h$  apr. midi.  
 C'est-à-dire, que la latitude étant de  $48^d$ , & la déclinaison du soleil de  $15^d 20'$ , le soleil est élevé de  $38^d 20'$  sur l'horison à  $8^h 44^m$  du matin & à  $3^h 16^m$  après midi : & il est élevé de  $49^d$  à  $10^h$  du matin & à  $2^h$  après midi.

Lo



Le soleil est donc  $1^h 16^m$  à parvenir d'une hauteur à l'autre, soit avant soit après midi.

*Latitude  $48^d$ , Déclinaison du Soleil  $23^d 28'$ .*

Haut.  $38^d 20'$  : à  $8^h 3^m$  avant midi, & à  $3^h 52^m$  apr. midi.  
du Sol.  $49^d$  : à  $9^h 13^m$  avant midi, & à  $2^h 47^m$  apr. midi.

Le soleil est donc  $1^h 5^m$  à parvenir d'une hauteur à l'autre, soit avant soit après midi.

*Latitude  $30^d$ , Déclinaison du Soleil  $15^d 20'$ .*

Haut.  $38^d 20'$  : à  $8^h 49^m$  avant midi, & à  $3^h 11^m$  apr. midi.  
du Sol.  $49^d$  : à  $10^h 12^m$  avant midi, & à  $1^h 48^m$  apr. midi.

Le soleil est donc  $1^h 23^m$  à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi.

*Latitude  $50^d$ , Déclinaison du Soleil  $23^d 28'$ .*

Haut.  $38^d 20'$  : à  $8^h 9^m$  avant midi, & à  $3^h 51^m$  apr. midi.  
du Sol.  $49^d$  : à  $9^h 19^m$  avant midi, & à  $2^h 41^m$  apr. midi.

Le soleil est donc  $1^h 10^m$  à parvenir d'une hauteur à l'autre avant & après midi. Ces calculs ont été faits par la méthode des art. 135 & suivans, du second Livre.

### *Des Tables qui contiennent les trois angles fondamentaux des Cadrans.*

145. Les trois dernières Tables servent à connoître les trois angles qu'on peut appeller fondamentaux pour la construction des Cadrans, sçavoir l'angle de la soustilaire avec la méridienne, celui de l'axe avec la soustilaire, on l'appelle la hauteur du pole sur le plan, & enfin la différence des longitudes ou des méridiens. Elles s'étendent toutes les trois depuis le premier degré de la déclinaison du plan jusqu'au  $64^me$ . Les deux premières ne contiennent chacune que trois pages : mais la dernière en contient sept, parce que les angles de la différence des longitudes étant plus différens entr'eux que ceux des deux premières Tables, il étoit à propos de diviser les 64 degrés de déclinaison en par-

ries plus petites. Par la raison opposée on trouvera dans chacune de ces trois Tables une page, soit la première soit la dernière, dans laquelle les degrés de déclinaison seront moins divisés que dans les autres, parce que les angles qui répondent à ces degrés de déclinaison sont moins différens entr'eux que ceux qui répondent aux degrés de déclinaison qui sont dans les autres pages. Dans chaque page de ces Tables il y a sept colonnes, dont la première, ou celle qui est à gauche, contient les degrés de déclinaison du plan, & les six autres renferment les angles propres à chaque Table pour plusieurs degrés de latitude; ce sont le 45<sup>me</sup>, le 46<sup>me</sup>, le 47<sup>me</sup>, le 48<sup>me</sup>, le 49<sup>me</sup> & le 50<sup>me</sup>, comme on les voit marqués au haut des six colonnes. Ainsi ces Tables pourront être d'usage presque pour toute la latitude que renferme la France. On pourra se servir de ces Tables pour trouver les angles intermédiaires, soit de la déclinaison du plan, soit de la latitude, comme nous l'avons dit touchant les autres Tables. Pour calculer ces Tables on a employé les analogies renfermées dans le X<sup>me</sup>, le XI<sup>me</sup> & le XII<sup>me</sup> Problème de la seconde section du second Livre.

*TABLES*  
D E  
*GNOMONIQUE.*

TABLE I. de la décl. du Sol. à midi au Mérid. de Paris pour les  
1<sup>res</sup> ann. après les Biffextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

Jours du mois.	Janvier.		Février.		Mars.		Avril.		Mai.		Juin.	
	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	22	59	16	58	7	24	4	43	15	12	22	7
2	22	54	16	40	7	1	5	6	15	30	22	15
3	22	48	16	23	6	38	5	29	15	48	22	23
4	22	41	16	5	6	15	5	52	16	5	22	30
5	22	35	15	46	5	52	6	14	16	22	22	36
6	22	27	15	28	5	29	6	37	16	39	22	43
7	22	20	15	9	5	5	6	59	16	56	22	49
8	22	12	14	50	4	42	7	22	17	12	22	54
9	22	3	14	31	4	19	7	44	17	28	22	59
10	21	54	14	11	3	55	8	6	17	44	23	4
11	21	45	13	52	3	32	8	28	17	59	23	8
12	21	35	13	32	3	8	8	50	18	14	23	12
13	21	24	13	11	2	44	9	12	18	29	23	15
14	21	14	12	51	2	21	9	34	18	44	23	19
15	21	3	12	30	1	57	9	55	18	58	23	21
16	20	51	12	10	1	33	10	16	19	12	23	27
17	20	39	11	49	1	10	10	37	19	25	23	25
18	20	27	11	27	0	46	10	58	19	39	23	27
19	20	14	11	6	0	22	11	19	19	52	23	28
20	20	1	10	45	septentr. 0	1	11	40	20	4	23	28
21	19	48	10	23	0	25	12	0	20	16	23	28
22	19	34	10	1	0	49	12	20	20	28	23	28
23	19	20	9	39	1	12	12	40	20	40	23	27
24	19	6	9	17	1	36	13	0	20	51	23	26
25	18	51	8	55	1	59	13	20	21	2	23	25
26	18	36	8	32	2	23	13	39	21	12	23	23
27	18	20	8	10	2	46	13	58	21	22	23	21
28	18	4	7	47	3	9	14	17	21	32	23	18
29	17	48			3	33	14	36	21	42	23	15
30	17	32			3	56	14	54	21	51	23	11
31	17	15			4	20			21	59		



TABLE I. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les  
1<sup>res</sup> ann. après les Biffextiles, comme 1749, 1753, 1757, &c.

Jours du mois.	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre.		Novemb.		Décemb.	
	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. mériidio.		Déclin. mériidio.		Déclin. mériidio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	7	17	58	8	10	3	20	14	36	21	55
2	23	3	17	43	7	49	3	44	14	53	22	4
3	22	58	17	27	7	27	4	7	15	13	22	12
4	22	53	17	11	7	4	4	30	15	32	22	20
5	22	48	16	55	6	42	4	53	15	50	22	28
6	22	42	16	38	6	20	5	16	16	8	22	35
7	22	35	16	22	5	57	5	39	16	26	22	42
8	22	29	16	5	5	34	6	2	16	44	22	48
9	22	21	15	48	5	12	6	25	17	1	22	54
10	22	14	15	30	4	49	6	48	17	18	22	59
11	22	6	15	12	4	26	7	11	17	34	23	4
12	21	58	14	54	4	3	7	34	17	51	23	9
13	21	49	14	38	3	40	7	56	18	7	23	13
14	21	40	14	17	3	17	8	18	18	23	23	16
15	21	31	13	59	2	54	8	41	18	38	23	20
16	21	21	13	40	2	31	9	3	18	53	23	22
17	21	11	13	21	2	7	9	25	19	8	23	24
18	21	0	13	1	1	44	9	47	19	22	23	26
19	20	50	12	42	1	21	10	9	19	38	23	27
20	20	38	12	22	0	57	10	30	19	50	23	28
21	20	27	12	2	0	34	10	52	20	3	23	28
22	20	15	11	42	0	11	11	13	20	16	23	28
23	20	3	11	21	0	13	11	34	20	28	23	27
24	19	50	11	1	0	36	11	55	20	41	23	26
25	19	37	10	40	1	0	12	16	20	53	23	25
26	19	24	10	19	1	23	12	36	21	4	23	23
27	19	11	9	58	1	47	12	57	21	15	23	20
28	18	57	9	37	2	10	13	17	21	25	23	17
29	18	43	9	15	2	34	13	37	21	35	23	14
30	18	28	8	54	2	57	13	57	21	45	23	10
31	18	13	8	32			14	16			23	5

TABLE II. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les  
2<sup>des</sup> ann. après les bissext. telles que 1746, 1750, 1754, &c.

Jours du mois.	Janvier.		Février.		Mars.		Avril.		Mai.		Juin.	
	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	0	17	2	7	30	4	37	15	8	22	5
2	22	55	16	45	7	7	5	0	15	26	22	13
3	22	40	16	27	6	44	5	23	15	43	22	21
4	22	43	16	9	6	21	5	46	16	1	22	28
5	22	36	15	51	5	58	6	9	16	18	22	35
6	22	29	15	32	5	34	6	31	16	35	22	41
7	22	22	15	14	5	11	6	54	16	52	22	47
8	22	14	14	55	4	48	7	16	17	8	22	53
9	22	5	14	36	4	24	7	39	17	24	22	58
10	21	56	14	16	4	1	8	1	17	40	23	3
11	21	47	13	56	3	37	8	23	17	56	23	7
12	21	37	13	36	3	14	8	45	18	11	23	11
13	21	27	13	16	2	50	9	7	18	26	23	15
14	21	16	12	56	2	27	9	28	18	40	23	18
15	21	5	12	35	2	3	9	50	18	55	23	21
16	20	54	12	15	1	39	10	11	19	9	23	23
17	20	42	11	54	1	16	10	32	19	22	23	25
18	20	30	11	33	0	52	10	53	19	36	23	26
19	20	18	11	11	0	28	11	14	19	48	23	27
20	20	5	10	50	0	4	11	35	20	1	23	28
21	19	51	10	28	septentr.		11	55	20	13	23	28
22	19	38	10	6	0	43	12	15	20	25	23	28
23	19	24	9	44	1	7	12	35	20	37	23	28
24	19	9	9	22	1	30	12	55	20	48	23	27
25	18	54	9	0	1	54	13	15	20	59	23	25
26	18	39	8	38	2	17	13	34	21	10	23	24
27	18	24	8	15	2	41	13	53	21	20	23	21
28	18	8	7	51	3	4	14	12	21	30	23	19
29	17	52			3	27	14	31	21	39	23	16
30	17	36			3	51	14	50	21	48	23	12
31	17	19			4	14			21	57		

TABLE II. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les  
2<sup>des</sup> ann. après les bissext. telles que 1746, 1750, 1754, &c.

Jours du mois.	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre.		Novemb.		Décemb.	
	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. meridio.		Déclin. meridio.		Déclin. meridio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	8	18	2	8	16	3	15	14	31	21	52
2	23	4	17	47	7	54	3	38	14	50	22	2
3	22	59	17	31	7	32	4	1	15	9	22	10
4	22	54	17	15	7	10	4	25	15	28	22	18
5	22	49	16	59	6	47	4	48	15	46	22	26
6	22	43	16	43	6	25	5	11	16	4	22	33
7	22	37	16	26	6	3	5	34	16	22	22	40
8	22	30	16	9	5	40	5	57	16	40	22	47
9	22	23	15	52	5	17	6	20	16	57	22	53
10	22	16	15	34	4	55	6	43	17	14	22	58
11	22	8	15	17	4	32	7	5	17	31	23	3
12	22	0	14	59	4	9	7	28	17	47	23	8
13	21	51	14	40	3	46	7	51	18	3	23	12
14	21	42	14	22	3	23	8	13	18	19	23	16
15	21	33	14	3	3	0	8	35	18	34	23	19
16	21	23	13	44	2	36	8	58	18	49	23	22
17	21	13	13	25	2	13	9	20	19	4	23	24
18	21	3	13	6	1	50	9	42	19	19	23	26
19	20	52	12	46	1	26	10	3	19	33	23	27
20	20	41	12	27	1	3	10	25	19	46	23	28
21	20	30	12	7	0	40	10	47	20	0	23	28
22	20	18	11	47	0	16	11	8	20	13	23	28
23	20	6	11	26	0	7	11	29	20	25	23	28
24	19	53	11	6	0	31	11	50	20	38	23	27
25	19	40	10	45	0	54	12	11	20	50	23	25
26	19	27	10	24	1	18	12	32	21	1	23	23
27	19	14	10	3	1	41	12	52	21	12	23	21
28	19	0	9	42	2	4	13	12	21	23	23	18
29	18	46	9	21	2	28	13	32	21	33	23	15
30	18	32	8	59	2	51	13	52	21	43	23	11
31	18	17	8	38			14	12			23	6

TABLE III. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les  
3<sup>mes</sup> ann. après les biffext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

Jours du mois.	Janvier.		Février.		Mars.		Avril.		Mai.		Juin.	
	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	2	17	7	7	36	4	31	15	3	22	3
2	22	57	16	49	7	13	4	54	15	21	22	11
3	22	51	16	32	6	50	5	17	15	39	22	19
4	22	45	16	14	6	27	5	40	15	56	22	26
5	22	38	15	56	6	4	6	3	16	13	22	33
6	22	31	15	37	5	41	6	25	16	31	22	40
7	22	24	15	19	5	17	6	48	16	47	22	46
8	22	16	15	0	4	54	7	10	17	4	22	51
9	22	7	14	41	4	31	7	33	17	20	22	57
10	21	59	14	21	4	7	7	55	17	36	23	2
11	21	50	14	2	3	44	8	17	17	51	23	6
12	21	40	13	42	3	20	8	39	18	7	23	10
13	21	30	13	22	2	57	9	1	18	22	23	14
14	21	19	13	2	2	33	9	23	18	36	23	17
15	21	9	12	41	2	9	9	44	18	51	23	20
16	20	57	12	20	1	46	10	5	19	5	23	22
17	20	46	11	59	1	22	10	27	19	18	23	24
18	20	33	11	38	0	58	10	48	19	32	23	26
19	20	21	11	17	0	35	11	8	19	45	23	27
20	20	8	10	56	0	11	11	29	19	58	23	28
21	19	55	10	34	septentr.		11	50	20	10	23	28
22	19	42	10	12	0	36	12	10	20	22	23	28
23	19	27	9	50	1	0	12	30	20	34	23	28
24	19	13	9	28	1	24	12	50	20	45	23	27
25	18	59	9	6	1	47	13	10	20	56	23	26
26	18	43	8	44	2	11	13	29	21	7	23	24
27	18	28	8	21	2	34	13	48	21	17	23	22
28	18	12	7	59	2	58	14	7	21	27	23	19
29	17	56			3	21	14	26	21	37	23	18
30	17	40			3	44	14	44	21	46	23	13
31	17	23			4	8			21	55		



TABLE III. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les  
3<sup>mes</sup> ann. après les Biffext. telles que 1747, 1751, 1755, &c.

Jours du mois.	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre.		Novemb.		Décemb.	
	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. mériidio.		Déclin. mériidio.		Déclin. mériidio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	19	18	16	8	22	3	8	14	26	21	50
2	23	15	17	51	8	0	3	32	14	45	21	59
3	23	11	17	35	7	38	3	55	15	4	22	8
4	22	56	17	20	7	16	4	18	15	23	22	16
5	22	50	17	3	6	54	4	41	15	41	22	24
6	22	45	16	47	6	31	5	5	15	59	22	31
7	22	39	16	31	6	9	5	28	16	17	22	38
8	22	32	16	14	5	46	5	51	16	35	22	45
9	22	25	15	56	5	24	6	14	16	52	22	51
10	22	18	15	39	5	1	6	36	17	9	22	57
11	22	10	15	21	4	38	6	59	17	26	23	2
12	22	2	15	3	4	15	7	22	17	42	23	7
13	21	54	14	45	3	52	7	44	17	59	23	11
14	21	45	14	27	3	29	8	7	18	14	23	15
15	21	36	14	8	3	6	8	29	18	30	23	18
16	21	26	13	50	2	43	8	52	18	45	23	21
17	21	16	13	30	2	19	9	14	19	0	23	22
18	21	6	13	11	1	56	9	36	19	15	23	25
19	20	55	12	52	1	33	9	57	19	29	23	27
20	20	44	12	32	1	9	10	19	19	42	23	28
21	20	33	12	12	0	46	10	41	19	56	23	28
22	20	21	11	52	0	23	11	2	20	9	23	28
23	20	9	11	32	0	11	11	23	20	22	23	28
24	19	57	11	11	0	24	11	44	20	34	23	27
25	19	44	10	51	0	48	12	5	20	46	23	26
26	19	31	10	30	1	11	12	26	20	58	23	24
27	19	18	10	9	1	35	12	46	21	9	23	21
28	19	4	9	48	1	58	13	7	21	20	23	19
29	18	50	9	26	2	21	13	27	21	30	23	15
30	18	36	9	5	2	45	13	47	21	40	23	12
31	18	21	8	43			14	6			23	8

TABLE IV. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

Jours du mois.	Janvier.		Février.		Mars.		Avril.		Mai.		Juin.	
	Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. méridio.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	3	17	11	7	19	4	48	15	17	22	9
2	22	58	16	54	6	56	5	11	15	34	22	17
3	22	52	16	36	6	33	5	34	15	52	22	24
4	22	46	16	18	6	10	5	57	16	9	22	31
5	22	40	16	0	5	46	6	20	16	26	22	38
6	22	33	15	42	5	23	6	42	16	43	22	44
7	22	25	15	23	5	0	7	5	17	0	22	50
8	22	18	15	5	4	36	7	27	17	16	22	55
9	22	10	14	45	4	13	7	50	17	32	23	0
10	22	1	14	26	3	49	8	12	17	48	23	5
11	21	52	14	7	3	26	8	34	18	3	23	9
12	21	42	13	47	3	2	8	56	18	18	23	13
13	21	32	13	27	2	39	9	17	18	33	23	16
14	21	22	13	6	2	15	9	39	18	47	23	19
15	21	11	12	46	1	51	10	0	19	1	23	22
16	21	0	12	25	1	28	10	22	19	15	23	24
17	20	48	12	5	1	4	10	43	19	29	23	26
18	20	36	11	43	0	40	11	3	19	42	23	27
19	20	24	11	22	0	17	11	24	19	55	23	28
20	20	11	11	1	septentr.		11	45	20	7	23	28
21	19	58	10	39	0	31	12	5	20	19	23	28
22	19	45	10	18	0	54	12	25	20	31	23	28
23	19	31	9	56	1	18	12	45	20	43	23	27
24	19	17	9	34	1	42	13	5	20	54	23	26
25	19	2	9	11	2	5	13	24	21	4	23	24
26	18	47	8	49	2	29	13	44	21	15	23	22
27	18	32	8	27	2	52	14	3	21	25	23	20
28	18	16	8	4	3	15	14	21	21	35	23	17
29	18	0	7	41	3	39	14	40	21	44	23	14
30	17	44			4	2	14	58	21	53	23	10
31	17	28			4	25			22	1		

TABLE IV. de la décl. du Sol. à midi au mérid. de Paris pour les années bissextiles, telles que 1748, 1752, 1756, &c.

Jours du mois.	Juillet.		Août.		Septemb.		Octobre.		Novemb.		Décemb.	
	Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. septentr.		Déclin. meridio.		Déclin. meridio.		Déclin. meridio.	
	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.	D.	M.
1	23	6	17	55	8	5	3	26	14	40	21	57
2	23	2	17	39	7	43	3	49	14	59	22	6
3	22	57	17	23	7	21	4	13	15	18	22	14
4	22	52	17	8	6	59	4	36	15	37	22	22
5	22	46	16	51	6	37	4	59	15	55	22	30
6	22	40	16	35	6	14	5	22	16	13	22	37
7	22	34	16	18	5	52	5	45	16	30	22	43
8	22	27	16	0	5	29	6	8	16	48	22	50
9	22	20	15	43	5	6	6	31	17	5	22	55
10	22	12	15	26	4	44	6	54	17	22	23	1
11	22	4	15	8	4	21	7	16	17	39	23	5
12	21	56	14	50	3	58	7	39	17	55	23	10
13	21	47	14	31	3	35	8	2	18	11	23	14
14	21	38	14	13	3	11	8	24	18	26	23	17
15	21	28	13	54	2	48	8	46	18	42	23	20
16	21	19	13	35	2	25	9	8	18	57	23	23
17	21	8	13	16	2	2	9	30	19	11	23	25
18	20	58	12	56	1	38	9	52	19	25	23	26
19	20	47	12	37	1	15	10	14	19	39	23	28
20	20	36	12	17	0	52	10	36	19	53	23	28
21	20	24	11	57	0	28	10	57	20	6	23	28
22	20	12	11	37	0	5	11	18	20	19	23	28
23	20	0	11	16	0	19	11	39	20	31	23	27
24	19	47	10	56	0	42	12	0	20	44	23	26
25	19	34	10	35	1	5	12	21	20	55	23	24
26	19	21	10	14	1	29	12	41	21	6	23	22
27	19	7	9	53	1	52	13	2	21	17	23	19
28	18	53	9	32	2	16	13	22	21	28	23	16
29	18	39	9	10	2	39	13	42	21	38	23	13
30	18	25	8	49	3	3	14	2	21	48	23	9
31	18	10	8	27			14	21			23	4

[illegible]



[illegible]

[illegible]



*Table V. des angles horaires du Cadran horizontal,  
c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne  
& les lignes horaires.*

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.												Heures du soir.
	47. 10	47. 20	47. 30	47. 40	47. 50	48. 0							
45.	2 45	2 46	2 46	2 46	2 47	2 47						15.	
30.	5 31	5 32	5 33	5 34	5 34	5 35						30.	
15.	8 18	8 19	8 21	8 22	8 23	8 24						45.	
XI.	11 7	11 9	11 11	11 12	11 14	11 16						I.	
45.	13 59	14 1	14 3	14 5	14 7	14 10						15.	
30.	16 54	16 56	16 59	17 2	17 4	17 7						30.	
15.	19 53	19 56	19 59	20 2	20 5	20 8						45.	
X.	22 57	23 0	23 4	23 7	23 10	23 13						II.	
45.	26 6	26 10	26 14	26 17	26 21	26 24						15.	
30.	29 22	29 26	29 30	29 34	29 38	29 42						30.	
15.	32 45	32 49	32 53	32 57	33 2	33 6						45.	
IX.	36 15	36 20	36 24	36 28	36 33	36 37						III.	
45.	39 54	39 59	40 3	40 8	40 12	40 17						15.	
30.	43 42	43 47	43 51	43 56	44 1	44 5						30.	
15.	47 40	47 44	47 49	47 54	47 58	48 3						45.	
VIII.	51 47	51 52	51 56	52 1	52 5	52 9						IV.	
45.	56 5	56 9	56 13	56 18	56 22	56 26						15.	
30.	60 33	60 36	60 40	60 44	60 48	60 52						30.	
15.	65 10	65 13	65 17	65 20	65 24	65 27						45.	
VII.	69 56	69 59	70 2	70 5	70 8	70 10						V.	
45.	74 50	74 52	74 54	74 57	74 59	75 1						15.	
30.	79 50	79 51	79 53	79 54	79 56	79 57						30.	
15.	84 54	84 54	84 55	84 56	84 57	84 58						45.	
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0						VI.	



*Table V. des angles horaires du Cadran horizontal,  
c'est-à-dire, des angles compris entre la Méridienne  
& les lignes horaires.*

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du soir.
	48. 10	48. 20	48. 30	48. 40	48. 50	49. 0.	
45.	2 48	2 48	2 49	2 49	2 50	2 50	15.
30.	5 36	5 37	5 38	5 39	5 40	5 40	30.
15.	8 26	8 27	8 28	8 30	8 31	8 32	45.
XI.	11 17	11 19	11 21	11 23	11 24	11 26	I.
45.	14 12	14 14	14 16	14 18	14 20	14 22	15.
30.	17 9	17 12	17 14	17 17	17 19	17 22	30.
15.	20 11	20 13	20 16	20 19	20 22	20 25	45.
X.	23 17	23 20	23 23	23 26	23 30	23 33	II.
45.	26 28	26 32	26 35	26 39	26 42	26 46	15.
30.	29 46	29 49	29 53	29 57	30 1	30 35	30.
15.	33 10	33 14	33 18	33 22	33 26	33 30	45.
IX.	36 41	36 46	36 50	36 54	36 58	37 3	III.
45.	40 21	40 26	40 30	40 34	40 39	40 43	15.
30.	44 10	44 14	44 18	44 23	44 27	44 32	30.
15.	48 7	48 11	48 16	48 20	48 25	48 29	45.
VIII.	52 14	52 18	52 22	52 27	52 31	52 35	IV.
45.	56 30	56 34	56 38	56 42	56 46	56 50	15.
30.	60 56	61 0	61 3	61 7	61 11	61 15	30.
15.	65 30	65 34	65 37	65 40	65 44	65 47	45.
VII.	70 13	70 16	70 19	70 22	70 25	70 27	V.
45.	75 3	75 5	75 8	75 10	75 12	75 14	15.
30.	79 59	80 0	80 2	80 3	80 5	80 6	30.
15.	84 58	84 59	85 0	85 1	85 2	85 2	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

[illegible]

*Table V. des angles horaires du Cadran horizontal ,  
c'est-à-dire , des angles compris entre la Méridienne  
& les lignes horaires.*

Heures du matin.	Hauteur du Pole ou latitude.						Heures du soir.
	50. 10.	50. 20.	50. 30.	50. 40.	50. 50.	51. 0.	
45.	2 53	2 53	2 54	2 54	2 55	2 55	15.
30.	5 46	5 47	5 48	5 49	5 50	5 51	30.
15.	8 41	8 42	8 44	8 45	8 46	8 47	45.
XI.	11 38	11 39	11 41	11 43	11 44	11 46	I.
45.	14 37	14 39	14 41	14 43	14 45	14 47	15.
30.	17 39	17 41	17 44	17 46	17 48	17 51	30.
15.	20 45	20 47	20 50	20 53	20 55	20 58	45.
X.	23 55	23 58	24 1	24 4	24 7	24 10	II.
45.	27 10	27 13	27 17	27 20	27 23	27 27	15.
30.	30 31	30 34	30 38	30 41	30 45	30 49	30.
15.	33 58	34 1	34 5	34 9	34 13	34 17	45.
IX.	37 31	37 35	37 39	37 43	37 47	37 51	III.
45.	41 12	41 17	41 21	41 25	41 29	41 33	15.
30.	45 1	45 6	45 10	45 14	45 18	45 22	30.
15.	48 58	49 3	49 7	49 11	49 15	49 19	45.
VIII.	53 4	53 8	53 12	53 16	53 20	53 24	IV.
45.	57 18	57 21	57 25	57 29	57 33	57 36	15.
30.	61 40	61 43	61 46	61 50	61 53	61 57	30.
15.	66 9	66 12	66 15	66 18	66 21	66 24	45.
VII.	70 46	70 49	70 51	70 54	70 56	70 59	V.
45.	75 29	75 31	75 33	75 35	75 37	75 39	15.
30.	80 16	80 18	80 19	80 21	80 22	80 23	30.
15.	85 7	85 8	85 9	85 10	85 10	85 11	45.
VI.	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	90 0	VI.

[illegible]





**TABLE VI.** de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 48 d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	15 <sup>d.</sup> 20'	15 <sup>d.</sup> 40'	16 <sup>d.</sup> 0'	16 <sup>d.</sup> 20'	16 <sup>d.</sup> 40'	17 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	68. 00.	68. 40.	69. 20.	69. 58.	70. 38.	71. 16.
38. 40.	67. 30.	68. 10.	68. 50.	69. 30.	70. 08.	70. 48.
39. 00.	67. 00.	67. 40.	68. 20.	69. 00.	69. 38.	70. 18.
39. 20.	66. 28.	67. 08.	67. 50.	68. 30.	69. 09.	69. 48.
39. 40.	65. 58.	66. 38.	67. 18.	67. 58.	68. 38.	69. 18.
40. 00.	65. 24.	66. 06.	66. 47.	67. 28.	68. 08.	68. 48.
40. 20.	64. 52.	65. 34.	66. 16.	66. 56.	67. 38.	68. 18.
40. 40.	64. 20.	65. 02.	65. 44.	66. 26.	67. 06.	67. 47.
41. 00.	63. 48.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 34.	67. 16.
41. 20.	63. 14.	63. 56.	64. 38.	65. 20.	66. 02.	66. 44.
41. 40.	62. 40.	63. 22.	64. 06.	64. 48.	65. 30.	66. 12.
42. 00.	62. 04.	62. 48.	63. 32.	64. 14.	64. 58.	65. 40.
42. 20.	61. 30.	62. 14.	62. 58.	63. 41.	64. 24.	65. 08.
42. 40.	60. 54.	61. 40.	62. 24.	63. 08.	63. 52.	64. 34.
43. 00.	60. 18.	61. 04.	61. 48.	62. 33.	63. 16.	64. 00.
43. 20.	59. 42.	60. 28.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.
43. 40.	59. 06.	59. 52.	60. 37.	61. 22.	62. 08.	62. 52.
44. 00.	58. 28.	59. 14.	60. 00.	60. 46.	61. 32.	62. 17.
44. 20.	57. 50.	58. 36.	59. 24.	60. 10.	60. 56.	61. 42.
44. 40.	57. 10.	57. 58.	58. 46.	59. 33.	60. 20.	61. 06.
45. 00.	56. 31.	57. 20.	58. 08.	58. 55.	59. 42.	60. 29.
45. 20.	55. 50.	56. 40.	57. 28.	58. 17.	59. 04.	59. 52.
45. 40.	55. 10.	56. 00.	56. 49.	57. 38.	58. 26.	59. 14.
46. 00.	54. 28.	55. 18.	56. 08.	56. 58.	57. 47.	58. 36.
46. 20.	53. 46.	54. 37.	55. 28.	56. 18.	57. 08.	57. 56.
46. 40.	53. 02.	53. 54.	54. 46.	55. 37.	56. 28.	57. 17.
47. 00.	52. 18.	53. 12.	54. 04.	54. 55.	55. 46.	56. 36.
47. 20.	51. 33.	52. 26.	53. 20.	54. 12.	55. 04.	55. 56.
47. 40.	50. 46.	51. 42.	52. 36.	53. 29.	54. 22.	55. 14.
48. 00.	50. 00.	50. 56.	51. 50.	52. 44.	53. 38.	54. 31.
48. 20.	49. 12.	50. 08.	51. 04.	52. 54.	52. 54.	53. 48.
48. 40.	48. 22.	49. 20.	50. 17.	51. 13.	52. 08.	53. 13.
49. 00.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude . . . . 48d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	17 <sup>d</sup> . 20'	17 <sup>d</sup> . 40'	18 <sup>d</sup> . 0'	18 <sup>d</sup> . 20'	18 <sup>d</sup> . 40'	19 <sup>d</sup> . 0'
38 <sup>d</sup> . 20'	71. 54.	72. 32.	73. 10.	73. 48.	74. 26.	75. 4.
38. 40.	71. 26.	72. 4.	72. 42.	73. 20.	73. 58.	74. 36.
39. 00.	70. 56.	71. 36.	72. 14.	72. 52.	73. 30.	74. 8.
39. 20.	70. 28.	71. 6.	71. 46.	72. 24.	73. 2.	73. 40.
39. 40.	69. 58.	70. 38.	71. 16.	71. 56.	72. 34.	73. 18.
40. 00.	69. 28.	70. 8.	70. 48.	71. 26.	72. 6.	72. 44.
40. 20.	68. 58.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 36.	72. 16.
40. 40.	68. 28.	69. 8.	69. 48.	70. 28.	71. 8.	71. 46.
41. 00.	67. 56.	68. 38.	69. 18.	69. 58.	70. 38.	71. 18.
41. 20.	67. 26.	68. 6.	68. 48.	69. 28.	70. 8.	70. 48.
41. 40.	66. 54.	67. 36.	68. 16.	68. 58.	69. 38.	70. 18.
42. 00.	66. 22.	67. 4.	67. 46.	68. 26.	69. 8.	69. 48.
42. 20.	65. 50.	66. 32.	67. 14.	67. 58.	68. 36.	69. 18.
42. 40.	65. 17.	66. 0.	66. 40.	67. 26.	68. 6.	68. 46.
43. 00.	64. 44.	65. 27.	66. 10.	66. 52.	67. 34.	68. 16.
43. 20.	64. 10.	64. 54.	65. 36.	66. 20.	67. 1.	67. 44.
43. 40.	63. 36.	64. 20.	65. 4.	65. 46.	66. 30.	67. 12.
44. 00.	63. 1.	63. 46.	64. 30.	65. 14.	65. 56.	66. 40.
44. 20.	62. 26.	63. 12.	63. 56.	64. 40.	65. 24.	66. 7.
44. 40.	61. 52.	62. 38.	63. 21.	64. 6.	64. 50.	65. 34.
45. 00.	61. 16.	62. 0.	62. 46.	63. 32.	64. 16.	65. 00.
45. 20.	60. 38.	61. 24.	62. 10.	62. 56.	63. 42.	64. 26.
45. 40.	60. 2.	60. 48.	61. 34.	62. 20.	63. 6.	63. 52.
46. 00.	59. 24.	60. 11.	60. 58.	61. 44.	62. 31.	63. 16.
46. 20.	58. 46.	59. 34.	60. 21.	61. 8.	61. 54.	62. 41.
46. 40.	58. 6.	58. 55.	59. 43.	60. 31.	61. 18.	62. 5.
47. 00.	57. 26.	58. 16.	59. 4.	59. 53.	60. 41.	61. 28.
47. 20.	56. 46.	57. 36.	58. 26.	59. 15.	60. 3.	60. 52.
47. 40.	56. 5.	56. 56.	57. 46.	58. 36.	59. 25.	60. 13.
48. 00.	55. 23.	56. 14.	57. 6.	57. 56.	58. 46.	59. 35.
48. 20.	54. 40.	55. 32.	56. 24.	57. 15.	58. 6.	58. 56.
48. 40.	53. 56.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 24.	58. 16.
49. 00.	53. 12.	54. 6.	55. 0.	55. 52.	56. 44.	57. 35.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . 48d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	19 <sup>d</sup> . 20'	19 <sup>d</sup> . 40'	20 <sup>d</sup> . 0'	20 <sup>d</sup> . 20'	20 <sup>d</sup> . 40'	21 <sup>d</sup> . 0'
38 <sup>d</sup> . 20'	75. 40.	76. 18.	76. 54.	77. 32.	78. 8.	78. 44.
38. 40.	75. 14.	75. 50.	76. 28.	77. 4.	77. 42.	78. 18.
39. 0.	74. 46.	75. 24.	76. 2.	76. 38.	77. 16.	77. 52.
39. 20.	74. 18.	74. 56.	75. 34.	76. 12.	76. 48.	77. 26.
39. 40.	73. 50.	74. 28.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.
40. 0.	73. 22.	74. 2.	74. 40.	75. 18.	75. 54.	76. 32.
40. 20.	72. 54.	73. 32.	74. 12.	74. 50.	75. 28.	76. 6.
40. 40.	72. 26.	73. 4.	73. 44.	74. 22.	75. 0.	75. 38.
41. 0.	71. 56.	72. 36.	73. 16.	73. 54.	74. 32.	75. 10.
41. 20.	71. 28.	72. 8.	72. 46.	73. 26.	74. 4.	74. 44.
41. 40.	70. 58.	71. 38.	72. 18.	72. 57.	73. 36.	74. 15.
42. 0.	70. 28.	71. 8.	71. 48.	72. 28.	73. 8.	73. 46.
42. 20.	69. 58.	70. 38.	71. 19.	71. 59.	72. 39.	73. 18.
42. 40.	69. 28.	70. 8.	70. 49.	71. 30.	72. 10.	72. 52.
43. 0.	68. 57.	69. 38.	70. 20.	71. 0.	71. 40.	72. 20.
43. 20.	68. 26.	69. 8.	69. 48.	70. 30.	71. 10.	71. 51.
43. 40.	67. 54.	68. 36.	69. 18.	70. 0.	70. 40.	71. 22.
44. 0.	67. 22.	68. 4.	68. 47.	69. 28.	70. 10.	70. 52.
44. 20.	66. 50.	67. 33.	68. 16.	68. 58.	69. 39.	70. 21.
44. 40.	66. 18.	67. 0.	67. 44.	68. 26.	69. 8.	69. 50.
45. 0.	65. 44.	66. 28.	67. 11.	67. 54.	68. 36.	69. 19.
45. 20.	65. 10.	65. 54.	66. 38.	67. 22.	68. 4.	68. 48.
45. 40.	64. 36.	65. 21.	66. 5.	66. 49.	67. 32.	68. 16.
46. 0.	64. 2.	64. 53.	65. 32.	66. 16.	67. 0.	67. 44.
46. 20.	63. 27.	64. 12.	64. 58.	65. 42.	66. 26.	67. 10.
46. 40.	62. 51.	63. 38.	64. 23.	65. 4.	65. 58.	66. 38.
47. 0.	62. 15.	63. 2.	63. 48.	64. 34.	65. 19.	66. 4.
47. 20.	61. 38.	62. 26.	63. 12.	63. 58.	64. 44.	65. 30.
47. 40.	61. 2.	61. 48.	62. 36.	63. 23.	64. 10.	64. 56.
48. 0.	60. 24.	61. 12.	62. 0.	62. 46.	63. 34.	64. 20.
48. 20.	59. 45.	60. 34.	61. 22.	62. 10.	62. 58.	63. 54.
48. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 44.	61. 32.	62. 21.	63. 8.
49. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	60. 55.	61. 44.	62. 32.

TABLE VI.



**TABLE VI.** de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

*Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 48d.*

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	21 <sup>d.</sup> 20'	21 <sup>d.</sup> 40'	22 <sup>d.</sup> 0'	22 <sup>d.</sup> 20'	22 <sup>d.</sup> 40'	23 <sup>d.</sup> 0'
38d. 20'	79. 20.	79. 56.	80. 32.	81. 8.	81. 46.	82. 18.
38. 40.	78. 54.	79. 30.	80. 6.	80. 42.	81. 18.	81. 54.
39. 0.	78. 28.	79. 6.	79. 40.	80. 18.	80. 54.	81. 30.
39. 20.	78. 2.	78. 40.	79. 16.	79. 52.	80. 28.	81. 4.
39. 40.	77. 36.	78. 14.	78. 52.	79. 26.	80. 4.	80. 40.
40. 0.	77. 10.	77. 46.	78. 24.	79. 0.	79. 38.	80. 14.
40. 20.	76. 44.	77. 20.	77. 58.	78. 34.	79. 12.	79. 48.
40. 40.	76. 16.	76. 54.	77. 32.	78. 8.	78. 46.	79. 22.
41. 0.	75. 48.	76. 26.	77. 4.	77. 42.	78. 20.	78. 56.
41. 20.	75. 22.	76. 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 30.
41. 40.	74. 54.	75. 32.	76. 10.	76. 48.	77. 26.	78. 4.
42. 0.	74. 26.	75. 4.	75. 43.	76. 22.	77. 0.	77. 38.
42. 20.	73. 58.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 32.	77. 11.
42. 40.	73. 29.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44.
43. 0.	73. 0.	73. 40.	74. 20.	74. 58.	75. 38.	76. 16.
43. 20.	72. 32.	73. 12.	73. 51.	74. 30.	75. 10.	75. 50.
43. 40.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 42.	75. 22.
44. 0.	71. 32.	72. 12.	72. 54.	73. 34.	74. 14.	74. 53.
44. 20.	71. 1.	71. 43.	72. 24.	73. 4.	73. 44.	74. 24.
44. 40.	70. 32.	71. 13.	71. 54.	72. 36.	73. 16.	73. 56.
45. 0.	70. 0.	70. 42.	71. 24.	72. 6.	72. 46.	73. 27.
45. 20.	69. 30.	70. 12.	70. 54.	71. 35.	72. 16.	72. 58.
45. 40.	68. 58.	69. 40.	70. 23.	71. 5.	71. 46.	72. 28.
46. 0.	68. 26.	69. 10.	69. 52.	70. 34.	71. 16.	71. 58.
46. 20.	67. 54.	68. 38.	69. 20.	70. 4.	70. 46.	71. 28.
46. 40.	67. 22.	68. 6.	68. 49.	69. 32.	70. 15.	70. 58.
47. 0.	66. 48.	67. 32.	68. 16.	69. 0.	69. 44.	70. 26.
47. 20.	66. 15.	67. 0.	67. 44.	68. 28.	69. 12.	69. 54.
47. 40.	65. 40.	66. 26.	67. 10.	67. 56.	68. 40.	69. 24.
48. 0.	65. 6.	65. 52.	66. 37.	67. 22.	68. 6.	68. 51.
48. 20.	64. 31.	65. 18.	66. 4.	66. 48.	67. 34.	68. 18.
48. 40.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 14.	67. 0.	67. 46.
49. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67. 12.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	15 <sup>d</sup> . 20'	15 <sup>d</sup> . 40'	16 <sup>d</sup> . 0'	16 <sup>d</sup> . 20'	16 <sup>d</sup> . 40'	17 <sup>d</sup> . 0'
38d. 20'	66. 42.	67. 22.	68. 2.	68. 42.	69. 22.	70. 2.
38. 40.	66. 10.	66. 50.	67. 31.	68. 12.	68. 52.	69. 32.
39. 0.	65. 36.	66. 18.	66. 59.	67. 40.	68. 20.	69. 1.
39. 20.	65. 4.	65. 46.	66. 27.	67. 8.	67. 50.	68. 30.
39. 40.	64. 30.	65. 12.	65. 54.	66. 36.	67. 18.	67. 58.
40. 0.	63. 58.	64. 40.	65. 22.	66. 4.	66. 46.	67. 26.
40. 20.	63. 24.	64. 16.	64. 48.	65. 36.	66. 13.	66. 54.
40. 40.	62. 48.	63. 32.	64. 15.	64. 58.	65. 40.	66. 22.
41. 0.	62. 14.	62. 58.	63. 41.	64. 24.	65. 7.	65. 50.
41. 20.	61. 38.	62. 22.	63. 6.	63. 50.	64. 34.	65. 16.
41. 40.	61. 2.	61. 48.	62. 32.	63. 16.	64. 0.	64. 42.
42. 0.	60. 26.	61. 12.	61. 56.	62. 40.	63. 24.	64. 8.
42. 20.	59. 50.	60. 35.	61. 20.	62. 6.	62. 50.	63. 34.
42. 40.	59. 12.	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 14.	62. 59.
43. 0.	58. 34.	59. 20.	60. 6.	60. 52.	61. 38.	62. 24.
43. 20.	57. 54.	58. 42.	59. 30.	60. 16.	61. 2.	61. 48.
43. 40.	57. 16.	58. 4.	58. 52.	59. 38.	60. 25.	61. 12.
44. 0.	56. 36.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 54.	60. 34.
44. 20.	55. 56.	56. 44.	57. 34.	58. 22.	59. 10.	59. 56.
44. 40.	55. 14.	56. 4.	56. 54.	57. 42.	58. 30.	59. 18.
45. 0.	54. 32.	55. 22.	56. 12.	57. 2.	57. 50.	58. 40.
45. 20.	53. 48.	54. 40.	55. 30.	56. 21.	57. 1.	58. 0.
45. 40.	53. 4.	53. 57.	54. 48.	55. 40.	56. 30.	57. 20.
46. 0.	52. 20.	53. 14.	54. 6.	54. 58.	55. 48.	56. 40.
46. 20.	51. 34.	52. 28.	53. 23.	54. 14.	55. 6.	55. 58.
46. 40.	50. 48.	51. 43.	52. 38.	53. 30.	54. 24.	55. 16.
47. 0.	50. 0.	50. 56.	51. 52.	52. 46.	53. 40.	54. 32.
47. 20.	49. 12.	50. 8.	51. 5.	52. 0.	52. 54.	53. 48.
47. 40.	48. 22.	49. 20.	50. 18.	51. 14.	52. 8.	53. 4.
48. 0.	47. 32.	48. 30.	49. 28.	50. 26.	51. 22.	52. 18.
48. 20.	46. 40.	47. 40.	48. 38.	49. 38.	50. 34.	51. 30.
48. 40.	45. 46.	46. 48.	47. 48.	48. 47.	49. 46.	50. 42.
49. 0.	44. 50.	45. 54.	46. 56.	47. 56.	48. 56.	49. 54.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'équateur.

Hauteur du Pôle ou Latitude. . . . 49d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	17 <sup>d.</sup> 20'	17 <sup>d.</sup> 40'	18 <sup>d.</sup> 0'	18 <sup>d.</sup> 20'	18 <sup>d.</sup> 40'	19 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	70. 42.	71. 20.	72. 0.	72. 38.	73. 17.	73. 56.
38. 40.	70. 12.	70. 51.	71. 30.	72. 10.	72. 48.	73. 26.
39. 0.	69. 41.	70. 20.	71. 0.	71. 40.	72. 18.	72. 58.
39. 20.	69. 10.	69. 50.	70. 30.	71. 10.	71. 50.	72. 28.
39. 40.	68. 40.	69. 20.	70. 0.	70. 40.	71. 20.	71. 59.
40. 0.	68. 8.	68. 48.	69. 30.	70. 10.	70. 50.	71. 29.
40. 20.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 38.	70. 19.	71. 0.
40. 40.	67. 4.	67. 46.	68. 26.	69. 8.	69. 48.	70. 28.
41. 0.	66. 32.	67. 14.	67. 56.	68. 36.	69. 18.	69. 58.
41. 20.	65. 58.	66. 42.	67. 24.	68. 4.	68. 46.	69. 28.
41. 40.	65. 26.	66. 8.	66. 50.	67. 32.	68. 14.	68. 56.
42. 0.	64. 52.	65. 35.	66. 18.	67. 0.	67. 42.	68. 24.
42. 20.	64. 9.	65. 2.	65. 46.	66. 28.	67. 12.	67. 54.
42. 40.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 54.	66. 36.	67. 20.
43. 0.	63. 8.	63. 52.	64. 38.	65. 20.	66. 4.	66. 46.
43. 20.	62. 32.	63. 18.	64. 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.
43. 40.	61. 56.	62. 42.	63. 28.	64. 12.	64. 56.	65. 40.
44. 0.	61. 20.	62. 6.	62. 52.	63. 36.	64. 22.	65. 6.
44. 20.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 2.	63. 46.	64. 32.
44. 40.	60. 6.	60. 52.	61. 40.	62. 26.	63. 12.	63. 56.
45. 0.	59. 28.	60. 15.	61. 2.	61. 48.	62. 34.	63. 22.
45. 20.	58. 48.	59. 36.	60. 24.	61. 12.	61. 58.	62. 44.
45. 40.	58. 20.	58. 58.	59. 46.	60. 34.	61. 22.	62. 8.
46. 0.	57. 30.	58. 18.	59. 8.	59. 56.	60. 44.	61. 32.
46. 20.	56. 48.	57. 38.	58. 28.	59. 17.	60. 6.	61. 54.
46. 40.	56. 6.	56. 58.	57. 48.	58. 38.	59. 26.	60. 16.
47. 0.	55. 24.	56. 16.	57. 7.	57. 57.	58. 47.	59. 36.
47. 20.	54. 42.	55. 34.	56. 26.	57. 16.	58. 6.	58. 56.
47. 40.	53. 57.	54. 50.	55. 42.	56. 34.	57. 26.	58. 16.
48. 0.	53. 12.	54. 6.	55. 0.	55. 52.	56. 44.	57. 36.
48. 20.	52. 26.	53. 22.	54. 16.	55. 8.	56. 2.	56. 54.
48. 40.	51. 40.	52. 36.	53. 30.	54. 24.	55. 18.	56. 11.
49. 0.	50. 52.	51. 48.	52. 44.	53. 40.	54. 34.	55. 28.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . 49d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	19 <sup>d</sup> . 20'	19 <sup>d</sup> . 40'	20 <sup>d</sup> . 0'	20 <sup>d</sup> . 20'	20 <sup>d</sup> . 40'	21 <sup>d</sup> . 0'
38 <sup>d</sup> . 20'	74. 34.	75. 12.	75. 50.	76. 26.	77. 4.	77. 42.
38. 40.	74. 5.	74. 44.	75. 21.	76. 0.	76. 36.	77. 14.
39. 0.	73. 36.	74. 14.	74. 53.	75. 32.	76. 9.	76. 46.
39. 20.	73. 8.	73. 46.	74. 24.	75. 3.	75. 42.	76. 20.
39. 40.	72. 38.	73. 18.	73. 56.	74. 34.	75. 14.	75. 52.
40. 0.	72. 8.	72. 48.	73. 28.	74. 6.	74. 45.	75. 24.
40. 20.	71. 38.	72. 18.	72. 58.	73. 38.	74. 16.	74. 56.
40. 40.	71. 10.	71. 50.	72. 28.	73. 8.	73. 48.	74. 26.
41. 0.	70. 38.	71. 19.	72. 0.	72. 38.	73. 18.	73. 58.
41. 20.	70. 8.	70. 48.	71. 29.	72. 10.	72. 50.	73. 28.
41. 40.	69. 38.	70. 18.	70. 58.	71. 40.	72. 20.	73. 0.
42. 0.	69. 6.	69. 47.	70. 28.	71. 8.	71. 50.	72. 30.
42. 20.	68. 36.	69. 17.	69. 58.	70. 40.	71. 20.	72. 0.
42. 40.	68. 2.	68. 44.	69. 26.	70. 8.	70. 48.	71. 30.
43. 0.	67. 30.	68. 12.	68. 54.	69. 36.	70. 18.	70. 59.
43. 20.	66. 58.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46.	70. 28.
43. 40.	66. 24.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.
44. 0.	65. 50.	66. 34.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.
44. 20.	65. 16.	66. 0.	66. 44.	67. 28.	68. 10.	68. 54.
44. 40.	64. 42.	65. 26.	66. 10.	66. 54.	67. 38.	68. 20.
45. 0.	64. 6.	64. 52.	65. 36.	66. 20.	67. 4.	67. 48.
45. 20.	63. 30.	64. 16.	65. 2.	65. 46.	66. 31.	67. 14.
45. 40.	62. 54.	63. 40.	64. 26.	65. 12.	65. 56.	66. 41.
46. 0.	62. 18.	63. 4.	63. 50.	64. 36.	65. 22.	66. 6.
46. 20.	61. 41.	62. 28.	63. 14.	64. 1.	64. 47.	65. 32.
46. 40.	61. 4.	61. 50.	62. 40.	63. 25.	64. 12.	64. 58.
47. 0.	60. 24.	61. 13.	62. 0.	62. 48.	63. 36.	64. 22.
47. 20.	59. 46.	60. 34.	61. 23.	62. 11.	62. 58.	63. 46.
47. 40.	59. 6.	59. 56.	60. 46.	61. 34.	62. 22.	63. 9.
48. 0.	58. 26.	59. 16.	60. 6.	61. 55.	61. 44.	62. 32.
48. 20.	57. 45.	58. 36.	59. 26.	60. 16.	61. 6.	61. 54.
48. 40.	57. 4.	57. 54.	58. 46.	59. 36.	60. 26.	61. 14.
49. 0.	56. 20.	57. 13.	58. 4.	58. 56.	59. 46.	60. 36.



TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	21 <sup>d.</sup> 20'	21 <sup>d.</sup> 40'	22 <sup>d.</sup> 0'	22 <sup>d.</sup> 20'	22 <sup>d.</sup> 40'	23 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	78. 18.	78. 56.	79. 32.	80. 8.	80. 45.	81. 21.
38. 40.	77. 52.	78. 28.	79. 6.	79. 42.	80. 19.	80. 56.
39. 0.	77. 24.	78. 2.	78. 38.	79. 16.	79. 52.	80. 30.
39. 20.	76. 57.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	79. 26.	80. 4.
39. 40.	76. 30.	77. 8.	77. 45.	78. 22.	79. 0.	79. 37.
40. 0.	76. 2.	76. 20.	77. 18.	77. 56.	78. 33.	79. 10.
40. 20.	75. 34.	76. 12.	76. 50.	77. 28.	78. 6.	78. 44.
40. 40.	75. 6.	75. 44.	76. 22.	77. 0.	77. 38.	78. 16.
41. 0.	74. 36.	75. 16.	75. 54.	76. 34.	77. 12.	77. 50.
41. 20.	74. 8.	74. 48.	75. 26.	76. 6.	76. 44.	77. 22.
41. 40.	73. 40.	74. 18.	74. 58.	75. 35.	76. 16.	76. 54.
42. 0.	73. 10.	73. 50.	74. 30.	75. 8.	75. 48.	76. 26.
42. 20.	72. 42.	73. 22.	74. 2.	74. 41.	75. 20.	76. 0.
42. 40.	72. 10.	72. 50.	73. 31.	74. 10.	74. 50.	75. 30.
43. 0.	71. 40.	72. 21.	73. 1.	73. 42.	74. 22.	75. 2.
43. 20.	71. 10.	71. 50.	72. 32.	73. 12.	73. 52.	74. 32.
43. 40.	70. 38.	71. 20.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 4.
44. 0.	70. 8.	70. 48.	71. 30.	72. 12.	72. 53.	73. 34.
44. 20.	69. 36.	70. 18.	71. 0.	71. 42.	72. 22.	73. 4.
44. 40.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.	71. 52.	72. 34.
45. 0.	68. 31.	69. 14.	69. 56.	70. 40.	71. 22.	72. 4.
45. 20.	67. 58.	68. 42.	69. 25.	70. 8.	70. 50.	71. 32.
45. 40.	67. 25.	68. 9.	68. 52.	69. 46.	70. 18.	71. 2.
46. 0.	66. 52.	67. 36.	68. 20.	69. 4.	69. 46.	70. 30.
46. 20.	66. 18.	67. 2.	67. 46.	68. 30.	69. 14.	69. 58.
46. 40.	65. 42.	66. 28.	67. 12.	67. 58.	68. 42.	69. 26.
47. 0.	65. 8.	65. 54.	66. 39.	67. 24.	68. 8.	68. 52.
47. 20.	64. 32.	65. 18.	66. 4.	66. 50.	67. 34.	68. 20.
47. 40.	63. 56.	64. 43.	65. 30.	66. 15.	67. 0.	67. 56.
48. 0.	63. 20.	64. 6.	64. 54.	65. 40.	66. 26.	67. 12.
48. 20.	62. 42.	63. 30.	64. 18.	65. 4.	65. 52.	66. 38.
48. 40.	62. 4.	62. 53.	63. 40.	64. 28.	65. 16.	66. 2.
49. 0.	61. 26.	62. 15.	63. 4.	63. 50.	64. 40.	65. 26.

**TABLE VI.** de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

*Hauteur du Pole ou Latitude. . . . . 50d.*

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	15 <sup>d.</sup> 20'	15 <sup>d.</sup> 40'	16 <sup>d.</sup> 0'	16 <sup>d.</sup> 20'	16 <sup>d.</sup> 40'	17 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	65. 18.	66. 0.	66. 42.	67. 22.	68. 4.	68. 45.
38. 40.	64. 44.	65. 26.	66. 8.	66. 50.	67. 32.	68. 13.
39. 0.	64. 10.	64. 53.	65. 36.	66. 18.	67. 0.	67. 40.
39. 20.	63. 36.	64. 18.	65. 2.	65. 44.	66. 26.	67. 8.
39. 40.	63. 0.	63. 44.	64. 28.	65. 10.	65. 52.	66. 35.
40. 0.	62. 26.	63. 10.	63. 52.	64. 36.	65. 20.	66. 2.
40. 20.	61. 50.	62. 34.	63. 18.	64. 2.	64. 48.	65. 28.
40. 40.	61. 13.	61. 58.	62. 42.	63. 26.	64. 10.	64. 54.
41. 0.	60. 36.	61. 22.	62. 6.	62. 52.	63. 36.	64. 20.
41. 20.	59. 58.	60. 44.	61. 30.	62. 16.	63. 0.	63. 44.
41. 40.	59. 20.	60. 7.	60. 54.	61. 39.	62. 24.	63. 8.
42. 0.	58. 42.	59. 29.	60. 16.	61. 2.	61. 48.	62. 32.
42. 20.	58. 2.	58. 50.	59. 38.	60. 24.	61. 10.	61. 56.
42. 40.	57. 24.	58. 12.	59. 0.	59. 46.	60. 34.	61. 20.
43. 0.	56. 42.	57. 32.	58. 20.	59. 8.	59. 55.	60. 42.
43. 20.	56. 2.	56. 52.	57. 40.	58. 28.	59. 16.	60. 4.
43. 40.	55. 20.	56. 10.	57. 0.	57. 48.	58. 38.	59. 26.
44. 0.	54. 38.	55. 28.	56. 18.	57. 8.	57. 56.	58. 46.
44. 20.	53. 54.	54. 46.	55. 36.	56. 26.	57. 16.	58. 6.
44. 40.	53. 10.	54. 2.	54. 54.	55. 46.	56. 36.	57. 26.
45. 0.	52. 24.	53. 18.	54. 10.	55. 2.	55. 54.	56. 44.
45. 20.	51. 38.	52. 32.	53. 26.	54. 18.	55. 10.	56. 2.
45. 40.	50. 52.	51. 46.	52. 41.	53. 34.	54. 28.	55. 20.
46. 0.	50. 4.	51. 0.	51. 55.	52. 50.	53. 43.	54. 36.
46. 20.	49. 16.	50. 12.	51. 8.	52. 4.	52. 58.	53. 52.
46. 40.	48. 25.	49. 23.	50. 20.	51. 16.	52. 12.	53. 6.
47. 0.	47. 34.	48. 32.	49. 31.	50. 28.	51. 24.	52. 20.
47. 20.	46. 42.	47. 42.	48. 40.	49. 40.	50. 36.	51. 32.
47. 40.	45. 48.	46. 48.	47. 50.	48. 48.	49. 47.	50. 44.
48. 0.	44. 52.	45. 54.	46. 56.	47. 58.	48. 56.	49. 56.
48. 20.	43. 54.	45. 0.	46. 2.	47. 4.	48. 6.	49. 4.
48. 40.	42. 56.	44. 2.	45. 6.	46. 10.	47. 12.	48. 14.
49. 0.	41. 56.	43. 4.	44. 10.	45. 14.	46. 18.	47. 20.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . 49d.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	17 <sup>d.</sup> 20'	17 <sup>d.</sup> 40'	18 <sup>d.</sup> 0'	18 <sup>d.</sup> 20'	18 <sup>d.</sup> 40'	19 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	69. 26.	70. 6.	70. 46.	71. 26.	72. 6.	72. 44.
38. 40.	68. 54.	69. 34.	70. 16.	70. 55.	71. 35.	72. 14.
39. 0.	68. 22.	69. 3.	69. 44.	70. 24.	71. 4.	71. 44.
39. 20.	67. 50.	68. 31.	69. 12.	69. 52.	70. 34.	71. 14.
39. 40.	67. 18.	67. 58.	68. 40.	69. 22.	70. 2.	70. 42.
40. 0.	66. 44.	67. 26.	68. 8.	68. 50.	69. 30.	70. 12.
40. 20.	66. 10.	66. 54.	67. 36.	68. 18.	68. 58.	69. 40.
40. 40.	65. 38.	66. 20.	67. 2.	67. 54.	68. 26.	69. 8.
41. 0.	64. 2.	65. 46.	66. 29.	67. 12.	67. 54.	68. 36.
41. 20.	64. 28.	65. 12.	65. 56.	66. 38.	67. 22.	68. 4.
41. 40.	63. 54.	64. 38.	65. 22.	66. 4.	66. 48.	67. 30.
42. 0.	63. 18.	64. 2.	64. 46.	65. 30.	66. 14.	66. 57.
42. 20.	62. 42.	63. 26.	64. 12.	64. 56.	65. 40.	66. 24.
42. 40.	62. 6.	62. 50.	63. 36.	64. 20.	65. 5.	65. 50.
43. 0.	61. 28.	62. 14.	63. 0.	63. 46.	64. 30.	65. 14.
43. 20.	60. 50.	61. 38.	62. 24.	63. 9.	63. 54.	64. 40.
43. 40.	60. 12.	61. 0.	61. 46.	62. 32.	63. 18.	64. 4.
44. 0.	59. 34.	60. 22.	61. 8.	61. 56.	62. 42.	63. 28.
44. 20.	58. 54.	59. 44.	60. 30.	61. 18.	62. 4.	62. 52.
44. 40.	58. 15.	59. 4.	59. 52.	60. 40.	61. 28.	62. 14.
45. 0.	57. 34.	58. 24.	59. 12.	60. 1.	60. 49.	61. 36.
45. 20.	56. 52.	57. 42.	58. 32.	59. 22.	60. 10.	60. 58.
45. 40.	56. 10.	57. 2.	57. 52.	58. 42.	59. 30.	60. 20.
46. 0.	55. 28.	56. 20.	57. 10.	58. 0.	58. 50.	59. 40.
46. 20.	54. 44.	55. 37.	56. 28.	57. 20.	58. 10.	59. 0.
46. 40.	54. 0.	54. 54.	55. 46.	56. 38.	57. 28.	58. 20.
47. 0.	53. 14.	54. 8.	55. 2.	55. 54.	56. 46.	57. 38.
47. 20.	52. 28.	53. 24.	54. 18.	55. 11.	56. 4.	56. 56.
47. 40.	51. 42.	52. 37.	53. 32.	54. 26.	55. 20.	56. 14.
48. 0.	50. 52.	51. 50.	52. 46.	53. 40.	54. 36.	55. 29.
48. 20.	50. 4.	51. 2.	51. 58.	52. 54.	53. 50.	54. 44.
48. 40.	49. 13.	50. 12.	51. 10.	52. 6.	53. 4.	53. 58.
49. 0.	48. 22.	49. 22.	50. 20.	51. 18.	52. 16.	53. 12.

**TABLE VI.** de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'Equateur.

*Hauteur du Pole ou Latitude . . . 50d.*

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	19 <sup>d.</sup> .20'	19 <sup>d.</sup> .40'	20 <sup>d.</sup> . 0'	20 <sup>d.</sup> .20'	20 <sup>d.</sup> .40'	21 <sup>d.</sup> . 0'
38 <sup>d.</sup> . 20'	73. 24.	74. 2.	74. 42.	75. 20.	75. 58.	76. 36.
38. 40.	72. 54.	73. 34.	74. 12.	74. 52.	75. 30.	76. 8.
39. 00.	72. 24.	73. 4.	73. 43.	74. 22.	75. 0.	75. 40.
39. 20.	71. 54.	72. 34.	73. 14.	73. 52.	74. 32.	75. 10.
39. 40.	71. 24.	72. 4.	72. 44.	73. 22.	74. 2.	74. 42.
40. 00.	70. 52.	71. 32.	72. 12.	72. 53.	73. 32.	74. 12.
40. 20.	70. 22.	71. 2.	71. 42.	72. 22.	73. 4.	73. 42.
40. 40.	69. 50.	70. 30.	71. 12.	71. 52.	72. 32.	73. 12.
41. 00.	69. 18.	70. 0.	70. 40.	71. 22.	72. 2.	72. 42.
41. 20.	68. 46.	69. 28.	70. 9.	70. 50.	71. 31.	72. 12.
41. 40.	68. 12.	68. 55.	69. 36.	70. 28.	71. 0.	71. 42.
42. 00.	67. 40.	68. 22.	69. 4.	69. 46.	70. 28.	71. 10.
42. 20.	67. 6.	67. 50.	68. 32.	69. 14.	69. 56.	70. 38.
42. 40.	66. 32.	67. 16.	68. 0.	68. 42.	69. 24.	70. 6.
43. 00.	65. 58.	66. 42.	67. 26.	68. 8.	68. 52.	69. 34.
43. 20.	65. 24.	66. 8.	66. 52.	67. 36.	68. 18.	69. 2.
43. 40.	64. 49.	65. 34.	66. 18.	67. 2.	67. 45.	68. 28.
44. 00.	64. 14.	64. 58.	65. 44.	66. 28.	67. 12.	67. 56.
44. 20.	63. 38.	64. 22.	65. 8.	65. 53.	66. 38.	67. 22.
44. 40.	63. 0.	63. 47.	64. 32.	65. 18.	66. 2.	66. 48.
45. 00.	62. 24.	63. 10.	63. 56.	64. 42.	65. 28.	66. 12.
45. 20.	61. 46.	62. 33.	63. 20.	64. 6.	64. 52.	65. 38.
45. 40.	61. 8.	61. 56.	62. 44.	63. 30.	64. 16.	65. 2.
46. 00.	60. 30.	61. 18.	62. 6.	62. 52.	63. 40.	64. 26.
46. 20.	59. 50.	60. 38.	61. 26.	62. 15.	63. 2.	63. 50.
46. 40.	59. 10.	60. 0.	60. 48.	61. 36.	62. 24.	63. 12.
47. 00.	58. 28.	59. 19.	60. 8.	60. 58.	61. 46.	62. 34.
47. 20.	57. 48.	58. 38.	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 56.
47. 40.	57. 5.	57. 56.	58. 48.	59. 38.	60. 28.	61. 18.
48. 00.	56. 22.	57. 13.	58. 6.	58. 58.	59. 58.	60. 38.
48. 20.	55. 38.	56. 32.	57. 24.	58. 16.	59. 8.	59. 58.
48. 40.	54. 54.	55. 48.	56. 40.	57. 34.	58. 26.	59. 18.
49. 00.	54. 8.	55. 2.	55. 58.	56. 50.	57. 44.	58. 36.



TABLE VI de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le  
Méridien du côté de l'Equateur.

Hauteur du Pole ou Latitude. . . . . sod.

*Déclinaison du Soleil vers le Pole élevé.*

Hauteur du Soleil.	21 <sup>d.</sup> 20'	21 <sup>d.</sup> 40'	22 <sup>d.</sup> 0'	22 <sup>d.</sup> 20'	22 <sup>d.</sup> 40'	23 <sup>d.</sup> 0'
38 <sup>d.</sup> 20'	77. 14.	77. 50.	78. 30.	79. 8.	79. 45.	80. 22.
38. 40.	76. 46.	77. 24.	78. 2.	78. 40.	79. 18.	79. 55.
39. 0.	76. 18.	76. 56.	77. 34.	78. 12.	78. 50.	79. 28.
39. 20.	75. 50.	76. 28.	77. 6.	77. 44.	78. 22.	79. 0.
39. 40.	75. 20.	76. 0.	76. 38.	77. 16.	77. 54.	78. 33.
40. 0.	74. 52.	75. 30.	76. 10.	76. 48.	77. 26.	78. 5.
40. 20.	74. 22.	75. 2.	75. 40.	76. 20.	76. 58.	77. 37.
40. 40.	73. 52.	74. 32.	75. 12.	75. 50.	76. 30.	77. 8.
41. 0.	73. 22.	74. 2.	74. 42.	75. 22.	76. 2.	76. 40.
41. 20.	72. 52.	73. 32.	74. 12.	74. 52.	75. 32.	76. 12.
41. 40.	72. 22.	73. 2.	73. 42.	74. 23.	75. 2.	75. 42.
42. 0.	71. 51.	72. 32.	73. 12.	73. 53.	74. 34.	75. 14.
42. 20.	71. 20.	72. 2.	72. 42.	73. 22.	74. 4.	74. 44.
42. 40.	70. 48.	71. 3.	72. 12.	72. 52.	73. 34.	74. 14.
43. 0.	70. 16.	70. 58.	71. 40.	72. 22.	73. 2.	73. 44.
43. 20.	69. 44.	70. 26.	71. 8.	71. 50.	72. 32.	73. 14.
43. 40.	69. 12.	69. 54.	70. 37.	71. 20.	72. 0.	72. 42.
44. 0.	68. 38.	69. 22.	70. 4.	70. 48.	71. 30.	72. 12.
44. 20.	68. 6.	68. 48.	69. 32.	70. 16.	70. 58.	71. 40.
44. 40.	67. 32.	68. 16.	69. 0.	69. 42.	70. 26.	71. 8.
45. 0.	66. 58.	67. 42.	68. 25.	69. 10.	69. 54.	70. 36.
45. 20.	66. 23.	67. 8.	67. 52.	68. 36.	69. 20.	70. 4.
45. 40.	65. 48.	66. 34.	67. 18.	68. 2.	68. 46.	69. 30.
46. 0.	65. 12.	65. 58.	66. 44.	67. 28.	68. 14.	68. 58.
46. 20.	64. 36.	65. 22.	66. 8.	66. 54.	67. 38.	68. 24.
46. 40.	64. 0.	64. 46.	65. 32.	66. 19.	67. 4.	67. 50.
47. 0.	63. 22.	64. 10.	64. 56.	65. 43.	66. 30.	67. 15.
47. 20.	62. 44.	63. 32.	64. 20.	65. 7.	65. 54.	66. 40.
47. 40.	62. 6.	62. 54.	63. 44.	64. 30.	65. 18.	66. 4.
48. 0.	61. 28.	62. 16.	63. 6.	63. 54.	64. 42.	65. 28.
48. 20.	60. 48.	61. 38.	62. 27.	63. 16.	64. 4.	64. 52.
48. 40.	60. 8.	60. 58.	61. 48.	62. 38.	63. 26.	64. 14.
49. 0.	59. 28.	60. 18.	61. 8.	61. 58.	62. 48.	63. 36.

TABLE VI. de l'angle que fait le vertical du Soleil avec le Méridien du côté de l'équateur.

	Haut. du Pole 48d.		Haut. du Pole 49d.		Haut. du Pole 50d.	
	Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.		Déclin. du Sol. vers le Pole élevé.	
Hauteur du Soleil.	23 <sup>d</sup> .14'	23 <sup>d</sup> .28'	23 <sup>d</sup> .14'	23 <sup>d</sup> .28'	23 <sup>d</sup> .14'	23 <sup>d</sup> .28'
38 <sup>d</sup> . 20'	82. 44.	83. 8.	81. 36.	82. 12.	80. 48.	81. 14.
38. 40.	82. 19.	82. 44.	81. 21.	81. 46.	80. 21.	80. 46.
39. 0.	81. 54.	82. 20.	80. 55.	81. 20.	79. 54.	80. 20.
39. 20.	81. 30.	81. 54.	80. 29.	80. 54.	79. 26.	79. 53.
39. 40.	81. 4.	81. 30.	80. 2.	80. 28.	79. 0.	79. 26.
40. 0.	80. 40.	81. 5.	79. 36.	80. 2.	78. 32.	78. 58.
40. 20.	80. 14.	80. 40.	79. 10.	79. 36.	78. 4.	78. 30.
40. 40.	79. 48.	80. 14.	78. 43.	79. 10.	77. 36.	78. 2.
41. 0.	79. 22.	79. 48.	78. 16.	78. 42.	77. 8.	77. 34.
41. 20.	78. 56.	79. 22.	77. 49.	78. 16.	76. 39.	77. 6.
41. 40.	78. 30.	78. 56.	77. 22.	77. 48.	76. 10.	76. 38.
42. 0.	78. 4.	78. 30.	76. 54.	77. 20.	75. 41.	76. 8.
42. 20.	77. 38.	78. 4.	76. 26.	76. 53.	75. 12.	75. 40.
42. 40.	77. 10.	77. 38.	75. 58.	76. 26.	74. 42.	75. 10.
43. 0.	76. 44.	77. 10.	75. 30.	75. 56.	74. 12.	74. 40.
43. 20.	76. 16.	76. 44.	75. 0.	75. 28.	73. 42.	74. 10.
43. 40.	75. 48.	76. 16.	74. 32.	75. 0.	73. 12.	73. 40.
44. 0.	75. 20.	75. 48.	74. 2.	74. 30.	72. 40.	73. 10.
44. 20.	74. 52.	75. 20.	73. 32.	74. 2.	72. 10.	72. 38.
44. 40.	74. 24.	74. 52.	73. 2.	73. 32.	71. 38.	72. 8.
45. 0.	73. 56.	74. 24.	72. 32.	73. 2.	71. 6.	71. 36.
45. 20.	73. 26.	73. 54.	72. 2.	72. 32.	70. 34.	71. 4.
45. 40.	72. 56.	73. 26.	71. 30.	72. 0.	70. 2.	70. 32.
46. 0.	72. 28.	72. 56.	71. 0.	71. 30.	69. 28.	69. 58.
46. 20.	71. 58.	72. 26.	70. 28.	70. 58.	68. 54.	69. 26.
46. 40.	71. 28.	71. 56.	69. 56.	70. 26.	68. 22.	68. 52.
47. 0.	70. 56.	71. 26.	69. 24.	69. 54.	67. 46.	68. 18.
47. 20.	70. 26.	70. 56.	68. 50.	69. 22.	67. 12.	67. 44.
47. 40.	69. 54.	70. 24.	68. 16.	68. 48.	66. 36.	67. 10.
48. 0.	69. 22.	69. 52.	67. 44.	68. 16.	66. 0.	66. 34.
48. 20.	68. 50.	69. 20.	67. 10.	67. 42.	65. 25.	65. 58.
48. 40.	68. 16.	68. 48.	66. 34.	67. 7.	64. 48.	65. 22.
49. 0.	67. 44.	68. 16.	66. 0.	66. 32.	64. 10.	64. 44.

TABLE VII. de l'angle de la Souffilaire avec la Méridienne.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup> 0'	46 <sup>d.</sup> 0'	47 <sup>d.</sup> 0'	48 <sup>d.</sup> 0'	49 <sup>d.</sup> 0'	50 <sup>d.</sup> 0'
0 <sup>d.</sup> 30'	30.	29.	28.	27.	26.	25.
1. 0.	1. 0.	58.	56.	54.	52.	50.
1. 30.	1. 30.	1. 27.	1. 23.	1. 21.	1. 18.	1. 15.
2. 0.	2. 0.	1. 56.	1. 52.	1. 48.	1. 44.	1. 40.
2. 30.	2. 30.	2. 25.	2. 20.	2. 15.	2. 10.	2. 6.
3. 0.	3. 0.	2. 54.	2. 48.	2. 42.	2. 36.	2. 31.
3. 30.	3. 30.	3. 22.	3. 15.	3. 9.	3. 2.	2. 56.
4. 0.	3. 59.	3. 51.	3. 44.	3. 38.	3. 28.	3. 21.
4. 30.	4. 29.	4. 20.	4. 11.	4. 2.	3. 54.	3. 46.
5. 0.	4. 59.	4. 49.	4. 39.	4. 29.	4. 20.	4. 11.
5. 30.	5. 28.	5. 17.	5. 7.	4. 56.	4. 46.	4. 36.
6. 0.	5. 58.	5. 46.	5. 34.	5. 22.	5. 12.	5. 1.
6. 30.	6. 27.	6. 14.	6. 1.	5. 49.	5. 37.	5. 25.
7. 0.	6. 57.	6. 43.	6. 29.	6. 16.	6. 3.	5. 50.
7. 30.	7. 26.	7. 12.	6. 56.	6. 42.	6. 28.	6. 15.
8. 0.	7. 55.	7. 39.	7. 24.	7. 8.	6. 54.	6. 40.
8. 30.	8. 25.	8. 7.	7. 51.	7. 35.	7. 19.	7. 4.
9. 0.	8. 54.	8. 36.	8. 18.	8. 1.	7. 45.	7. 29.
9. 30.	9. 22.	9. 3.	8. 45.	8. 27.	8. 10.	7. 53.
10. 0.	9. 51.	9. 31.	9. 12.	8. 53.	8. 35.	8. 17.
10. 30.	10. 20.	9. 59.	9. 39.	9. 19.	9. 0.	8. 42.
11. 0.	10. 48.	10. 26.	10. 5.	9. 45.	9. 25.	9. 6.
11. 30.	11. 16.	10. 54.	10. 32.	10. 11.	9. 50.	9. 30.
12. 0.	11. 45.	11. 21.	10. 58.	10. 36.	10. 15.	9. 54.
12. 30.	12. 13.	11. 48.	11. 25.	11. 2.	10. 39.	10. 18.
13. 0.	12. 41.	12. 16.	11. 51.	11. 27.	11. 4.	10. 41.
13. 30.	13. 8.	12. 42.	12. 17.	11. 52.	11. 28.	11. 5.
14. 0.	13. 36.	13. 9.	13. 43.	12. 17.	11. 52.	11. 28.
14. 30.	14. 3.	13. 35.	13. 9.	12. 42.	12. 17.	11. 52.
15. 0.	14. 31.	14. 2.	13. 34.	13. 7.	12. 41.	12. 15.
15. 30.	14. 58.	14. 28.	13. 59.	13. 32.	13. 5.	12. 38.
16. 0.	15. 25.	14. 54.	14. 25.	13. 56.	13. 28.	13. 1.

TABLE VII. de l'angle de la souffilatre avec la Méridienne.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup> 0'	46 <sup>d.</sup> 0'	47 <sup>d.</sup> 0'	48 <sup>d.</sup> 0'	49 <sup>d.</sup> 0'	50 <sup>d.</sup> 0'
16 <sup>d.</sup> 30'	15. 51.	15. 20.	14. 50.	14. 21.	13. 52.	13. 24.
17. 0.	16. 18.	15. 46.	15. 15.	14. 45.	14. 16.	13. 47.
17. 30.	16. 44.	16. 11.	15. 40.	15. 9.	14. 39.	14. 9.
18. 0.	17. 10.	16. 37.	16. 5.	15. 33.	15. 2.	14. 32.
18. 30.	17. 36.	17. 2.	16. 29.	15. 56.	15. 25.	14. 55.
19. 0.	18. 2.	17. 27.	16. 53.	16. 20.	15. 48.	15. 17.
19. 30.	18. 28.	17. 52.	17. 17.	16. 44.	16. 11.	15. 39.
20. 0.	18. 53.	18. 17.	17. 41.	17. 7.	16. 33.	16. 1.
20. 30.	19. 18.	18. 41.	18. 5.	17. 30.	16. 56.	16. 23.
21. 0.	19. 43.	19. 5.	18. 29.	17. 53.	17. 18.	16. 44.
21. 30.	20. 8.	19. 29.	18. 52.	18. 16.	17. 40.	17. 6.
22. 0.	20. 32.	19. 53.	19. 15.	18. 38.	18. 2.	17. 27.
22. 30.	20. 56.	20. 17.	19. 38.	19. 1.	18. 24.	17. 48.
23. 0.	21. 21.	20. 40.	20. 1.	19. 23.	18. 46.	18. 9.
23. 30.	21. 44.	21. 4.	20. 24.	19. 45.	19. 7.	18. 30.
24. 0.	22. 8.	21. 27.	20. 46.	20. 7.	19. 28.	18. 51.
24. 30.	22. 31.	21. 49.	21. 9.	20. 29.	19. 49.	19. 11.
25. 0.	22. 55.	22. 12.	21. 31.	20. 50.	20. 10.	19. 32.
25. 30.	23. 18.	22. 34.	21. 52.	21. 11.	20. 31.	19. 52.
26. 0.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 52.	20. 12.
26. 30.	24. 3.	23. 19.	22. 35.	21. 53.	21. 12.	20. 32.
27. 0.	24. 25.	23. 40.	22. 57.	22. 14.	21. 32.	20. 51.
27. 30.	24. 47.	24. 2.	23. 18.	22. 35.	21. 52.	21. 11.
28. 0.	25. 9.	24. 23.	23. 39.	22. 55.	22. 12.	21. 30.
28. 30.	25. 31.	24. 44.	23. 59.	23. 15.	22. 32.	21. 49.
29. 0.	25. 52.	25. 5.	24. 20.	23. 35.	22. 51.	22. 8.
29. 30.	26. 13.	25. 26.	24. 40.	23. 55.	23. 10.	22. 27.
30. 0.	26. 34.	25. 46.	25. 0.	24. 14.	23. 29.	22. 46.
30. 30.	26. 55.	26. 7.	25. 20.	24. 34.	23. 48.	23. 4.
31. 0.	27. 15.	26. 27.	25. 39.	24. 53.	24. 7.	23. 22.
31. 30.	27. 35.	26. 46.	25. 59.	25. 12.	24. 26.	23. 40.
32. 0.	27. 55.	27. 6.	26. 18.	25. 30.	24. 44.	23. 58.



TABLE VII. de l'angle de la souffilatre avec la Méridienne.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup> 0'	46 <sup>d.</sup> 0'	47 <sup>d.</sup> 0'	48 <sup>d.</sup> 0'	49 <sup>d.</sup> 0'	50 <sup>d.</sup> 0'
33 <sup>d.</sup> 0'	28. 35.	27. 45.	26. 56.	26. 7.	25. 20.	24. 34.
34. 0.	29. 53.	28. 22.	27. 32.	26. 44.	25. 55.	25. 8.
35. 0.	29. 0.	28. 59.	28. 8.	27. 19.	26. 30.	25. 42.
36. 0.	30. 17.	29. 35.	28. 44.	27. 53.	27. 4.	26. 15.
37. 0.	31. 2.	30. 10.	29. 18.	28. 27.	27. 37.	26. 48.
38. 0.	31. 37.	30. 44.	29. 52.	29. 0.	28. 9.	27. 19.
39. 0.	32. 11.	31. 17.	30. 24.	29. 32.	28. 41.	27. 50.
40. 0.	32. 44.	31. 50.	30. 56.	30. 4.	29. 12.	28. 20.
41. 0.	33. 16.	32. 21.	31. 27.	30. 34.	29. 42.	28. 50.
42. 0.	33. 47.	32. 52.	31. 58.	31. 4.	30. 11.	29. 19.
43. 0.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 33.	30. 40.	29. 47.
44. 0.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. 2.	31. 7.	30. 14.
45. 0.	35. 16.	34. 20.	33. 24.	32. 29.	31. 35.	30. 41.
46. 0.	35. 44.	34. 47.	33. 51.	32. 56.	32. 1.	31. 7.
47. 0.	36. 11.	35. 14.	34. 18.	33. 22.	32. 27.	31. 32.
48. 0.	36. 37.	35. 40.	34. 43.	33. 46.	32. 52.	31. 57.
49. 0.	37. 2.	36. 5.	35. 8.	34. 12.	33. 16.	32. 21.
50. 0.	37. 27.	36. 30.	35. 32.	34. 36.	33. 40.	32. 44.
51. 0.	37. 51.	36. 53.	35. 56.	34. 59.	34. 2.	33. 7.
52. 0.	38. 14.	37. 16.	36. 19.	35. 21.	34. 25.	33. 28.
53. 0.	38. 37.	37. 38.	36. 41.	35. 43.	34. 46.	33. 50.
54. 0.	38. 58.	38. 0.	37. 2.	36. 4.	35. 7.	34. 10.
55. 0.	39. 19.	38. 21.	37. 23.	36. 25.	35. 27.	34. 30.
56. 0.	39. 40.	38. 41.	37. 42.	36. 44.	35. 47.	34. 49.
57. 0.	39. 59.	39. 0.	38. 2.	37. 3.	36. 6.	35. 8.
58. 0.	40. 18.	39. 19.	38. 20.	37. 22.	36. 24.	35. 26.
59. 0.	40. 36.	39. 37.	38. 38.	37. 40.	36. 41.	35. 44.
60. 0.	40. 54.	39. 54.	38. 55.	37. 57.	36. 58.	36. 0.
61. 0.	41. 10.	40. 11.	39. 12.	38. 13.	37. 15.	36. 16.
62. 0.	41. 27.	40. 27.	39. 28.	38. 29.	37. 30.	36. 32.
63. 0.	41. 42.	40. 43.	39. 43.	38. 44.	37. 46.	36. 47.
64. 0.	41. 57.	40. 57.	39. 58.	38. 59.	38. 0.	37. 1.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Souffilaire.

Déclin. du plan.	<i>Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.</i>					
	45 <sup>d.</sup> 0'	46 <sup>d.</sup> 0'	47 <sup>d.</sup> 0'	48 <sup>d.</sup> 0'	49 <sup>d.</sup> 0'	50 <sup>d.</sup> 0'
1.	45. 0.	43. 59.	43. 0.	41. 59.	40. 59.	40. 0.
2.	44. 58.	43. 58.	42. 58.	41. 58.	40. 58.	39. 58.
3.	44. 55.	43. 55.	42. 56.	41. 56.	40. 56.	39. 56.
4.	44. 52.	43. 52.	42. 52.	41. 52.	40. 53.	39. 53.
5.	44. 47.	43. 47.	42. 48.	41. 48.	40. 49.	39. 49.
6.	44. 41.	43. 42.	42. 42.	41. 43.	40. 44.	39. 44.
7.	44. 34.	43. 35.	42. 36.	41. 37.	40. 38.	39. 39.
8.	44. 27.	43. 28.	42. 29.	41. 30.	40. 31.	39. 32.
9.	44. 18.	43. 19.	42. 21.	41. 22.	40. 23.	39. 25.
10.	44. 8.	43. 10.	42. 12.	41. 13.	40. 15.	39. 16.
11.	43. 57.	43. 0.	42. 2.	41. 4.	40. 5.	39. 7.
12.	43. 46.	42. 48.	41. 51.	40. 53.	39. 54.	38. 57.
13.	43. 33.	42. 36.	41. 39.	40. 41.	39. 44.	38. 47.
14.	43. 19.	42. 23.	41. 26.	40. 29.	39. 32.	38. 35.
15.	43. 5.	42. 9.	41. 12.	40. 16.	39. 19.	38. 23.
16.	42. 49.	41. 54.	40. 58.	40. 2.	39. 6.	38. 10.
17.	42. 33.	41. 38.	40. 42.	39. 47.	38. 51.	37. 56.
18.	42. 16.	41. 21.	40. 26.	39. 31.	38. 36.	37. 41.
19.	41. 57.	41. 3.	40. 9.	39. 15.	38. 20.	37. 26.
20.	41. 38.	40. 45.	39. 51.	38. 58.	38. 4.	37. 10.
21.	41. 19.	40. 26.	39. 33.	38. 39.	37. 46.	36. 53.
22.	40. 58.	40. 6.	39. 13.	38. 21.	37. 28.	36. 35.
23.	40. 37.	39. 45.	38. 53.	38. 1.	37. 9.	36. 17.
24.	40. 14.	39. 23.	38. 32.	37. 41.	36. 49.	35. 58.
25.	39. 51.	39. 1.	38. 11.	37. 20.	36. 29.	35. 38.
26.	39. 28.	38. 38.	37. 48.	36. 58.	36. 8.	35. 17.
27.	39. 3.	38. 14.	37. 25.	36. 36.	35. 46.	34. 57.
28.	38. 38.	37. 50.	37. 2.	36. 13.	35. 24.	34. 35.
29.	38. 12.	37. 25.	36. 37.	35. 49.	35. 1.	34. 12.
30.	37. 46.	36. 59.	36. 12.	35. 25.	34. 37.	33. 50.
31.	37. 19.	36. 33.	35. 46.	35. 0.	34. 13.	33. 26.
32.	36. 51.	36. 6.	35. 20.	34. 34.	33. 48.	33. 2.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Soustilaire.

<i>Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .	46 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .	47 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .	48 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .	49 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .	50 <sup>d.</sup> 0 <sup>'</sup> .
32 <sup>d.</sup> 30 <sup>'</sup>	36. 37.	35. 52.	35. 7.	34. 21.	33. 36.	32. 50.
33. 0.	36. 22.	35. 38.	34. 53.	34. 8.	33. 23.	32. 37.
33. 30.	36. 8.	35. 24.	34. 40.	33. 55.	33. 10.	32. 25.
34. 0.	35. 53.	35. 10.	34. 26.	33. 42.	32. 57.	32. 12.
34. 30.	35. 39.	34. 55.	34. 12.	33. 28.	32. 44.	31. 59.
35. 0.	35. 24.	34. 41.	33. 58.	33. 14.	32. 30.	31. 46.
35. 30.	35. 9.	34. 26.	33. 44.	33. 0.	32. 17.	31. 33.
36. 0.	34. 54.	34. 12.	33. 29.	32. 46.	32. 3.	31. 20.
36. 30.	34. 38.	33. 57.	33. 15.	32. 32.	31. 50.	31. 7.
37. 0.	34. 23.	33. 42.	33. 0.	32. 18.	31. 36.	30. 53.
37. 30.	34. 7.	33. 27.	32. 45.	32. 4.	31. 22.	30. 40.
38. 0.	33. 52.	33. 11.	32. 30.	31. 49.	31. 8.	30. 26.
38. 30.	33. 36.	32. 56.	32. 15.	31. 35.	30. 54.	30. 12.
39. 0.	33. 20.	32. 40.	32. 0.	31. 20.	30. 39.	29. 58.
39. 30.	33. 4.	32. 25.	31. 45.	31. 5.	30. 25.	29. 44.
40. 0.	32. 48.	32. 9.	31. 30.	30. 50.	30. 10.	29. 30.
40. 30.	32. 32.	31. 53.	31. 14.	30. 35.	29. 56.	29. 16.
41. 0.	32. 15.	31. 37.	31. 59.	30. 20.	29. 41.	29. 1.
41. 30.	31. 59.	31. 21.	30. 43.	30. 5.	29. 26.	28. 47.
42. 0.	31. 42.	31. 5.	30. 27.	29. 49.	29. 11.	28. 32.
42. 30.	31. 25.	30. 48.	30. 11.	29. 34.	28. 56.	28. 17.
43. 0.	31. 8.	30. 32.	29. 55.	29. 18.	28. 40.	28. 3.
43. 30.	30. 52.	30. 15.	29. 39.	29. 2.	28. 25.	27. 48.
44. 0.	30. 34.	29. 59.	29. 23.	28. 46.	28. 10.	27. 32.
44. 30.	30. 17.	29. 42.	29. 6.	28. 30.	27. 54.	27. 17.
45. 0.	30. 0.	29. 25.	28. 50.	28. 14.	27. 38.	27. 2.
45. 30.	29. 43.	29. 8.	28. 33.	27. 58.	27. 23.	26. 47.
46. 0.	29. 25.	28. 51.	28. 17.	27. 42.	27. 7.	26. 31.
46. 30.	29. 8.	28. 34.	28. 0.	27. 26.	26. 51.	26. 16.
47. 0.	28. 50.	28. 17.	27. 43.	27. 9.	26. 35.	26. 0.
47. 30.	28. 32.	27. 59.	27. 26.	26. 53.	26. 19.	25. 45.
48. 0.	28. 14.	27. 42.	27. 9.	26. 36.	26. 2.	25. 28.

TABLE VIII. de la hauteur du Pole sur le plan, ou de l'angle compris entre l'Axe & la Souffilaire.

Hauteur du Pole sur l'horison, ou Latitude.						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup> 0'.	46 <sup>d.</sup> 0'.	47 <sup>d.</sup> 0'.	48 <sup>d.</sup> 0'.	49 <sup>d.</sup> 0'.	50 <sup>d.</sup> 0'.
48 <sup>d.</sup> 30'	27. 56.	27. 24.	26. 52.	26. 20.	25. 46.	25. 13.
49. 0.	27. 38.	27. 7.	26. 35.	26. 2.	25. 30.	24. 57.
49. 30.	27. 20.	26. 49.	26. 17.	25. 45.	25. 13.	24. 40.
50. 0.	27. 2.	26. 31.	26. 0.	25. 28.	24. 57.	24. 24.
50. 30.	26. 44.	26. 13.	25. 43.	25. 12.	24. 40.	24. 8.
51. 0.	26. 25.	25. 55.	25. 25.	24. 54.	24. 23.	23. 52.
51. 30.	26. 7.	25. 38.	25. 7.	24. 37.	24. 6.	23. 35.
52. 0.	25. 48.	25. 19.	24. 50.	24. 20.	23. 49.	23. 19.
52. 30.	25. 30.	25. 1.	24. 32.	24. 2.	23. 32.	23. 2.
53. 0.	25. 11.	24. 43.	24. 14.	23. 45.	23. 15.	22. 45.
53. 30.	24. 52.	24. 24.	23. 56.	23. 27.	22. 58.	22. 29.
54. 0.	24. 34.	24. 6.	23. 38.	23. 10.	22. 41.	22. 12.
54. 30.	24. 15.	23. 47.	23. 20.	22. 52.	22. 24.	21. 55.
55. 0.	23. 56.	23. 29.	23. 2.	22. 34.	22. 6.	21. 38.
55. 30.	23. 37.	23. 10.	22. 43.	22. 16.	21. 49.	21. 21.
56. 0.	23. 18.	22. 51.	22. 25.	21. 58.	21. 31.	21. 4.
56. 30.	22. 58.	22. 33.	22. 7.	21. 40.	21. 14.	20. 47.
57. 0.	22. 39.	22. 14.	21. 48.	21. 22.	20. 56.	20. 30.
57. 30.	22. 20.	21. 55.	21. 30.	21. 4.	20. 38.	20. 12.
58. 0.	22. 0.	21. 36.	21. 11.	20. 46.	20. 21.	19. 55.
58. 30.	21. 41.	21. 17.	20. 53.	20. 28.	20. 3.	19. 38.
59. 0.	21. 22.	20. 58.	20. 34.	20. 10.	19. 45.	19. 20.
59. 30.	21. 2.	20. 39.	20. 15.	19. 51.	19. 27.	19. 2.
60. 0.	20. 42.	20. 19.	19. 56.	19. 33.	19. 9.	18. 45.
60. 30.	20. 23.	20. 0.	19. 37.	19. 14.	18. 51.	18. 27.
61. 0.	20. 3.	19. 41.	19. 18.	18. 56.	18. 33.	18. 9.
61. 30.	19. 43.	19. 21.	18. 59.	18. 37.	18. 9.	17. 52.
62. 0.	19. 23.	19. 2.	18. 40.	18. 19.	17. 56.	17. 34.
62. 30.	19. 3.	18. 43.	18. 21.	18. 0.	17. 38.	17. 16.
63. 0.	18. 43.	18. 23.	18. 2.	17. 41.	17. 20.	16. 58.
63. 30.	18. 23.	18. 3.	17. 43.	17. 22.	17. 1.	16. 40.
64. 0.	18. 3.	17. 44.	17. 24.	17. 3.	16. 43.	16. 22.

TABLE IX.



TABLE IX. de la différence des méridiens ou des longitudes.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
0 <sup>d.</sup> 15'	0. 21.	0. 21.	0. 20.	0. 20.	0. 20.	0. 20.
0. 30.	0. 42.	0. 42.	0. 41.	0. 40.	0. 40.	0. 39.
0. 45.	1. 4.	1. 2.	1. 1.	1. 0.	1. 0.	0. 59.
1. 0.	1. 25.	1. 23.	1. 22.	1. 21.	1. 19.	1. 18.
1. 15.	1. 46.	1. 44.	1. 42.	1. 41.	1. 39.	1. 38.
1. 30.	2. 7.	2. 5.	2. 3.	2. 1.	1. 59.	1. 57.
1. 45.	2. 18.	2. 16.	2. 13.	2. 11.	2. 19.	2. 17.
2. 0.	2. 50.	2. 47.	2. 44.	2. 41.	2. 39.	2. 37.
2. 15.	3. 11.	3. 8.	3. 4.	3. 2.	2. 59.	2. 56.
2. 30.	3. 32.	3. 28.	3. 25.	3. 22.	3. 19.	3. 16.
2. 45.	3. 53.	3. 49.	3. 45.	3. 42.	3. 38.	3. 35.
3. 0.	4. 14.	4. 10.	4. 6.	4. 2.	3. 58.	3. 55.
3. 15.	4. 35.	4. 31.	4. 26.	4. 22.	4. 18.	4. 14.
3. 30.	4. 57.	4. 52.	4. 47.	4. 42.	4. 38.	4. 34.
3. 45.	5. 18.	5. 12.	5. 7.	5. 2.	4. 58.	4. 53.
4. 0.	5. 39.	5. 33.	5. 28.	5. 23.	5. 17.	5. 13.
4. 15.	6. 0.	5. 54.	5. 48.	5. 42.	5. 38.	5. 32.
4. 30.	6. 21.	6. 15.	6. 8.	6. 3.	5. 57.	5. 52.
4. 45.	6. 42.	6. 35.	6. 29.	6. 23.	6. 17.	6. 12.
5. 0.	7. 3.	6. 56.	6. 49.	6. 42.	6. 37.	6. 31.
5. 15.	7. 24.	7. 16.	7. 10.	7. 3.	6. 57.	6. 50.
5. 30.	7. 45.	7. 37.	7. 30.	7. 23.	7. 16.	7. 10.
5. 45.	8. 6.	7. 58.	7. 50.	7. 43.	7. 36.	7. 29.
6. 0.	8. 27.	8. 19.	8. 11.	8. 3.	7. 56.	7. 49.
6. 15.	8. 59.	8. 39.	8. 31.	8. 23.	8. 15.	8. 8.
6. 30.	9. 9.	9. 0.	8. 51.	8. 43.	8. 35.	8. 28.
6. 45.	9. 30.	9. 21.	9. 12.	9. 3.	8. 55.	8. 47.
7. 0.	9. 51.	9. 41.	9. 32.	9. 23.	9. 14.	9. 6.
7. 15.	10. 12.	10. 2.	9. 52.	9. 43.	9. 34.	9. 26.
7. 30.	10. 33.	10. 22.	10. 12.	10. 3.	9. 54.	9. 45.
7. 45.	10. 54.	10. 43.	10. 32.	10. 23.	10. 13.	10. 4.
8. 0.	11. 14.	11. 3.	10. 53.	10. 43.	10. 33.	10. 24.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
8d. 15/	11. 35.	11. 24.	11. 13.	11. 2.	10. 53.	10. 43.
8. 30.	11. 56.	11. 44.	11. 33.	11. 22.	11. 12.	11. 2.
8. 45.	12. 17.	12. 5.	11. 53.	11. 42.	11. 32.	11. 22.
9. .0.	12. 38.	12. 25.	12. 13.	12. 2.	11. 51.	11. 41.
9. 15.	12. 58.	12. 45.	12. 33.	12. 22.	12. 11.	12. 0.
9. 30.	13. 19.	13. 6.	12. 53.	12. 41.	12. 30.	12. 19.
9. 45.	13. 39.	13. 26.	13. 13.	13. 1.	12. 49.	12. 39.
10. .0.	14. 0.	13. 46.	13. 33.	13. 21.	13. 9.	12. 58.
10. 15.	14. 21.	14. 7.	13. 53.	13. 41.	13. 28.	13. 17.
10. 30.	14. 41.	14. 27.	14. 13.	14. 0.	13. 48.	13. 36.
10. 45.	15. 1.	14. 47.	14. 33.	14. 20.	14. 7.	13. 55.
11. .0.	15. 22.	15. 7.	14. 53.	14. 39.	14. 26.	14. 14.
11. 15.	15. 43.	15. 27.	15. 13.	14. 59.	14. 46.	14. 33.
11. 30.	16. 3.	15. 48.	15. 33.	15. 19.	15. 5.	14. 52.
11. 45.	16. 23.	16. 8.	15. 52.	15. 38.	15. 24.	15. 11.
12. .0.	16. 44.	16. 28.	16. 12.	15. 57.	15. 44.	15. 31.
12. 15.	17. 4.	16. 48.	16. 32.	16. 17.	16. 3.	15. 49.
12. 30.	17. 24.	17. 8.	16. 52.	16. 37.	16. 22.	16. 8.
12. 45.	17. 45.	17. 28.	17. 12.	16. 56.	16. 41.	16. 27.
13. .0.	18. 5.	17. 48.	17. 31.	17. 15.	17. 0.	16. 46.
13. 15.	18. 25.	18. 8.	17. 51.	17. 35.	17. 20.	17. 5.
13. 30.	18. 45.	18. 28.	18. 11.	17. 54.	17. 39.	17. 24.
13. 45.	19. 5.	18. 47.	18. 30.	18. 14.	17. 58.	17. 43.
14. .0.	19. 25.	19. 7.	18. 50.	18. 33.	18. 17.	18. 2.
14. 15.	19. 45.	19. 27.	19. 9.	18. 52.	18. 36.	18. 21.
14. 30.	20. 5.	19. 47.	19. 29.	19. 11.	18. 55.	18. 39.
14. 45.	20. 25.	20. 6.	19. 48.	19. 30.	19. 14.	18. 58.
15. .0.	20. 45.	20. 26.	20. 7.	19. 49.	19. 33.	19. 17.
15. 15.	21. 5.	20. 45.	20. 27.	20. 9.	19. 52.	19. 36.
15. 30.	21. 25.	21. 5.	20. 46.	20. 28.	20. 11.	19. 54.
15. 45.	21. 45.	21. 24.	21. 5.	20. 47.	20. 29.	20. 13.
16. .0.	22. 5.	21. 44.	21. 24.	21. 6.	20. 48.	20. 31.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

*Hauteur du Pole ou Latitude.*

Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
16 <sup>d.</sup> 15 <sup>l</sup>	22. 24.	22. 3.	21. 44.	21. 25.	21. 7.	20. 50.
16. 30.	22. 44.	22. 23.	22. 3.	21. 44.	21. 26.	21. 8.
16. 45.	23. 3.	22. 42.	22. 22.	22. 3.	21. 44.	21. 27.
17. 0.	23. 23.	23. 1.	22. 41.	22. 22.	22. 3.	21. 45.
17. 15.	23. 42.	23. 21.	23. 0.	22. 41.	22. 22.	22. 4.
17. 30.	24. 2.	23. 40.	23. 19.	22. 59.	22. 40.	22. 22.
17. 45.	24. 21.	23. 59.	23. 38.	23. 18.	22. 59.	22. 41.
18. 0.	24. 41.	24. 18.	23. 57.	23. 37.	23. 17.	22. 59.
18. 15.	25. 0.	24. 38.	24. 16.	23. 56.	23. 36.	23. 17.
18. 30.	25. 19.	24. 57.	24. 35.	24. 14.	23. 54.	23. 36.
18. 45.	25. 39.	25. 16.	24. 54.	24. 33.	24. 13.	23. 54.
19. 0.	25. 58.	25. 35.	25. 13.	24. 51.	24. 31.	24. 12.
19. 15.	26. 17.	25. 54.	25. 31.	25. 10.	24. 50.	24. 30.
19. 30.	26. 36.	26. 13.	25. 50.	25. 29.	25. 8.	24. 48.
19. 45.	26. 55.	26. 32.	26. 9.	25. 47.	25. 26.	25. 7.
20. 0.	27. 14.	26. 50.	26. 27.	26. 6.	25. 45.	25. 25.
20. 15.	27. 33.	27. 9.	26. 46.	26. 24.	26. 3.	25. 43.
20. 30.	27. 52.	27. 28.	27. 5.	26. 43.	26. 21.	26. 1.
20. 45.	28. 11.	27. 47.	27. 23.	27. 1.	26. 39.	26. 19.
21. 0.	28. 30.	28. 5.	27. 42.	27. 19.	26. 58.	26. 37.
21. 15.	28. 49.	28. 24.	28. 0.	27. 37.	27. 16.	26. 55.
21. 30.	29. 7.	28. 42.	28. 18.	27. 56.	27. 34.	27. 13.
21. 45.	29. 26.	29. 1.	28. 37.	28. 14.	27. 52.	27. 31.
22. 0.	29. 45.	29. 19.	28. 55.	28. 32.	28. 10.	27. 48.
22. 15.	30. 3.	29. 38.	29. 13.	28. 50.	28. 28.	28. 6.
22. 30.	30. 22.	29. 56.	29. 31.	29. 8.	28. 46.	28. 24.
22. 45.	30. 40.	30. 14.	29. 50.	29. 26.	29. 3.	28. 42.
23. 0.	30. 59.	30. 32.	30. 8.	29. 44.	29. 21.	28. 59.
23. 15.	31. 17.	30. 51.	30. 26.	30. 2.	29. 39.	29. 17.
23. 30.	31. 35.	31. 9.	30. 44.	30. 20.	29. 57.	29. 35.
23. 45.	31. 53.	31. 27.	31. 2.	30. 38.	30. 15.	29. 52.
24. 0.	32. 12.	31. 45.	31. 20.	30. 56.	30. 32.	30. 10.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des longitudes

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d</sup> .	46 <sup>d</sup> .	47 <sup>d</sup>	48 <sup>d</sup> .	49 <sup>d</sup> .	50 <sup>d</sup> .
24 <sup>d</sup> . 15'	32. 30.	32. 3.	31. 38.	31. 13.	30. 50.	30. 27.
24. 30.	32. 48.	32. 21.	31. 56.	31. 31.	31. 7.	30. 45.
24. 45.	33. 6.	32. 39.	32. 13.	31. 49.	31. 25.	31. 2.
25. 0.	33. 24.	32. 57.	32. 31.	32. 6.	31. 43.	31. 20.
25. 15.	33. 42.	33. 15.	32. 49.	32. 24.	32. 0.	31. 37.
25. 30.	34. 0.	33. 33.	33. 7.	32. 42.	32. 18.	31. 55.
25. 45.	34. 18.	33. 51.	33. 24.	32. 59.	32. 35.	32. 12.
26. 0.	34. 36.	34. 8.	33. 42.	33. 17.	32. 52.	32. 29.
26. 15.	34. 53.	34. 26.	34. 0.	33. 34.	33. 10.	32. 46.
26. 30.	35. 11.	34. 44.	34. 17.	33. 51.	33. 27.	33. 3.
26. 45.	35. 29.	35. 1.	34. 34.	34. 9.	33. 44.	33. 21.
27. 0.	35. 46.	35. 19.	34. 52.	34. 26.	34. 1.	33. 38.
27. 15.	36. 4.	35. 36.	35. 9.	34. 43.	34. 19.	33. 55.
27. 30.	36. 21.	35. 53.	35. 26.	35. 1.	34. 36.	34. 12.
27. 45.	36. 39.	36. 11.	35. 44.	35. 18.	34. 53.	34. 29.
28. 0.	36. 56.	36. 27.	36. 1.	35. 35.	35. 10.	34. 46.
28. 15.	37. 14.	36. 45.	36. 18.	35. 52.	35. 27.	35. 3.
28. 30.	37. 31.	37. 3.	36. 35.	36. 9.	35. 44.	35. 20.
28. 45.	37. 48.	37. 20.	36. 52.	36. 26.	36. 1.	35. 37.
29. 0.	38. 6.	37. 37.	37. 10.	36. 43.	36. 18.	35. 53.
29. 15.	38. 23.	37. 54.	37. 27.	37. 0.	36. 35.	36. 10.
29. 30.	38. 40.	38. 11.	37. 44.	37. 17.	36. 51.	36. 27.
29. 45.	38. 57.	38. 28.	38. 0.	37. 34.	37. 8.	36. 44.
30. 0.	39. 14.	38. 45.	38. 17.	37. 51.	37. 25.	37. 0.
30. 15.	39. 31.	39. 2.	38. 34.	38. 7.	37. 42.	37. 17.
30. 30.	39. 48.	39. 19.	38. 51.	38. 24.	37. 59.	37. 33.
30. 45.	40. 4.	39. 35.	39. 8.	38. 41.	38. 15.	37. 50.
31. 0.	40. 21.	39. 52.	39. 24.	38. 57.	38. 31.	38. 7.
31. 15.	40. 38.	40. 9.	39. 41.	39. 14.	38. 48.	38. 23.
31. 30.	40. 55.	40. 26.	39. 57.	39. 31.	39. 5.	38. 40.
31. 45.	41. 12.	40. 42.	40. 14.	39. 47.	39. 21.	38. 56.
32. 0.	41. 28.	40. 59.	40. 31.	40. 4.	39. 37.	39. 12.



TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

<i>Hauteur du Pôle ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
32. 15'	41. 45.	41. 15.	40. 47.	40. 20.	39. 54.	39. 29.
32. 30.	42. 1.	41. 32.	41. 3.	40. 36.	40. 10.	39. 45.
32. 45.	42. 17.	41. 48.	41. 20.	40. 53.	40. 26.	40. 1.
33. 0.	42. 34.	42. 5.	41. 36.	41. 9.	40. 43.	40. 17.
33. 15.	42. 50.	42. 21.	41. 52.	41. 25.	40. 59.	40. 34.
33. 30.	43. 6.	42. 37.	42. 7.	41. 41.	41. 15.	40. 50.
33. 45.	43. 23.	42. 53.	42. 25.	41. 58.	41. 31.	41. 6.
34. 0.	43. 39.	43. 9.	42. 41.	42. 14.	41. 47.	41. 22.
34. 15.	43. 55.	43. 26.	42. 57.	42. 30.	42. 3.	41. 38.
34. 30.	44. 11.	43. 42.	43. 13.	42. 46.	42. 19.	41. 54.
34. 45.	44. 27.	43. 58.	43. 29.	43. 2.	42. 35.	42. 10.
35. 0.	44. 43.	44. 14.	43. 45.	43. 18.	42. 51.	42. 26.
35. 15.	44. 59.	44. 30.	44. 1.	43. 34.	43. 7.	42. 41.
35. 30.	45. 15.	44. 45.	44. 17.	43. 50.	43. 23.	42. 57.
35. 45.	45. 31.	45. 1.	44. 33.	44. 5.	43. 39.	43. 13.
36. 0.	45. 47.	45. 17.	44. 49.	44. 21.	43. 55.	43. 29.
36. 15.	46. 2.	45. 33.	45. 4.	44. 37.	44. 10.	43. 45.
36. 30.	46. 18.	45. 49.	45. 20.	44. 53.	44. 26.	44. 0.
36. 45.	46. 34.	46. 4.	45. 36.	45. 8.	44. 42.	44. 16.
37. 0.	46. 49.	46. 20.	45. 51.	45. 24.	44. 57.	44. 32.
37. 15.	47. 5.	46. 35.	46. 7.	45. 39.	45. 13.	44. 47.
37. 30.	47. 20.	46. 51.	46. 23.	45. 55.	45. 28.	45. 3.
37. 45.	47. 36.	47. 6.	46. 38.	46. 11.	45. 44.	45. 18.
38. 0.	47. 51.	47. 22.	46. 53.	46. 26.	46. 0.	45. 34.
38. 15.	48. 7.	47. 37.	47. 9.	46. 41.	46. 15.	45. 49.
38. 30.	48. 22.	47. 53.	47. 24.	46. 57.	46. 30.	46. 5.
38. 45.	48. 37.	48. 8.	47. 39.	47. 12.	46. 46.	46. 20.
39. 0.	48. 52.	48. 23.	47. 55.	47. 27.	47. 1.	46. 35.
39. 15.	49. 8.	48. 38.	48. 10.	47. 42.	47. 16.	46. 51.
39. 30.	49. 23.	48. 53.	48. 25.	47. 58.	47. 31.	47. 6.
39. 45.	49. 38.	49. 9.	48. 40.	48. 13.	47. 47.	47. 21.
40. 0.	49. 53.	49. 24.	48. 55.	48. 28.	48. 2.	47. 36.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
40 <sup>d.</sup> 15'	50. 8.	49. 39.	49. 11.	48. 43.	48. 17.	47. 52.
40. 30.	50. 23.	49. 54.	49. 25.	48. 58.	48. 32.	48. 7.
40. 45.	50. 38.	50. 9.	49. 41.	49. 13.	48. 47.	48. 22.
41. 0.	50. 52.	50. 24.	49. 56.	49. 28.	49. 1.	48. 37.
41. 15.	51. 7.	50. 38.	50. 10.	49. 43.	49. 17.	48. 52.
41. 30.	51. 22.	50. 53.	50. 25.	49. 58.	49. 32.	49. 7.
41. 45.	51. 37.	51. 8.	50. 40.	50. 13.	49. 47.	49. 22.
42. 0.	51. 51.	51. 23.	50. 55.	50. 28.	50. 2.	49. 37.
42. 15.	52. 6.	51. 37.	51. 10.	50. 43.	50. 17.	49. 51.
42. 30.	52. 21.	51. 52.	51. 24.	50. 57.	50. 31.	50. 6.
42. 45.	52. 35.	52. 7.	51. 39.	51. 12.	50. 46.	50. 21.
43. 0.	52. 50.	52. 21.	51. 54.	51. 27.	51. 1.	50. 36.
43. 15.	53. 4.	52. 36.	52. 8.	51. 41.	51. 16.	50. 51.
43. 30.	53. 19.	52. 50.	52. 23.	51. 56.	51. 30.	51. 6.
43. 45.	53. 33.	53. 5.	52. 37.	52. 11.	51. 45.	51. 20.
44. 0.	53. 47.	53. 19.	52. 52.	52. 25.	52. 0.	51. 35.
44. 15.	54. 1.	53. 33.	53. 6.	52. 40.	52. 14.	51. 49.
44. 30.	54. 16.	53. 48.	53. 20.	52. 54.	52. 29.	52. 4.
44. 45.	54. 30.	54. 2.	53. 35.	53. 9.	52. 43.	52. 18.
45. 0.	54. 44.	54. 16.	53. 49.	53. 23.	52. 58.	52. 33.
45. 15.	54. 58.	54. 30.	54. 3.	53. 37.	53. 12.	52. 47.
45. 30.	55. 12.	54. 45.	54. 18.	53. 52.	53. 26.	53. 2.
45. 45.	55. 26.	54. 59.	54. 32.	54. 6.	53. 41.	53. 16.
46. 0.	55. 40.	55. 13.	54. 46.	54. 20.	53. 55.	53. 30.
46. 15.	55. 54.	55. 27.	55. 0.	54. 34.	54. 9.	53. 45.
46. 30.	56. 8.	55. 41.	55. 14.	54. 48.	54. 23.	53. 59.
46. 45.	56. 22.	55. 55.	55. 28.	55. 3.	54. 38.	54. 13.
47. 0.	56. 36.	56. 9.	55. 42.	55. 17.	54. 52.	54. 28.
47. 15.	56. 50.	56. 23.	55. 56.	55. 31.	55. 6.	54. 42.
47. 30.	57. 4.	56. 37.	56. 10.	55. 45.	55. 20.	54. 56.
47. 45.	57. 17.	56. 50.	56. 24.	55. 59.	55. 34.	55. 10.
48. 0.	57. 31.	57. 4.	56. 38.	56. 13.	55. 48.	55. 24.

TABLE IX. de la différence des Méridiens ou des Longitudes.

<i>Hauteur du Pole ou Latitude.</i>						
Déclin. du plan.	45 <sup>d.</sup>	46 <sup>d.</sup>	47 <sup>d.</sup>	48 <sup>d.</sup>	49 <sup>d.</sup>	50 <sup>d.</sup>
48 <sup>d.</sup> 30'	57. 58.	57. 32.	57. 6.	56. 41.	56. 16.	55. 52.
49. 0.	58. 25.	57. 59.	57. 33.	57. 8.	56. 44.	56. 20.
49. 30.	58. 53.	58. 26.	58. 1.	57. 36.	57. 12.	56. 48.
50. 0.	59. 19.	58. 53.	58. 28.	58. 3.	57. 39.	57. 16.
50. 30.	59. 46.	59. 20.	58. 55.	58. 31.	58. 7.	57. 44.
51. 0.	60. 12.	59. 47.	59. 22.	58. 58.	58. 34.	58. 11.
51. 30.	60. 39.	60. 13.	59. 49.	59. 25.	59. 1.	58. 39.
52. 0.	61. 5.	60. 40.	60. 16.	59. 52.	59. 29.	59. 6.
52. 30.	61. 31.	61. 6.	60. 42.	60. 18.	59. 56.	59. 33.
53. 0.	61. 57.	61. 32.	61. 8.	60. 45.	60. 22.	60. 0.
53. 30.	62. 23.	61. 58.	61. 35.	61. 12.	60. 49.	60. 27.
54. 0.	62. 49.	62. 24.	62. 1.	61. 38.	61. 16.	60. 54.
54. 30.	63. 14.	62. 50.	62. 27.	62. 4.	61. 42.	61. 21.
55. 0.	63. 39.	63. 16.	62. 53.	62. 31.	62. 9.	61. 47.
55. 30.	64. 5.	63. 42.	63. 19.	62. 57.	62. 35.	62. 14.
56. 0.	64. 30.	64. 7.	63. 44.	63. 23.	63. 1.	62. 40.
56. 30.	64. 55.	64. 32.	64. 10.	63. 49.	63. 27.	63. 7.
57. 0.	65. 20.	64. 58.	64. 36.	64. 14.	63. 53.	63. 33.
57. 30.	65. 45.	65. 23.	65. 1.	64. 40.	64. 19.	63. 59.
58. 0.	66. 10.	65. 48.	65. 26.	65. 5.	64. 45.	64. 25.
58. 30.	66. 34.	66. 13.	65. 52.	65. 31.	65. 11.	64. 51.
59. 0.	66. 59.	66. 37.	66. 17.	65. 56.	65. 36.	65. 17.
59. 30.	67. 23.	67. 2.	66. 42.	66. 22.	66. 2.	65. 43.
60. 0.	67. 48.	67. 27.	67. 7.	66. 47.	66. 27.	66. 9.
60. 30.	68. 12.	67. 51.	67. 31.	67. 12.	66. 53.	66. 34.
61. 0.	68. 36.	68. 16.	67. 56.	67. 37.	67. 18.	67. 0.
61. 30.	69. 0.	68. 40.	68. 21.	68. 2.	67. 43.	67. 25.
62. 0.	69. 24.	69. 4.	68. 45.	68. 26.	68. 8.	67. 50.
62. 30.	69. 48.	69. 28.	69. 9.	68. 51.	68. 33.	68. 16.
63. 0.	70. 11.	69. 52.	69. 34.	69. 16.	68. 58.	68. 41.
63. 30.	70. 35.	70. 16.	69. 58.	69. 40.	69. 23.	69. 6.
64. 0.	70. 58.	70. 40.	70. 22.	70. 5.	69. 47.	69. 31.



# T A B L E

## DUTRAITÉ DE LA GNOMONIQUE.

---

NOTIONS PRÉLIMINAIRES, Page 1

---

### LIVRE PREMIER.

DES CADRANS HORIZONTAUX, p. 8

Problème I. *Décrire un Cadran équinoctial supérieur ou inférieur.* 8

Probl. II. *La hauteur du pole étant connue, tracer un Cadran horizontal.* 12

*Seconde méthode de tracer des Cadrans horizontaux.* 19

*Troisième méthode de tracer un Cadran horizontal.* 23

*Quatrième méthode de tracer un Cadran horizontal.* 25

Probl. III. *La hauteur du pole sur l'horison étant connue, trouver les angles horaires du Cadran horizontal.* 32

*Cinquième méthode de décrire un Cadran horizontal.* 36

PRÉPARATION AUX LIVRES SUIVANS. 38

*De la résolution des triangles rectangles.* 39

*De l'usage des logarithmes.* 43

*Du compas à verge.* 46

*Description & usage du faux stile.* 55



## LIVRE SECOND.

## DES CADRANS VERTICAUX. p. 58

PREMIERE SECTION. *ibidem.*

<i>Des Cadrans verticaux qu'on appelle Réguliers.</i>	66
<i>Des Cadrans méridionaux &amp; septentrionaux.</i>	66
<i>Des Cadrans orientaux &amp; occidentaux.</i>	70
<i>Des Cadrans qu'on appelle ordinairement irréguliers ou déclinans.</i>	74
<i>Notions du centre diviseur.</i>	81

## SECONDE SECTION.

<i>Problèmes préliminaires, qui servent à la description des Cadrans verticaux.</i>	86
<i>Probl. I. Trouver le pied du stile, c'est-à-dire, le point du plan auquel aboutit une perpendiculaire tirée du sommet du stile.</i>	88
<i>Probl. II. Tracer deux lignes dont l'une soit la verticale du plan, &amp; l'autre l'horizontale du même plan.</i>	92
<i>Préparation pour le Problème suivant.</i>	94
<i>Probl. III. Trouver la déclinaison d'un plan vertical par quelques méthodes aisées.</i>	97
<i>Probl. IV. Trouver la hauteur du soleil sur l'horizon par l'ombre d'un stile attaché à un plan vertical.</i>	108
<i>Table des augmentations causées dans la hauteur apparente du soleil par la réfraction.</i>	115
<i>Probl. V. Connoissant la latitude du lieu &amp; la déclinaison du soleil, trouver la déclinaison d'un plan vertical par un point d'ombre du sommet d'un stile attaché au plan.</i>	116
<i>Maniere de trouver l'heure qu'il est par la hauteur du soleil.</i>	125
<i>Probl. VI. Connoissant l'heure qu'il est, trouver la déclinaison d'un plan vertical.</i>	29

Probl. VII. Tracer la méridienne sur un plan vertical. 135

Probl. VIII. La déclinaison du plan étant donnée avec la hauteur du pôle sur l'horison, trouver le centre du Cadran. 139

Description de la soustilaire sur un plan vertical. 142

Probl. IX. La déclinaison du plan & la hauteur du pôle sur l'horison étant données ou connues, décrire la ligne équinoctiale. 143

Probl. X. L'élévation du pôle sur l'horison du lieu étant connue avec la déclinaison du plan, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & la méridienne. 146

Probl. XI. La hauteur du pôle sur l'horison étant connue avec la déclinaison du plan vertical, trouver l'angle au centre du Cadran compris entre la soustilaire & l'axe. On appelle cet angle hauteur du pôle sur le plan. 149

Probl. XII. Connoissant la hauteur du pôle sur l'horison du lieu & la déclinaison du plan, trouver la différence des longitudes ou des méridiens. 151

### TROISIÈME SECTION.

Différentes méthodes pour tracer les Cadrans solaires. 157

Probl. I. Connoissant la déclinaison du plan & l'élévation du pôle sur l'horison du lieu, tracer un Cadran vertical par une méthode Géométrique, pourvu que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de la ligne horizontale & de l'équinoctiale. Ibid.

Probl. II. La déclinaison du plan & l'élévation du pôle sur l'horison du lieu étant connues, tracer un Cadran vertical par une méthode Géométrique, soit que le centre du Cadran soit fort éloigné de la ligne horizontale & de l'équinoctiale, soit qu'il en soit peu éloigné. 164

Probl. III. Connoissant la déclinaison du plan avec la

- hauteur du pôle sur l'horison du lieu , tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires déterminés par le calcul sur la ligne équinoctiale , pourvu que le centre du Cadran ne soit pas trop éloigné de l'horizontale & de cette équinoctiale. 167
- Probl. IV. Connoissant la déclinaison du plan & la hauteur du pôle sur l'horison du lieu , tracer un Cadran vertical par le moyen des points horaires trouvés par le calcul sur deux lignes équinoctiales , soit que la distance du centre du Cadran aux lignes équinoctiales soit grande , ou qu'elle soit petite. 178
- Probl. V. Connoissant la différence des longitudes & la hauteur du pôle sur le plan , ou l'angle compris entre la soustilaire & l'axe , trouver les angles contenus entre la soustilaire & les lignes horaires. 183
- Probl. VI. La déclinaison du plan étant connue avec la hauteur du pôle sur l'horison , trouver par le calcul les points horaires sur la ligne horizontale. 187
- Probl. VII. La déclinaison du plan & la hauteur du pôle sur l'horison étant connues , décrire un Cadran vertical par le moyen de deux lignes horizontales , quelle que soit la distance du centre du Cadran à la première horizontale. 191

## LIVRE TROISIEME.

### DES CADRANS INCLINÉS. 197

- Des Cadrans inclinés supérieurs du midi ou inférieurs du nord , qui ne sont point déclinans.* 203
- Des Cadrans inclinés supérieurs du nord & inférieurs du midi , qui ne sont pas déclinans.* 206
- Des Cadrans inclinés orientaux & occidentaux.* 208
- Des Cadrans inclinés déclinans.* 211
- Description des Cadrans inclinés.* 218
- Comment on se sert du calcul pour trouver plusieurs*

- points des Cadrans inclinés , & pour tracer plusieurs lignes. 220
- Méthode de trouver par le calcul les points horaires sur l'équinoctiale & sur l'horizontale , & de tracer les lignes horaires. 222
- Comment on mesure l'inclinaison d'un plan. 225
- Plusieurs méthodes de trouver la déclinaison d'un plan incliné. 227
- Problème. Deux points d'ombre étant donnés sur un plan avec la déclinaison du soleil au tems où l'on a pris les deux points d'ombre , tracer la ligne équinoctiale. 231

## LIVRE QUATRIÈME.

- Des premières & dernières heures qu'il faut marquer sur les Cadrans. Ibid.
- Première méthode pour les plans du midi dont la déclinaison est moindre que l'amplitude du soleil aux solstices. art. 13. 242
- Autre méthode pour les mêmes plans. art. 19. 245
- Méthode pour les plans du midi dont la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du soleil. art. 26. 248
- Méthode pour les plans du nord. art. 36. 252
- Table des premières & dernières heures des plans verticaux du midi dont la déclinaison surpasse la plus grande amplitude du soleil, pour différentes latitudes. 254
- De la construction de l'axe & de la manière de le placer. 258
- Comment on détermine la longueur que doit avoir l'axe. art. 50. 263
- De la manière de tracer une méridienne soit du tems vrai , soit du tems moyen sur toutes sortes de plans. 267



<i>De la méridienne du tems vrai.</i>	Ibid.
<i>Différentes méthodes pour tracer une méridienne horizontale. art. 62 &amp; suivans.</i>	270
<i>Pour les plans verticaux &amp; inclinés. art. 74.</i>	280
<i>Marquer les signes du zodiaque sur une méridienne horizontale. art. 75 &amp; 76.</i>	Ibid.
<i>Placer ces signes sur la méridienne d'un plan incliné. art. 77.</i>	282
<i>Mettre les mêmes signes sur la méridienne d'un plan vertical. art. 78 &amp; 79.</i>	Ibid.
<i>Marquer sur une méridienne le premier jour de chaque mois ou quelques autres jours de l'année. art. 81.</i>	285
<i>De la méridienne du tems moyen.</i>	287
<i>Table de la déclinaison &amp; de l'équation du tems convenable aux degrés de l'écliptique pris de trois en trois.</i>	292
<i>Des arcs des signes , &amp; des arcs diurnes.</i>	297
<i>Trouver les points des différentes lignes horaires par lesquels doit passer un arc de signe. art. 104 &amp; 106.</i>	299
<i>Trouver la déclinaison du soleil quand il se leve à une certaine heure. art. 115.</i>	307
<i>De l'anneau astronomique.</i>	311
<i>Construction de cet anneau. art. 122. &amp; suiv.</i>	312
<i>Usage du même anneau. art. 128.</i>	314
<i>Explication des tables de Gnomonique.</i>	316
<i>Des tables de la déclinaison du soleil.</i>	316
<i>De la table des angles horaires du Cadran horizontal.</i>	318
<i>De la table de l'angle du vertical du soleil avec le méridien.</i>	320
<i>Des tables qui contiennent les trois angles fondamentaux des Cadrans.</i>	323
<i>Suivent ces différentes Tables.</i>	

Fin de la Table.

## P R I V I L E G E D U R O I .

**L**OUIS, par la grace de Dieu, Roi de France & de Navarre : A nos amés & féaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, ou autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Notre bien-amé le sieur FRANÇOIS RIVARD, Nous ayant fait exposer qu'il souhaiteroit faire imprimer & donner au Public le *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique*, s'il Nous plaïsoit lui accorder nos Lettres de Privilège sur ce nécessaires : offrant pour cet effet de le faire imprimer en bon papier & beaux caractères, suivant la feuille imprimée & attachée pour modèle sous le contre-scel des Présentes. A ces Causes, voulant traiter favorablement ledit sieur Exposant, Nous lui avons permis & permettons par ces Présentes, de faire imprimer ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en un ou plusieurs volumes, conjointement ou séparément, & autant de fois que bon lui semblera, & de les faire vendre & distribuer par tout notre Royaume, pendant le tems de douze années consécutives, à compter du jour de la date desdites Présentes. Faisons défenses à toutes personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangère dans aucun lieu de notre obéissance, comme aussi à tous Libraires, Imprimeurs & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire ledit *Traité de la Sphere & des Cadrans ou de Gnomonique* en tout ni en partie, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce soit d'augmentation, correction, changemens de titre ou autres, sans la permission expresse, & par écrit dudit Exposant, ou de ceux qui auront droit de lui, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, l'autre tiers audit sieur Exposant, & de tous dépens, dommages & intérêts ; à la charge que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, & ce dans trois mois de la date d'icelles ; que l'impression de cet Ouvrage sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & que l'Impétrant se conformera en tout aux Reglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725 ; & qu'avant que de l'exposer en vente, le Manuscrit ou Imprimé qui aura servi de copie à l'impression dudit Ouvrage, sera remis dans le même état où l'Approbation aura été donnée, es mains de notre très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres, & qu'il en sera ensuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliothèque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre-dit très-cher & féal Chevalier le Sieur DAGUESSEAU, Chancelier de France, Commandeur de nos Ordres ; le tout à peine de nullité des Présentes : du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ledit Sieur Exposant & ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la Copie desdites Présentes qui sera imprimée tout au long au commencement ou à la fin dudit Ouvrage, soit tenue pour dûment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conseillers & Secrétaires, foi soit ajoutée comme à l'Original ; Com-

mandons au premier notre Huissier ou Sergent, de faire pour l'exécution d'icelles tous Actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires: Car tel est notre plaisir. **D O N N E'** à Paris, le troisiéme jour du mois de Juin, l'an de grace mil sept cens quarante, & de notre Regne le vingt-cinquiéme. Par le Roi en son Conseil. *Signé* SAINSON.

*Registré sur le Registre X. de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 370. fol. 357. conformément au Reglement de 1723. qui fait défenses Art. IV. à toutes personnes de quelque qualité qu'elles soient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, débiter & faire afficher aucuns Livres pour les vendre en leurs noms, soit qu'ils s'en disent les Auteurs ou autrement; & à la charge de fournir à ladite Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, huit Exemplaires prescrits par l'article 108 du même Reglement. A Paris, le 8 Juin 1740.*

**S A U G R A I N**, *Syndic.*

---

**A ORLEANS**, De l'Imprimerie de J. ROUZEAU-MONTAUT,  
Imprimeur du Roy. 1757.







## A D D I T I O N

*Pour la description d'une méridienne à laquelle on veut joindre quelques lignes horaires.*

**L**A méthode de décrire une méridienne en marquant un point sur le plan à l'instant de midi, étant une des plus commodes & des plus sûres, comme nous l'avons observé à la suite de l'article 92 du second Livre, il est bon de remarquer que l'on peut employer cette méthode non-seulement quand on s'assure de l'heure quelque tems avant midi, mais même lorsqu'on ne peut s'en assurer qu'après, par exemple, à 3 ou 4 heures du soir, à cause de l'éloignement du lieu ou l'on peut trouver une pendule bien juste qui ait été comparée depuis peu avec le Soleil. Voici comment il faut alors s'y prendre : je suppose qu'une montre que l'on sçait être bonne, marque l'heure à 8 ou 10 minutes près : on marquera de tems en tems sur le plan les points de lumière de la plaque attachée à ce plan, par exemple, de deux minutes en deux minutes, depuis onze heures 50 minutes à la montre, jusqu'à 10 minutes après midi, & on distinguera ces points en écrivant avec du crayon des lettres à côté des points sur le plan : on écrira aussi sur un papier quelle heure il étoit à la montre quand on a marqué chaque point : ensuite il faudra aller à l'endroit où l'on pourra s'assurer du tems vrai ; on verra par-là quelle heure marquoit la montre quand il étoit midi : & comme ces points ont été marqués à des distances peu considérables les uns des autres, on verra aisément par quel endroit doit passer la méridienne, quand même aucun des

ART. I.

points n'auroit été marqué à midi : il faut observer ce qui a été dit à l'article 143 du second Livre, quand le cas y échoit.

On peut aussi s'assurer de l'heure par la hauteur du Soleil, selon la méthode de l'article 135 & suivans du second Livre. Il est à propos de marquer les points d'ombre qui doivent servir à trouver l'heure à quelque distance de midi, par exemple, une heure & demie ou deux heures, avant ou après, parce que le Soleil change moins sensiblement de hauteur vers midi, que dans d'autres tems. Il faut aussi que les points d'ombre soient marqués sur des parties du plan qui ne soient ni enfoncées ni élevées.

Cela regarde la description d'une méridienne soit qu'elle soit seule, soit qu'on veuille ajouter quelques lignes horaires qui sont nécessaires, afin qu'on puisse observer l'heure dans un jour, quoique le Soleil soit caché par un nuage à l'instant de midi. Nous allons donner la méthode dont on pourra se servir pour tirer ces lignes sur un plan horizontal, nous parlerons ensuite de celle qu'il faut employer pour le plan vertical.

### *Pour le plan horizontal.*

2. On cherchera la distance du centre du cadran à l'équinoxiale qui convient à la hauteur du stile que je suppose être connue, ou parce qu'on l'a mesurée, ou parce qu'on l'a trouvée par le calcul, comme nous l'expliquerons article 6. Or voici comment on trouvera cette distance : soit la hauteur du stile SP (voyez la Fig. 2, Planche II du premier Livre, page 38) : il faut concevoir le triangle CSM rectangle en S, & dont l'angle SCP soit égal à la hauteur du pôle, son complément SMP fera l'élévation de l'équateur sur l'horizon ; le point S sera le centre du Cadran, le point M sera celui où doit passer l'équinoxiale eu égard à la hau-

teur SP : cela paroît par ce que nous avons dit dans le Problème second du premier Livre. Cela posé , on cherchera d'abord PM qui est la distance du pied du stile au point où doit passer l'équinoxiale relative à la hauteur SP. On trouvera cette distance par le triangle rectangle SPM dont on connoît le côté SP , & les angles aigus M & S , dont le premier étant l'élévation de l'équateur , il faut que le second soit égal à la hauteur du pole , parce qu'ils sont complémens l'un de l'autre. Voici l'analogie : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur du pole , comme la hauteur SP est à la distance cherchée PM.* On trouvera par ce moyen le point M que l'on marquera ; on peut encore trouver le point M par la méthode de l'article 76 du quatrième Livre. Ensuite on cherchera l'autre partie de CM, sçavoir CP par la perpendiculaire SP , qui est moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypothénuse CM : on dira donc , *PM est à SP comme SP est à CP* : on ajoutera CP à PM & on aura CM qui est la distance du centre du Cadran à l'équinoxiale relative à la hauteur SP. Cette distance est une partie de la méridienne ou de la soustilaire : car ces deux lignes se confondent sur le plan horisontal.

3. Après cela on cherchera la distance du même centre à l'équinoxiale , dont le rayon équinoxial seroit de 10000 parties : je prends 10000 au lieu de 1000 , parce qu'un rayon équinoxial de 1000 donneroit communément cette distance trop petite. On dira donc , *Le sinus de la hauteur du pole est à 10000 , comme le sinus total à la distance cherchée* , que j'appelle CY , quoique la lettre Y ne se trouve pas dans la figure , non plus que Z qui sera citée plus bas. Cette dernière analogie est fondée sur un triangle semblable à CSM qui auroit le même sommet C , lequel est opposé au rayon équinoxial. On retranchera l'une de ces distances de l'autre , & par là on déterminera avec la regle le point

équinoxial Y qui suppose le rayon équinoxial de 10000 parties : on tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera l'équinoxiale de ce rayon.

Toutes les parties dont on parle dans cette addition, sont égales à celles d'une règle ou d'un compas à verge dont nous avons donné la description dans la préparation qui précède le second Livre.

4. On prendra ensuite la moitié de la distance CY, & on marquera le point Z éloigné de Y de cette moitié; ce point Z situé entre C & Y sera le point équinoxial qui supposera le rayon équinoxial de 5000 parties : ainsi en tirant encore par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera une seconde équinoxiale, qui sera parallèle à la première. Après ces opérations on cherchera dans les Tables des sinus les tangentes des distances du Soleil au méridien aux heures que l'on voudra marquer sur le plan horizontal. Ces tangentes doivent supposer le rayon de 10000 parties : ainsi si les tables sont faites sur un rayon de 100000, il faudra ne point écrire le dernier chiffre des tangentes des Tables; ce sont là les tangentes telles qu'il les faut pour l'équinoxiale dont le rayon est de 10000 : mais quant à l'autre équinoxiale dont le rayon est de 5000 parties, il faut prendre les moitiés de ces premières tangentes, parce que 5000 n'est que la moitié de 10000. Ces tangentes serviront à marquer les points horaires sur les deux équinoxiales, comme on l'a expliqué dans le Problème III, article 224 & suivans du second Livre : mais ici les tangentes partent de la méridienne.

5. Nous allons donner un exemple, dans lequel nous supposerons que la hauteur du stile SP est de 5364 parties, & que l'élévation du pôle est de 48 degrés, 52 minutes, telle qu'elle est vers le milieu de Paris. On trouvera que PM contient 6142 parties, & que l'autre segment CP en a 4685 : d'où il suit que CM distance du centre au point équinoxial en contient 10827. Après cela, on trouvera, en supposant le



rayon équinoxial de 10000 parties, que la distance CY du même centre au point équinoxial de ce rayon est de 13277 parties. On retranchera 10827 de 13277 & le reste 2450 servira à marquer le point Y plus éloigné du centre que le point M de 2450 parties. On tirera par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera l'équinoxiale, eu égard au rayon de 10000 parties. On partagera ensuite la distance CY en deux également, en prenant depuis Y vers le pied du stile  $6638\frac{1}{2}$  parties qui sont la moitié de 13277; & le point Z qui terminera cet espace sera le point équinoxial, eu égard à un rayon de 5000 parties: ainsi en tirant par ce point une perpendiculaire à la méridienne, ce sera une équinoxiale par rapport à ce rayon. Ensuite on cherchera dans les Tables des sinus les tangentes des distances du soleil au méridien pour les heures dont on voudra tracer les lignes horaires. Voici ces tangentes qui supposent le sinus total de 10000.

pr. le point de $11^h\frac{3}{4}$ . . . . .	655	tang. de $3^d 45^m$ .
pr. le point de $11^h\frac{1}{2}$ . . . . .	1316 $\frac{1}{2}$	tang. de $7^d 30^m$ .
pr. le point de $11^h\frac{1}{4}$ . . . . .	1989	tang. de $11^d 15^m$ .
pr. le point de $11^h$ . . . . .	2680	tang. de $15^d 0^m$ .

Ce sont les mêmes tangentes pour les heures après midi qui sont également éloignées de cet instant, c'est-à-dire, de midi.

Quant aux tangentes pour la seconde équinoxiale, elles sont les moitiés de celles de la première, parce qu'elle est moitié moins éloignée du centre que cette première.

Ces tangentes qui expriment des parties égales à celles de la hauteur du stile, sont les distances entre les lignes horaires & la méridienne, prises sur les équinoxiales. On tirera donc les lignes horaires en les faisant passer par des points correspondans marqués sur les équinoxiales.

6. Nous avons supposé en commençant à parler du plan horizontal, qu'on pouvoit trouver la hauteur du stile par le calcul. Pour en concevoir la méthode, considérez dans la Fig. 8 de la première planche du quatrième Livre, le triangle rectangle SPO dont le côté SP représente la hauteur du stile, & la ligne SO un rayon du soleil qui tombe sur la méridienne PM. Il faut mesurer la ligne SO, c'est-à-dire, la distance du centre du trou de la plaque au point O, sur lequel tombe le rayon du soleil; on aura déjà un côté connu dans le triangle SPO. D'ailleurs, l'angle SOP est la hauteur méridienne du soleil qui est égale à la somme ou à la différence de l'élevation de l'équateur sur l'horizon & de la déclinaison du soleil, selon que cette déclinaison se fait vers le pôle élevé ou vers le pôle abaissé: ainsi dans le triangle SPO on connoîtra l'angle droit, l'angle O & le côté SO: par conséquent on pourra trouver SP par le calcul.

*Pour le plan Vertical.*

7. Si le plan sur lequel on veut tirer une méridienne avec des lignes horaires est vertical, il faudra chercher 1°. la déclinaison du plan par la méthode de l'article 92. du second Livre, 2°. Les trois angles fondamentaux que l'on trouve par les trois derniers Problèmes de la seconde section du même Livre, & que l'on pourra vérifier par les Tables qui sont à la fin de la Gnomonique.

8. Après cela on cherchera, toujours par le calcul, la distance CM du centre du Cadran à l'équinoxiale, Fig. 18 page 176. Pour cet effet, il faudra d'abord chercher la distance CP du centre du Cadran au pied du stile: on trouvera cette distance par le triangle rectangle CPS dont on connoît le côté SP, qui est la hauteur du stile que je suppose avoir été mesuré, & l'angle

SCP qui est la hauteur du pôle sur le plan qu'on trouve par l'article 181 du second Livre.

Voici l'analogie pour trouver la distance CP: *Le sinus total est à la tangente du complément de la hauteur du pôle sur le plan, comme la hauteur SP est à la distance cherchée.*

9. Quand on aura trouvé CP, on cherchera PB en faisant l'analogie suivante fondée sur le triangle CSB rectangle en S, & dont par conséquent la perpendiculaire SP est moyenne proportionnelle entre les deux parties de l'hypoténuse CB: CP est à SP comme SP est à PB. Si on ajoute cette partie PB à la première CP, l'on aura l'hypoténuse entière CB. Lorsqu'on aura CB, il faudra chercher CM par le triang. CBM rectang. en B, dont on connoîtra le côté CB & l'angle BCM compris entre la mérid. & la soustilaire (Liv. II, art. 178): on dira donc: *Le sinus de l'angle M complément de l'angle BCM est au côté opposé CB, comme le sinus total ou de l'angle B est au côté opposé CM.* Si donc on avoit le point C, on trouveroit facilement le point M: mais comme le point C n'est pas supposé connu, il faut chercher la longueur de CL & la retrancher de CM, afin d'avoir le reste LM dont le commencement L est un point connu, puisque c'est l'intersection de la méridienne & de l'horizontale. Or on trouvera CL par le triangle CLP rectangle en L, dont on connoît le côté CP & l'angle C compris entre la méridienne & la soustilaire: on dira donc, *Le sinus de l'angle L, ou le sinus total est au côté CP, comme le sinus de l'angle CPL complément de l'angle C, est au côté CL.* On aura donc par-là le point M, qui est l'intersection de la méridienne & de l'équinoctiale relativement à la hauteur réelle du stile.

On pourroit aussi trouver ce point d'intersection de la méridienne & de l'équinoctiale par la méthode de l'article 79. du quatrième Livre.

10. Il faut présentement chercher le point M ou l'intersection de la méridienne & de l'équinoxiale, en supposant le rayon équinoxial SB de 1000 parties : or pour cela on fera d'abord cette analogie fondée sur le triangle rectangle CSB dont l'angle SCB est la hauteur du pôle sur le plan, *Le sinus de la hauteur du pôle sur le plan est au côté opposé SB de 1000 parties, comme le sinus total ou de l'angle S est au côté opposé CB relatif au rayon SB de 1000 parties.* CB étant connu on trouvera CM par le triangle rectangle CBM en disant, *Le sinus de l'angle M complément de l'angle BCM, est au côté CB, comme le sinus total ou de l'angle B est au côté opposé CM relatif au rayon SB de 1000 parties.*

11. Le calcul qu'on aura fait pour trouver CM relatif au rayon SB de 1000 parties, pourra se vérifier par cette autre méthode : on cherchera la tangente de la différence des longitudes dans des Tables de sinus & de tangentes, & on en retranchera les derniers chiffres, le reste sera BM, parce que dans le triangle rectangle ABM le côté AB étant pris pour rayon, le côté BM est la tangente de l'angle A, qui est la différence des longitudes. Dans l'exemple suivant,  $BM = 1483$  tangente de  $56^d 1^m$ . Après cela on trouvera CM par le triangle rectangle CBM, en disant, *Le sinus de l'angle C compris entre la méridienne & la soustilaire, est au côté opposé BM, comme le sinus total ou de l'angle B est au côté CM.*

12. On pourra se servir de la même méthode pour vérifier le calcul qu'on aura fait pour trouver la première valeur de CM relative à la hauteur réelle de SP : mais il faudra pour cela chercher d'abord le rayon SB ou AB, en supposant cette hauteur SP. Or on trouvera SB par le triangle rectangle SPB, en disant, *Le sinus de l'angle SBP complément de la hauteur du pôle, est au côté opposé SP, comme le sinus total ou de l'angle P est au rayon SB = AB.* Ensuite on cherchera BM par le



triangle rectangle ABM dont le côté AB est égal au rayon SB, & dont l'angle A est la différence des longitudes: ainsi on dira, *Le sinus total est à la tangente de la différence des longitudes, comme le côté trouvé AB est à BM.*

13. Quand on aura trouvé les deux valeurs de CM, on verra aisément quel est le point de la méridienne par où doit passer l'équinoxiale relative au rayon SB de 1000 parties. Il n'y aura qu'à chercher par la soustraction l'excès d'une de ces valeurs sur l'autre, & marquer sur la méridienne un point qui soit éloigné du premier d'une distance égale à cet excès: ce point sera celui par lequel doit passer l'équinoxiale; ainsi si on tire par ce point une ligne qui fasse avec la méridienne du côté de la soustilaire un angle égal au complément de celui qui est compris entre la méridienne & la soustilaire, ce sera l'équinoxiale cherchée.

14. Nous supposons que la valeur de CM relative au rayon de 1000 parties, est plus grande que la longueur CL que l'on a trouvée. Si elle n'étoit pas plus grande il en faudroit prendre le double, ce seroit la valeur de CM relative au rayon de 2000 parties.

15. On prendra ensuite sur la méridienne au-dessus ou au-dessous du point M par où passe l'équinoxiale, un autre point pour tirer une seconde équinoxiale parallèle à la première, & on se servira de ces deux équinoxiales pour tracer les lignes horaires, le tout selon ce qui a été dit dans le second Livre, article 232. sans cependant qu'il soit nécessaire de tracer la soustilaire.

16. Voici un exemple, dans lequel on suppose la hauteur du stile de 1896, la distance horisontale du pied du stile à la méridienne de 2112 parties; d'où l'on conclura (Liv. II, art. 92) que la déclinaison du plan est de  $48^{\text{d}} 5^{\text{m}}$ . On suppose aussi que la latitude ou la hauteur du pôle est de  $48^{\text{d}} 40^{\text{m}}$ . On trouvera  $1^{\circ}$ . que l'angle LCP compris entre la méridienne & la soustilaire est de  $33^{\text{d}} 12^{\text{m}}$ . Ainsi son complément est de  $56^{\text{d}}$

48<sup>m</sup>; 2°. Que l'angle PCS compris entre la souffilaire & l'axe, qui est la hauteur du pole sur le plan, est de 26<sup>d</sup> 11<sup>m</sup>, & son complément de 63<sup>d</sup> 49<sup>m</sup>; 3°. Que l'angle BAM différence des longitudes est 56<sup>d</sup> 1<sup>m</sup>.

Ensuite on trouvera que CP distance du centre au pied du stile est de 3856 parties, la hauteur du stile étant de 1896, & que PB est de 932 parties: ainsi la partie CB de la souffilaire comprise entre le centre & l'équinoxiale contient 4788 parties: c'est la somme des deux longueurs précédentes. On trouvera ensuite que CM partie de la méridienne depuis le centre jusqu'à l'équinoxiale est de 5722 parties. Après cela on cherchera CL, & on la trouvera égale à 3227 que l'on retranchera de 5722=CM, le reste 2495 sera LM ou la distance de la ligne horizontale jusqu'au point équinoxial M, eu égard à la hauteur SP de 1896 parties.

17. Quand on aura trouvé la distance LM, on supposera le rayon SB ou AB de 1000 parties, & on trouvera CB de 2266 parties, & CM de 2708 $\frac{1}{2}$ : mais comme ce dernier nombre est moindre que la valeur de CL relative à la hauteur de 1896; ou supposera le rayon SB de 2000 parties, & alors la distance CM sera double de ce qu'elle étoit; ainsi elle contiendra 5417, que l'on retranchera de 5722, qui est la première valeur trouvée de CM, le reste 315 marquera la distance qu'il doit y avoir entre le point équinoxial relatif à la hauteur de 1896 parties, & celui qui a rapport au rayon de 2000 parties, qui sera au-dessus du premier. Il faudra donc de ce point équinoxial relatif au rayon de 2000 parties, tirer une ligne du côté de la souffilaire qui fasse avec la méridienne un angle de 56<sup>d</sup> 48<sup>m</sup> complément de l'angle compris entre la souffilaire & la méridienne.

18. Il faudra ensuite tirer une autre équinoxiale qui suppose le rayon SB de 3000 parties, c'est le triple de 1000; & alors la distance du centre à cette seconde

équinoxiale fera triple de  $2708\frac{1}{2}$ ; ainsi cette distance fera  $8125\frac{1}{2}$  de laquelle il faut retrancher 5417, qui est la distance CM relative au rayon SB de 2000 parties, le reste  $2708\frac{1}{2}$  fera la distance entre les deux équinoxiales; il faudra donc tirer à cette distance de celle qui aura été tracée la première, une ligne qui lui soit parallèle, ce sera l'autre équinoxiale cherchée. J'appelle *m* le point de la méridienne par laquelle elle doit passer, & *b* le point qui répond au point B de la première équinoxiale: la ligne MB de cette première équinoxiale fera de 2966 parties, & *mb* de la seconde, fera de 4449. (Ces deux nombres ont rapport à 1483 valeur de MB, en supposant le rayon SB ou AB de 1000 parties: le premier en est le double, & le second en est le triple).

Il n'est pas nécessaire que les équinoxiales soient prolongées jusqu'aux points B & *b*: souvent même on ne le pourroit pas.

19. Après cela on marquera les distances des points M & *m* aux différens points horaires pris sur les équinoxiales: pour cet effet il faut chercher quelles sont les distances des points B & *b* à ces points horaires selon l'article 226 du second Livre. Ces distances en supposant le rayon de 1000 parties & le plan déclinant vers l'orient sont,

pour le point de 1 heures .	870 tang. de $41^d 1^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{4}$	992 tang. de $44^d 46^m$
pour le point de $11^h\frac{1}{2}$	1131 tang. de $48^d 31^m$
pour le point de $11^h\frac{3}{4}$	1292 tang. de $52^d 16^m$
pour le point de midi $\frac{1}{4}$	1716 tang. de $59^d 46^m$
pour le point de midi $\frac{1}{2}$	2007 tang. de $63^d 31^m$
pour le point de midi $\frac{3}{4}$	2387 tang. de $67^d 16^m$

20. Il faut prendre le double de ces membres, & retrancher de  $2966=BM$  ceux de ces nombres doublés qui sont pour les heures entre la soustilaire & la méridienne.

diennne; les restes seront les distances du point M aux points horaires situés entre ces lignes : quant aux heures de l'après midi, il faut retrancher 2966 des nombres doublés qui sont pour ces heures; les restes marqueront les distances du point M aux points horaires sur la première équinoxiale. On fera de même pour la seconde; mais au lieu de doubler les tangentes il faudra les tripler, & au lieu de 2966 on prendra  $4449 = bm$ . Voici les distances des points M aux points horaires.

*Distances du point M à quelques points horaires situés entre la soustilaire & la méridienne sur la première équinoxiale.*

pour le point de 11 heures . .	1226
pour le point de $11^h \frac{1}{4}$ . . . .	982
pour le point de $11^h \frac{1}{2}$ . . . .	704
pour le point de $11^h \frac{3}{4}$ . . . .	382

*Distances du point M à quelques points horaires situés au-delà de la méridienne sur la première équinoxiale.*

pour le point de midi $\frac{1}{4}$ . . . .	466
pour le point de midi $\frac{1}{2}$ . . . .	1048
pour le point de midi $\frac{3}{4}$ . . . .	1808

*Voici les distances du point m aux mêmes points sur la seconde équinoxiale.*

pour le point de 11 heures . .	1839
pour le point de $11^h \frac{1}{4}$ . . . .	1473
pour le point de $11^h \frac{1}{2}$ . . . .	1056
pour le point de $11^h \frac{3}{4}$ . . . .	573
pour le point de midi $\frac{1}{4}$ . . . .	699
pour le point de midi $\frac{1}{2}$ . . . .	1572
pour le point de midi $\frac{3}{4}$ . . . .	2712

21. Quand le plan est assez large pour contenir les



points B & b, il est plus simple de marquer les distances depuis ces points jusqu'aux points horaires, comme nous l'avons expliqué à l'article 226 du second Livre.

22. Enfin on tirera des lignes par les points horaires correspondans des deux équinoxiales, ce seront les lignes horaires : par exemple, la ligne qui passera par le point de 11 heures de l'une & de l'autre équinoxiale fera la ligne de 11 heures.

23. On pourroit aussi se servir de deux horizontales au lieu de deux équinoxiales, pour y marquer les points horaires, selon la méthode du VII<sup>me</sup> Problème, art. 247. du second Livre.

Nous allons encore ajouter quelques observations de pratique pour le plan vertical.

24. 1<sup>o</sup>. Nous avons dit (Liv. IV, art. 57) qu'il est avantageux que la plaque soit à peu près parallèle au cercle de six heures. Or pour cela il faut qu'elle soit située parallèlement à l'axe du monde, & qu'elle soit perpendic. au méridien du lieu, ce qui arrivera si elle regarde directement la mérid. tracée sur le plan vertical. Tout cela doit s'entendre à peu près, parce que ce n'est pas de-là que dépend la justesse de la méridienne.

25. 2<sup>o</sup>. Il est à propos selon les différentes circonstances, que la plaque soit tantôt plus, tantôt moins éloignée du mur, ou du plan. Cette distance prise du centre du trou est ce qu'on appelle la hauteur du stile. Elle dépend de la longueur qu'on veut donner à la méridienne. Voici un exemple qui pourra faire connoître la distance convenable qu'il faudra donner à la plaque.

26. Supposons que la hauteur du stile est de 2 pieds & demi ou de 360 lignes : nous allons examiner quelle sera dans cette hypothèse la longueur de la méridienne prise depuis la ligne horizontale qui passe par le pied du stile, car c'est de-là que nous prendrons le commencement de la méridienne, quoique dans la vérité elle commence un peu plus bas. Or cette longueur est différente, la hauteur du stile demeurant la même : elle

est d'autant plus grande, que la déclinaison du plan augmente.

27. Nous supposons 1°. le plan vertical sans déclinaison; 2°. Nous supposons ensuite qu'il a une déclinaison de 15 degrés vers l'orient ou vers l'occident, il n'importe; 3°. Que la déclinaison est de 30 degrés; 4°. Qu'elle est de 45; 5°. Enfin qu'elle est de 60 degrés. La hauteur du pôle sur l'horison étant toujours supposée de 48<sup>d</sup> 52<sup>m</sup>. Voici les différentes longueurs de la méridienne verticale selon ces différentes hypothèses.

*Déclinaison du plan.*

*Longueur de la méridienne.*

0 <sup>d</sup>	759 lignes
15	786
30	876
45	1073
60	1517

28. Il paroît par ces calculs que la hauteur du stile ou la distance du trou de la plaque au plan du mur doit être prise d'autant plus petite, que la déclinaison du plan est grande; autrement il faudroit faire la méridienne trop longue.

29. Chacun de ces nombres a été trouvé par deux analogies, dont voici la première: *Le sinus du complément de la déclinaison du plan est à la hauteur du stile, comme le sinus total est à SL ou DL*, Fig. 18 du second Livre, page 176.

Pour appercevoir la vérité de cette analogie, il faut imaginer que du point S qui est le sommet de la hauteur du stile, il y a une ligne tirée au point L, ce qui formera le triangle rectangle SPL, qui est perpendiculaire au plan du mur, & qui est égal en tout au triangle rectangle DPL, à cause du côté commun PL & du côté DP supposé égal à SP: ainsi l'angle PSL est égal à l'angle PDL qui représente la déclinaison du

plan , & l'angle SLP est égal au complément de cette déclinaison. Or de-là suit l'analogie marquée ci-dessus.

30. La seconde analogie fait trouver la ligne LF (la lettre F qu'il faut suppléer dans la Fig. 18 , marque la fin de la méridienne , ou le point sur lequel tombe le rayon SF à midi, le Soleil étant au tropique supérieur) : cette ligne LF est un côté du triangle SLF rectangle en L , à cause de la ligne SL perpendiculaire à la méridienne , dont l'angle F est la distance du Soleil au point vertical , & l'autre angle S est par conséquent la hauteur méridienne du Soleil : d'où l'on tire la seconde analogie : *Le sinus total est à la tangente de la hauteur méridienne du Soleil quand il répond au tropique supérieur, comme la ligne SL est à la longueur LF de la méridienne.*





**AVERTISSEMENT DE L'AUTEUR,**  
*Sur une édition contre-faite de l' Abrégé des Elémens  
 de Mathématiques.*

**I**L paroît depuis un an ou deux une édition contre-faite de l'Abrégé de mes Elemens de Mathématiques, dont le frontispice marque qu'il a été imprimé à Soleure chez Daniel Scherer en 1744. Elle a été faite sur la premiere Edition de l'Abrégé, & non pas sur la seconde, qui est plus complete que la premiere, comme il paroît par plusieurs choses ajoutées dans le corps de l'Ouvrage, & sur-tout dans la Trigonométrie, qui est fort différente de ce qu'elle étoit dans la premiere édition : on trouve, par exemple, dans la seconde cinq Problèmes & quatre Théorèmes qui précèdent ceux qui renferment la théorie de la Trigonométrie. On y trouve aussi les notions des logarithmes & l'usage qu'on en fait pour résoudre des triangles, ce qui abrege infiniment le calcul. Tout cela n'est pas dans la premiere édition qui a servi d'original à l'édition contre-faite. De plus les planches de cette édition ne sont qu'en bois, au lieu que celles de Paris sont en cuivre. En voilà suffisamment pour distinguer l'édition contrefaite de la seconde qui a été faite à Paris, avec les changemens & les augmentations que j'ai jugé à propos de faire. Au reste il n'y a point de méprise à craindre en s'adressant à Jean Desaint & à Charles Saillant Libraires rue S. Jean-de-Beauvais.













